HOJA 1 DE EJERCICIOS PROPUESTOS
UNIDAD 6: **INTEGRALES DEFINIDAS**

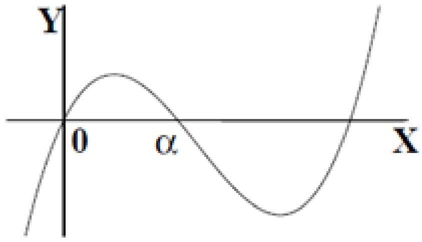
Ejercicio 1: Consideremos $F(x)=\int_0^x f(t)dt$

a) Si f fuese la función cuya gráfica aparece en el dibujo, indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones, razonando la respuesta:

i) $F(\alpha)=0$

ii) $F'(\alpha)=0$

iii) F es creciente en $(0,\alpha)$



b) Calcula $F(1)$ siendo $f(t)=\dfrac{1}{\sqrt{t+1}}$

Ejercicio 2: Sea $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=x\cdot|x-4|$.

a) Esboza la gráfica de f.
b) Estudia la derivabilidad en $x=4$.
c) Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y el eje de abscisas.

Ejercicio 3: Determina un polinomio $P(x)$ de segundo grado sabiendo que:

$P(0)=P(2)=1$ y $\int_0^2 P(x)=\dfrac{1}{3}$

Ejercicio 4: Calcula $\int_0^1 \dfrac{3x^3+1}{x^2-x-2}dx$

Ejercicio 5: Esboza el recinto limitado por los ejes coordenados y las gráficas delas funciones $y=1$ e $y=Ln(x)$. Calcula su área.

Ejercicio 6: Sea $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=x\cdot e^{-x}$. Esboza el recinto limitado por la curva $y=f(x)$, los ejes coordenados y la recta $x=-1$. Calcula su área.

Ejercicio 7: Esboza el recinto limitado por la gráfica de la parábola $y=-(x-2)^2-2$, la recta tangente a la gráfica de la parábola en el punto de abscisa $x=3$, el semieje positivo de abscisas y el semieje negativo de ordenadas. Calcula su área.

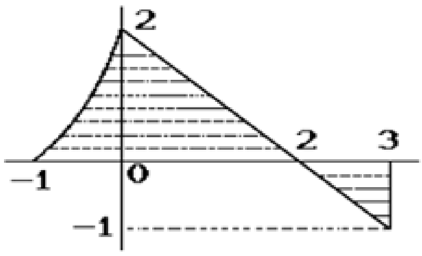
Ejercicio 8: Se quiere dividir la región plana encerrada entre la parábola $y=x^2$ y la recta $y=1$ en dos regiones de igual área mediante una recta $y=a$. Halla el valor de a.

Ejercicio 9: Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por:

$$f(x)=\begin{cases} 5x+10 & si \quad x\le -1 \\ x^2-2x+2 & si \quad x>-1 \end{cases}$$

a) Esboza la gráfica de f.
b) Calcula el área de la región limitada por la gráfica de f, el eje de abscisas y la recta $x=3$.

Ejercicio 10: Halla el área del recinto rayado que aparece en la figura adjunta sabiendo que la parte curva tiene como ecuación $y=\dfrac{2x+2}{1-x}$



Ejercicio 11: Considera la función $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por:

$$f(x)=\begin{cases} a(x-1) & si \quad -1<x\le 1 \\ x\cdot Ln(x) & si \quad x>1 \end{cases}$$

a) Determina el valor de a sabiendo que f es derivable.
b) Calcula $\int_0^2 f(x)dx$

Ejercicio 12: Calcula el área encerrada entre la curva $y=x^3-4x$ y el eje de abscisas.

Ejercicio 13: Calcula el valor de $b>0$, sabiendo que el área comprendida entre la curva $y=\sqrt{x}$ y la recta $y=bx$ es de $\dfrac{4}{3}$ unidades cuadradas.

Ejercicio 14: Sean $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x)=-\dfrac{1}{4}x^2+4$ y $g(x)=x^2-1$

a) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=-2$
b) Esboza el recinto limitado por las gráficas de ambas funciones y la recta $y=x+5$. Calcula el área de este recinto.

Ejercicio 15: Sean $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x)=4-3|x|$ y $g(x)=x^2$

a) Esboza las gráficas de f y g. Determina sus puntos de corte.
b) Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

Ejercicio 16: Calcula $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cdot\cos(x)dx$

Ejercicio 17: Sea $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=Ln(x+1)$.

a) Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, el eje OY y la recta $y=1$. Calcula los puntos de corte de las gráficas.
b) Halla el área del recinto anterior.

Ejercicio 18: Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=x^3-4x$
a) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=1$.
b) Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y la recta $y=-x-2$, determinando los puntos de corte de ambas gráficas.
c) Calcula el área del recinto anterior.

Ejercicio 19: Sea $I=\int_0^1 \frac{x}{1+\sqrt{1-x}}dx$
a) Expresa la integral I aplicando el cambio de variable $t=\sqrt{1-x}$.
b) Calcula el valor de I.

Ejercicio 20: Sea f una función continua en el intervalo $[2,3]$ y F una función primitiva de f tal que $F(2)=1$ y $F(3)=2$. Calcula;

a) $\int_2^3 f(x)dx$ b) $\int_2^3 \left(5f(x)-7\right)dx$ c) $\int_2^3 \left(F(x)\right)^2 f(x)dx$

Ejercicio 21: Sea la función f definida por $f(x)=\frac{2}{x^2-1}$ para $x\neq\pm1$
a) Halla una primitiva de f.
b) Calcula el valor de k para que el área del recinto limitado por el eje de abscisas y la gráfica de f en el intervalo $[2,k]$ sea $\ln(2)$.

Ejercicio 22: Calcula los valores de a y b sabiendo que la función $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=ax^2+b\ln(x)$ tiene un extremo relativo en $x=1$ y que $\int_1^4 f(x)dx=27-8\ln(4)$

Ejercicio 23: Calcula el valor de $a>0$ sabiendo que el área del recinto comprendido entre la parábola $y=x^2+ax$ y la recta $y+x=0$ vale 36 unidades cuadradas.

Ejercicio 24: Calcula $\int_0^{\pi^2} sen(\sqrt{x})dx$

Ejercicio 25: Dada la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=a\cdot sen(x)+bx^2+cx+d$, determina los valores de las constantes a,b,c y d sabiendo que la gráfica de f tiene tangente horizontal en el punto $(0,4)$ y que la segunda derivada de f es $f''(x)=3sen(x)-10$

Ejercicio 26: Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ y $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x)=x^2+|x|$, $g(x)=2$.
a) Determina los puntos de corte de f y g. Esboza dichas gráficas
b) Calcula el área del recinto limitado por dichas gráficas.