

UNIDAD 2: POTENCIAS Y RAÍCES**EJERCICIOS RESUELTOS****Ejercicio 1:** Calcula:**Nota teórica:**

En una potencia de potencias, los exponentes se multiplican.

a) $(3^4)^2 = 3^{4 \cdot 2} = 3^8$

b) $(2^{-3})^{-3} = 2^{-3 \cdot (-3)} = 2^9$

c) $\left[(3^{-3})^{-2} \right]^{-2} = 3^{-3 \cdot (-2) \cdot (-2)} = 3^{6 \cdot (-2)} = 3^{-12}$

d) $(3^4)^0 = 3^{4 \cdot 0} = 3^0 = 1$

e) $\left\{ \left[(3^3)^{-1} \right]^{-2} \right\}^{-2} = 3^{3 \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot (-1)} = 3^{3 \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot (-1)} = 3^{-6} = \frac{1}{3^6}$

Ejercicio 2: Calcula:**Nota teórica:**

En la multiplicación de potencias con la misma base, los exponentes se suman.

a) $2^4 \cdot 2^2 = 2^{4+2} = 2^6$

b) $3 \cdot 3^2 \cdot 3^6 = 3^{1+2+6} = 3^9$

c) $2^4 \cdot 2^{-2} = 2^{4+(-2)} = 2^{4-2} = 2^2$

d) $2^{-4} \cdot 2^{-2} = 2^{-4+(-2)} = 2^{-4-2} = 2^{-6} = \frac{1}{2^6}$

e) $2^{-1} \cdot 2^3 \cdot 2^{-2} = 2^{-1+3+(-2)} = 2^{-1+3-2} = 2^0 = 1$

f) $27^5 \cdot 81^7 = (3^3)^5 \cdot (3^4)^7 = 3^{3 \cdot 5} \cdot 3^{4 \cdot 7} = 3^{15} \cdot 3^{28} = 3^{15+28} = 3^{43}$

g) $25^3 \cdot 5^4 \cdot 125^2 = (5^2)^3 \cdot 5^4 \cdot (5^3)^2 = 5^{2 \cdot 3} \cdot 5^4 \cdot 5^{3 \cdot 2} = 5^6 \cdot 5^4 \cdot 5^6 = 5^{6+4+6} = 5^{14}$

Ejercicio 3: Calcula:**Nota teórica:**

En la división de potencias con la misma base, los exponentes se restan.

a) $5^3 : 5^2 = 5^{3-2} = 5^1 = 5$

b) $11^3 : 11^{-3} = 11^{3-(-3)} = 11^{3+3} = 11^6$

$$c) \frac{2^2}{2^{-3}} = 2^{2-(-3)} = 2^{2+3} = 2^5 = 32$$

$$d) 7^{-8} : 7^3 = 7^{-8+3} = 7^{-5} = \frac{1}{7^5}$$

$$e) \frac{2^2 : 2^{-3}}{2^{-3}} = \frac{2^{2-(-3)}}{2^{-3}} = \frac{2^{2+3}}{2^{-3}} = \frac{2^5}{2^{-3}} = 2^{5-(-3)} = 2^{5+3} = 2^8$$

$$f) (3^5 : 3^{-2}) : 3^{-4} = 3^{5-(-2)} : 3^{-4} = 3^{5+2} : 3^{-4} = 3^7 : 3^{-4} = 3^{7-(-4)} = 3^{7+4} = 3^{11}$$

$$g) (8^5 : 4^{-2}) : 2^{-4} = \left[(2^3)^5 : (2^2)^{-2} \right] : 2^{-4} = (2^{15} : 2^{-4}) : 2^{-4} = 2^{15-(-4)} : 2^{-4} = 2^{19} : 2^{-4} = 2^{19-(-4)} = 2^{19+4} = 2^{23}$$

Ejercicio 4: Calcula:

$$a) \frac{(5^2)^3}{(5^3)^7} = \frac{5^{2 \cdot 3}}{5^{3 \cdot 7}} = \frac{5^6}{5^{21}} = 5^{6-21} = 5^{-15} = \frac{1}{5^{15}}$$

$$b) (3^2)^3 : (3^3)^3 = 3^{2 \cdot 3} : 3^{3 \cdot 3} = 3^6 : 3^9 = 3^{6-9} = 3^{-3} = \frac{1}{3^3}$$

$$c) \frac{(3^2)^5 \cdot 3^3}{(3^3)^2} = \frac{3^{2 \cdot 5} \cdot 3^3}{3^{3 \cdot 2}} = \frac{3^{10} \cdot 3^3}{3^6} = \frac{3^{10+3}}{3^6} = \frac{3^{13}}{3^6} = 3^{13-6} = 3^7$$

Ejercicio 5:

Escribe en notación científica los siguientes números.

a) 0,0000085

c) 31.940.000.000

b) 5.000.000.000.000

d) 0,000000000479

a) $0,0000085 = 8,5 \cdot 10^{-6}$

c) $31.940.000.000 = 3,194 \cdot 10^{10}$

b) $5.000.000.000.000 = 5 \cdot 10^{12}$

d) $0,000000000479 = 4,79 \cdot 10^{-10}$

Ejercicio 6:

Desarrolla estos números escritos en notación científica.

a) $4,8 \cdot 10^8$

b) $8,32 \cdot 10^{-11}$

c) $6,23 \cdot 10^{-18}$

d) $3,5 \cdot 10^{-12}$

a) $4,8 \cdot 10^8 = 480.000.000$

c) $6,23 \cdot 10^{-18} = 0,000000000000000000623$

b) $8,32 \cdot 10^{-11} = 0,0000000000832$

d) $3,5 \cdot 10^{-12} = 0,0000000000035$

Ejercicio 7:

Efectúa las siguientes operaciones.

a) $7,3 \cdot 10^4 \cdot 5,25 \cdot 10^{-3}$

c) $8,3 \cdot 10^6 : 5,37 \cdot 10^2$

b) $8,91 \cdot 10^{-5} \cdot 5,7 \cdot 10^{14}$

d) $9,5 \cdot 10^{-6} : 3,2 \cdot 10^3$

a) $7,3 \cdot 10^4 \cdot 5,25 \cdot 10^{-3} = 3,8325 \cdot 10^2$

c) $8,3 \cdot 10^6 : 5,37 \cdot 10^2 = 1,545623836 \cdot 10^4$

b) $8,91 \cdot 10^{-5} \cdot 5,7 \cdot 10^{14} = 5,0787 \cdot 10^{10}$

d) $9,5 \cdot 10^{-6} : 3,2 \cdot 10^3 = 2,96875 \cdot 10^{-9}$

Ejercicio 8:

Simplifica el resultado de estas operaciones.

a) $\frac{6,147 \cdot 10^{-2} \cdot 4,6 \cdot 10^3}{7,9 \cdot 10^8 \cdot 6,57 \cdot 10^{-5}}$

b) $\frac{3,92 \cdot 10^4 \cdot 5,86 \cdot 10^{-6}}{7 \cdot 10^{-8} \cdot 9,2 \cdot 10^{13}}$

a) $\frac{6,147 \cdot 10^{-2} \cdot 4,6 \cdot 10^3}{7,9 \cdot 10^8 \cdot 6,57 \cdot 10^{-5}} = \frac{2,82762 \cdot 10^2}{5,1903 \cdot 10^4} = 5,447893185 \cdot 10^{-3}$

b) $\frac{3,92 \cdot 10^4 \cdot 5,86 \cdot 10^{-6}}{7 \cdot 10^{-8} \cdot 9,2 \cdot 10^{13}} = \frac{2,29712 \cdot 10^{-1}}{6,44 \cdot 10^6} = 3,566956522 \cdot 10^{-8}$

Ejercicio 9:

Realiza las operaciones.

a) $1,32 \cdot 10^4 + 2,57 \cdot 10^4$

b) $8,75 \cdot 10^2 + 9,46 \cdot 10^3$

c) $3,62 \cdot 10^4 + 5,85 \cdot 10^{-3}$

d) $2,3 \cdot 10^2 + 3,5 \cdot 10^{-1} + 4,75 \cdot 10^{-2}$

e) $3,46 \cdot 10^{-2} + 5,9 \cdot 10^4 + 3,83 \cdot 10^2$

a) $1,32 \cdot 10^4 + 2,57 \cdot 10^4 = 3,89 \cdot 10^4$

b) $8,75 \cdot 10^2 + 9,46 \cdot 10^3 = 1,0335 \cdot 10^4$

c) $3,62 \cdot 10^4 + 5,85 \cdot 10^{-3} = 3,620000585 \cdot 10^4$

d) $2,3 \cdot 10^2 + 3,5 \cdot 10^{-1} + 4,75 \cdot 10^{-2} = 2,303975 \cdot 10^2$

e) $3,46 \cdot 10^{-2} + 5,9 \cdot 10^4 + 3,83 \cdot 10^2 = 5,93830346 \cdot 10^4$

Ejercicio 10:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

Raíces de índice par	Raíces de índice impar
$\sqrt[4]{256} = \pm 4$ $\sqrt[4]{-256} = \text{no existe}$ Si el radicando es positivo, la raíz tiene dos signos: positivo y negativo, y si el radicando es negativo, la raíz no existe.	$\sqrt[3]{343} = 7$ $\sqrt[3]{-343} = -7$ Si el radicando es positivo, la raíz es positiva, y si es negativo, la raíz es negativa.

Calcula las siguientes raíces:

a) $\sqrt[3]{1\,000} =$

d) $\sqrt[5]{10\,000\,000\,000} =$

b) $\sqrt{10\,000} =$

e) $\sqrt[3]{0,000001} =$

c) $\sqrt[4]{0,0001} =$

f) $\sqrt[4]{100\,000\,000} =$

Ejercicio 11:

Comprueba el resultado de las raíces y, en el caso de no ser correcto, corrígelo:

a) $\sqrt[3]{-216} = +6$

f) $\sqrt[3]{-27} = -3$

b) $\sqrt[3]{-32} = 2$

g) $\sqrt{-9} = \text{no existe}$

c) $\sqrt[4]{81} = \pm 3$

h) $\sqrt[4]{625} = 5$

d) $\sqrt[5]{-64} = -2$

i) $\sqrt[3]{-1\,331} = 11$

e) $\sqrt{\frac{16}{81}} = \pm \frac{4}{9}$

j) $\sqrt[3]{\frac{27}{125}} = \pm \frac{3}{5}$

Ejercicio 12:

Calcular, aplicando mentalmente la definición de raíz (**no usar calculadora**):

a) $\sqrt{9} =$

i) $\sqrt{\frac{4}{25}} =$

p) $\sqrt{7^4} =$

b) $\sqrt{25} =$

j) $\sqrt{\frac{16}{100}} =$

q) $\sqrt{\frac{36}{25}} =$

c) $\sqrt{49} =$

k) $\sqrt{-4} =$

r) $\sqrt{121} =$

e) $\sqrt{1} =$

f) $\sqrt{0} =$

g) $\sqrt{\frac{1}{4}} =$

h) $\sqrt{\frac{1}{9}} =$

l) $\sqrt{64} =$

m) $\sqrt{2^{14}} =$

n) $\sqrt{5^{10}} =$

o) $\sqrt{3^6} =$

s) $\sqrt{169} =$

t) $\sqrt{400} =$

u) $\sqrt{144} =$

v) $\sqrt{196} =$

w) $\sqrt{2500} =$

Ejercicio 13:

Calcular, aplicando mentalmente la definición de raíz (**no vale calculadora**):

a) $\sqrt[3]{8} =$

b) $\sqrt[3]{27} =$

c) $\sqrt[3]{64} =$

d) $\sqrt[3]{1000} =$

e) $\sqrt[3]{-1} =$

f) $\sqrt[3]{-125} =$

g) $\sqrt[3]{-27} =$

h) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} =$

i) $\sqrt[3]{\frac{1}{125}} =$

j) $\sqrt[3]{\frac{27}{64}} =$

k) $\sqrt[3]{-1000} =$

l) $\sqrt[3]{-\frac{125}{8}} =$

m) $\sqrt[3]{-8} =$

n) $\sqrt[3]{2^{15}} =$

o) $\sqrt[3]{\frac{64}{1000}} =$

p) $\sqrt[3]{a^9} =$

q) $\sqrt[3]{-64} =$

r) $\sqrt[3]{125} =$

Ejercicio 14:

Multiplicar los siguientes radicales del mismo índice, simplificando siempre que sea posible (véase el primer ejemplo):

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32} = \sqrt{64} = \boxed{8}$

b) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{15} =$

c) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} =$

d) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} =$

e) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{4} =$

f) $\sqrt[3]{2} \sqrt[3]{5} =$

g) $\sqrt{32} \sqrt{8} =$ (Sol : 16)

h) $\sqrt{13} \sqrt{13} =$

i) $\sqrt[3]{9} \sqrt[3]{81} =$ (Sol : 9)

j) $\sqrt{2} \sqrt{8} \sqrt{16} =$ (Sol : 16)

k) $\sqrt{12} \sqrt{3} =$ (Sol : 6)

Ejercicio 15:

Simplificar, aplicando convenientemente las propiedades de las raíces (véase el primer ejemplo):

a) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \sqrt{16} = 4$

b) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} =$ (Sol : 2)

c) $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{9}} =$

d) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} =$

e) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} =$ (Sol : 3)

f) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} =$ (Sol : 2)

g) $\sqrt{\frac{256}{729}} =$ (Sol : 16 / 27)

h) $\frac{\sqrt{21}}{2\sqrt{7}} =$ (Sol : $\sqrt{3}/2$)

i) $\frac{\sqrt{33}}{\sqrt{3}} =$

j) $\sqrt[3]{\frac{125}{512}} =$ (Sol : 5 / 8)

k) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}} =$

l) $\frac{\sqrt{2} \sqrt{8}}{\sqrt{32}} =$ (Sol : $1/\sqrt{2}$)