

HOJA 1 DE EJERCICIOS PROPUESTOS
UNIDAD 4: REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES

Ejercicio 1: Considera la función definida por $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ para $x \neq 1$.

- Calcula las asíntotas de la gráfica de f .
- Estudia la posición de la gráfica de f respecto de sus asíntotas.

Ejercicio 2: Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^{\frac{2x}{x^2+1}}$. Calcula las asíntotas de la gráfica de f .

Ejercicio 3: Sea la función definida por $f(x) = \frac{9x-3}{x^2-2x}$ para $x \neq 0$ y $x \neq 2$.

- Calcula las asíntotas de la gráfica de f .
- Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .
- Con los datos obtenidos, esboza la gráfica de f .

Ejercicio 4: Esboza el recinto limitado por la gráfica de la parábola $y = -(x-2)^2 - 2$, la recta tangente a la gráfica de la parábola en el punto de abscisa $x = 3$, el semieje positivo de abscisas y el semieje negativo de ordenadas.

Ejercicio 5: Sea la función definida para $x \neq 1$ por $f(x) = \frac{2x^2}{x-1}$

- Determina las asíntotas de la gráfica de f
- Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de f .
- Esboza la gráfica de f .

Ejercicio 6: Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = |x^2 - 1|$

- Esboza la gráfica de la función
- Estudia la derivabilidad de la función.

Ejercicio 7: Considera la función $f: [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} 4x & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{16}{(x+1)^2} & \text{si } 1 < x < 3 \\ 4-x & \text{si } 3 \leq x \leq 4 \end{cases}$

Esboza la gráfica de f .

Ejercicio 8: Esboza el recinto limitado por la curva $y = \frac{1}{2} + \cos x$, los ejes coordenados y la recta $x = \pi$

Ejercicio 9: Considera las funciones $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = 6x - x^2$ y $g(x) = x^2 - 2x$. Esboza sus gráficas en unos mismos ejes coordenados y calcula sus puntos de corte.

Ejercicio 10: Sea la función f definida por $f(x) = \frac{3x^4 + 1}{x^3}$ para $x \neq 0$.

- Estudia las asíntotas de la gráfica de la función
- Estudia la monotonía y los extremos relativos.
- Esboza su gráfica

Ejercicio 11: Considera las funciones $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = 4 - 3|x|$ y $g(x) = x^2$. Esboza las gráficas de f y g . Determina sus puntos de corte.

Ejercicio 12: Sea $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \ln(x+1)$, donde \ln denota logaritmo neperiano. Esboza el recinto limitado por la gráfica de f , el eje OY, y la recta $y = 1$. Calcula los puntos de corte de las gráficas.

Ejercicio 13: Sea f la función definida por $f(x) = \frac{2x^2}{(x+1) \cdot (x-2)}$ para $x \neq -1$ y $x \neq 2$.

- Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de f .
- Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .
- Calcula, si existe, algún punto de la gráfica de f donde ésta corta a la asíntota horizontal.

Ejercicio 14: Sea f la función definida por $f(x) = \frac{e^{-x}}{1-x}$ para $x \neq 1$.

- Estudia las asíntotas y la monotonía de la gráfica de f .
- Esboza la gráfica de la función f .

Ejercicio 15: Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \frac{9-x^2}{4}$.

- Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.
- Esboza el recinto limitado por la gráfica de f , la recta $x + 2y = 5$ y el eje de abscisas.

Ejercicio 16: Sea la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^x \cdot (x-2)$. Representala gráficamente.

Ejercicio 17: Sean las funciones $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = \frac{x^2}{4}$ y $g(x) = 2\sqrt{x}$. Halla los puntos de corte de las gráficas de f y g . Realiza un esbozo del recinto que limitan.

Ejercicio 18: Sea f la función definida para $x \neq 0$ por $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$.

- Determina las asíntotas de la gráfica de f .
- Estudia la monotonía y los extremos relativos de f .
- Esboza la gráfica de f .

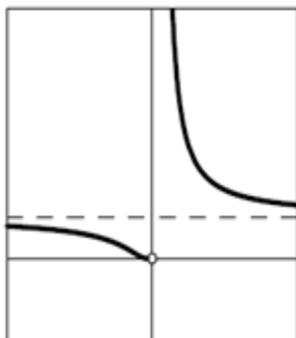
Ejercicio 19: Sea f la función definida para $x \neq 1$ por $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$.

- Halla sus asíntotas.
- Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Determina los intervalos de concavidad y convexidad (curvatura).
- Esboza su gráfica.

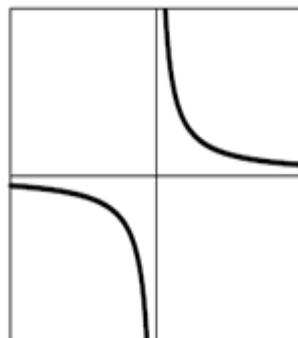
Ejercicio 20: Considera las tres funciones cuyas expresiones vienen dadas, para $x \neq 0$, por:

$$f(x) = \frac{x^2-1}{x}, \quad g(x) = e^{1/x} \quad \text{y} \quad h(x) = \ln|x|$$

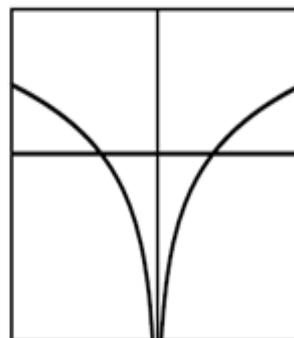
- Halla las ecuaciones de las asíntotas de las gráficas de f, g y h .
- Identifica, entre las que siguen, la gráfica de cada función, justificando la respuesta.



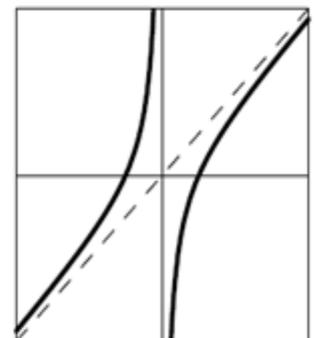
Gráfica 1



Gráfica 2



Gráfica 3



Gráfica 4