



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2008-2009

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Calcula los valores de a , b , c y d sabiendo que f verifica:

- El punto $(0,1)$ es un punto de inflexión de la gráfica de f .
- f tiene un mínimo local en el punto de abscisa $x = 1$.
- La recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$ tiene pendiente 1.

Ejercicio 2.- Considera las funciones $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = |x|$, $g(x) = 6 - x^2$.

- [1 punto] Esboza el recinto limitado por sus gráficas.
- [1'5 puntos] Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 3.- Tratamos de adivinar, mediante ciertas pistas, los precios de tres productos A , B y C .

- Pista 1: Si compramos una unidad de A , dos de B y una de C gastamos 118 euros.
- Pista 2: Si compramos n unidades de A , $n + 3$ de B y tres de C gastamos 390 euros.

- [1'5 puntos] ¿Hay algún valor de n para el que estas dos pistas sean incompatibles?
- [1 punto] Sabiendo que $n = 4$ y que el producto C cuesta el triple que el producto A , calcula el precio de cada producto.

Ejercicio 4.- Considera el punto $A(1, -2, 1)$ y la recta r definida por las ecuaciones
$$\begin{cases} x + y & = 2 \\ 2x + y + z & = 7 \end{cases}$$

- [1 punto] Halla la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por A .
- [1'5 puntos] Calcula la distancia del punto A a la recta r .



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2008-2009

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Se considera la función $f : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \sqrt{x^2 - x} + x$$

Determina la asíntota de la gráfica de f .

Ejercicio 2.- La curva $y = \frac{1}{2}x^2$ divide al rectángulo de vértices $A = (0, 0)$, $B = (2, 0)$, $C = (2, 1)$ y $D = (0, 1)$ en dos recintos.

- [0'75 puntos]** Dibuja dichos recintos.
- [1'75 puntos]** Halla el área de cada uno de ellos.

Ejercicio 3.-

(a) **[1'75 puntos]** Discute según los valores del parámetro λ el siguiente sistema

$$\left. \begin{array}{l} 3x + \lambda y = 0 \\ x + \lambda z = \lambda \\ x + y + 3z = 1 \end{array} \right\}$$

(b) **[0'75 puntos]** Resuélvelo para $\lambda = 0$.

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(1, 0, 0)$, la recta r definida por $x - 3 = \frac{y}{2} = \frac{z + 1}{-2}$ y la recta s definida por $(x, y, z) = (1, 1, 0) + \lambda(-1, 2, 0)$.

- [1'25 puntos]** Estudia la posición relativa de r y s .
- [1'25 puntos]** Halla la ecuación del plano que pasando por P es paralelo a r y s .

Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Calcula el siguiente límite (\ln denota logaritmo neperiano),

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln(x)} - \frac{2}{x^2 - 1} \right)$$

Ejercicio 2.- Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x|x - 1|$.

- [0'5 puntos]** Esboza la gráfica de f .
- [0'75 puntos]** Comprueba que la recta de ecuación $y = x$ es la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.
- [1'25 puntos]** Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y la de dicha tangente.

Ejercicio 3.- Sean F_1, F_2, F_3 las filas primera, segunda y tercera, respectivamente, de una matriz B de orden 3, cuyo determinante vale -2. Calcula, indicando las propiedades que utilices:

- [0'5 puntos]** El determinante de B^{-1} .
- [0'5 puntos]** El determinante de $(B^t)^4$ (B^t es la matriz traspuesta de B).
- [0'5 puntos]** El determinante de $2B$.
- [1 punto]** El determinante de una matriz cuadrada cuyas filas primera, segunda y tercera son, respectivamente, $5F_1 - F_3, 3F_3, F_2$.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Se considera la recta r definida por $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = \lambda - 2 \end{cases}$ y la recta s definida

por $\begin{cases} x = \mu \\ y = \mu - 1 \\ z = -1 \end{cases}$ Halla la ecuación de la recta perpendicular común a r y s .



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2008-2009

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2|x - 3|$.

- [1 punto] Estudia la continuidad y derivabilidad de f .
- [1'5 puntos] Estudia el crecimiento y decrecimiento de f . Calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- Sea $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = 1 + \ln(x)$, siendo \ln la función logaritmo neperiano.

- [1 punto] Comprueba que la recta de ecuación $y = 1 + \frac{1}{e}x$ es la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = e$.
- [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f , el eje de abscisas y la recta tangente del apartado (a).

Ejercicio 3.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$

- [1 punto] Calcula, si existe, la matriz inversa de A .
- [1'5 puntos] Calcula las matrices X e Y que satisfacen las ecuaciones matriciales $XA = A + 2B$ y $AY = A + 2B$.

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(1, 0, -2)$, la recta r definida por $\begin{cases} x - 2y - 1 = 0 \\ y + z - 2 = 0 \end{cases}$ y el plano π de ecuación $2x + y + 3z - 1 = 0$.

- [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por P , es paralelo a r y es perpendicular a π .
- [1'25 puntos] Halla la ecuación de la recta que pasa por P , corta a r y es paralela a π .



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2008-2009

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Se sabe que la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida como

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + bx + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ ax^2 - 5x + 2a & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

es derivable. Determina los valores de a y b .

Ejercicio 2.-

(a) [1'25 puntos] Calcula $\int x \operatorname{sen} x dx$.

(b) [1'25 puntos] Sean las funciones $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definidas por

$$f(x) = -x^2 + 1, \quad g(x) = x - 1$$

Calcula el área del recinto limitado por sus gráficas.

Ejercicio 3.-

(a) [1'25 puntos] Resuelve el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{r} x \quad \quad \quad + z = 2 \\ -x + y + 2z = 0 \\ -x + 2y + 5z = 2 \end{array} \right\}$$

(b) [1'25 puntos] Calcula λ sabiendo que el siguiente sistema tiene alguna solución común con el del apartado (a)

$$\left. \begin{array}{r} x + y + z = 1 \\ -x + y + 3z = 1 \\ x + 2y + \lambda z = -3 \end{array} \right\}$$

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(1, 1, -1)$, es paralela al plano de ecuación $x - y + z = 1$ y corta al eje Z .



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2008-2009

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x + e^{-x}$.

- [0'75 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f , así como los extremos relativos o locales de f .
- [0'5 puntos] Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de f .
- [0'75 puntos] Determina las asíntotas de la gráfica de f .
- [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f .

Ejercicio 2.- Sean $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas por

$$f(x) = x^2 + |x|, \quad g(x) = 2$$

- [1 punto] Determina los puntos de corte de las gráficas de f y g . Esboza dichas gráficas.
- [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por dichas gráficas.

Ejercicio 3.- Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = A - kI$, donde k es una constante e I es la matriz identidad de orden 2.

- [0'75 puntos] Determina los valores de k para los que B no tiene inversa.
- [0'5 puntos] Calcula B^{-1} para $k = -1$.
- [1'25 puntos] Determina las constantes α y β para las que se cumple $A^2 + \alpha A = \beta I$.

Ejercicio 4.- Sean la recta r definida por $\begin{cases} x - y = -2 \\ x - z = -3 \end{cases}$ y la recta s definida por $\begin{cases} x = 1 \\ 2y - z = -2 \end{cases}$

- [1 punto] Estudia la posición relativa de r y s .
- [1'5 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a s y es paralelo a r .



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2008-2009

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Se divide un segmento de longitud $L = 20$ cm en dos trozos. Con uno de los trozos se forma un cuadrado y con el otro un rectángulo en el que la base es el doble de la altura. Calcula la longitud de cada uno de los trozos para que la suma de las áreas del cuadrado y del rectángulo sea mínima.

Ejercicio 2.- La recta tangente a la gráfica de la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = mx^2 + nx - 3$, en el punto $(1, -6)$, es paralela a la recta de ecuación $y = -x$.

- [1'25 puntos]** Determina las constantes m y n . Halla la ecuación de dicha recta tangente.
- [1'25 puntos]** Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de la función, la recta tangente anterior y el eje de ordenadas.

Ejercicio 3.- Sean A , B , C y X matrices cualesquiera que verifican $AXB = C$.

- [1 punto]** Si las matrices son cuadradas de orden 3, y se sabe que el determinante de A es 3, el de B es -1 y el de C es 6, calcula el determinante de las matrices X y $2X$.
- [1'5 puntos]** Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ calcula la matriz X .

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Considera la recta r definida por

$$\begin{cases} y & = & -1 \\ 2x - z & = & 2 \end{cases}$$

y la recta s definida por

$$\begin{cases} x & = & 4 + 3\lambda \\ y & = & 3 - \lambda \\ z & = & 5 + 4\lambda \end{cases}$$

Halla la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s .



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2008-2009

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] De entre todos los rectángulos cuya área mide 16 cm^2 , determina las dimensiones del que tiene diagonal de menor longitud.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Sea f la función definida por

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{4 - 9x^4}}$$

Halla la primitiva F de f que cumple $F(0) = 3$. (Sugerencia: utiliza el cambio de variable $t = \frac{3}{2}x^2$).

Ejercicio 3.- [2'5 puntos] Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad y \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Determina la matriz X que verifica $AX - B^t = 2C$ (B^t es la matriz traspuesta de B).

Ejercicio 4.- Considera la recta r definida por

$$\begin{cases} x - y + 3 & = 0 \\ x + y - z - 1 & = 0 \end{cases}$$

y la recta s definida por

$$\begin{cases} 2y + 1 & = 0 \\ x - 2z + 3 & = 0 \end{cases}$$

(a) [1'5 puntos] Determina la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s .

(b) [1 punto] ¿Existe algún plano que contenga a r y sea perpendicular a s ? Razona la respuesta.

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 3x - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- (a) [0'75 puntos] Estudia su continuidad y derivabilidad.
- (b) [1'25 puntos] Determina sus asíntotas y sus extremos relativos.
- (c) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f .

Ejercicio 2.- Considera la curva de ecuación $y = x^3 - 3x$.

- (a) [0'5 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto de abscisa $x = -1$.
- (b) [2 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la curva dada y la recta $y = 2$.

Ejercicio 3.- [2'5 puntos] Una empresa envasadora ha comprado un total de 1500 cajas de pescado en tres mercados diferentes, a un precio por caja de 30, 20 y 40 euros respectivamente. El coste total de la operación ha sido de 40500 euros. Calcula cuánto ha pagado la empresa en cada mercado, sabiendo que en el primero de ellos se ha comprado el 30 % de las cajas.

Ejercicio 4.- Considera la recta r definida por $\begin{cases} x + y = 2 \\ y + z = 0 \end{cases}$ y la recta s que pasa por los puntos $A(2, 1, 0)$ y $B(1, 0, -1)$.

- (a) [1 punto] Estudia la posición relativa de ambas rectas.
- (b) [1'5 puntos] Determina un punto C de la recta r tal que los segmentos \overline{CA} y \overline{CB} sean perpendiculares.



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2008-2009

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función dada por $f(x) = \begin{cases} \frac{x(\ln x)^2}{(x-1)^2} & \text{si } x \neq 1 \\ a & \text{si } x = 1 \end{cases}$

- [1'25 puntos] Sabiendo que f es continua, calcula a (\ln denota el logaritmo neperiano).
- [1'25 puntos] Estudia la existencia de asíntota horizontal para la gráfica de esta función. En caso de que exista, determina su ecuación.

Ejercicio 2.- Se consideran las funciones $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por

$$f(x) = \sqrt{3x}, \quad g(x) = \frac{1}{3}x^2$$

- [0'5 puntos] Haz un esbozo de sus gráficas.
- [2 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de ambas funciones.

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{array}{l} x + \lambda y + z = 4 \\ x + 3y + z = 5 \\ \lambda x + y + z = 4 \end{array} \right\}$$

- [1'75 puntos] Discútelo según los valores del parámetro λ .
- [0'75 puntos] Resuélvelo en el caso $\lambda = 1$.

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $3x - 2y - 2z = 7$ y la recta r definida por

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$$

- [1'25 puntos] Determina la ecuación del plano paralelo a π que contiene a r .
- [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano ortogonal a π que contiene a r .

Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Se sabe que la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

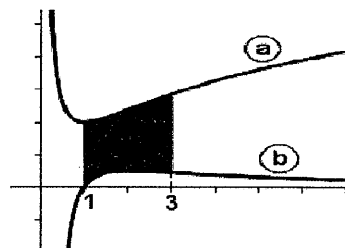
$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

tiene extremos relativos en $(0, 0)$ y en $(2, 2)$. Calcula a , b , c y d .

Ejercicio 2.- Las dos gráficas del dibujo corresponden a la función $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \frac{2}{x} + 2\ln(x)$$

y a la de su derivada $f' : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ (\ln denota logaritmo neperiano).



(a) [0'5 puntos] Indica, razonando la respuesta, cuál es la gráfica de f y cuál la de f' .

(b) [2 puntos] Calcula el área de la región sombreada.

Ejercicio 3.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

(a) [1 punto] Calcula, si existe, A^{-1} .

(b) [1'5 puntos] Resuelve el sistema $AX = 3X$ e interpreta geoméricamente el conjunto de sus soluciones.

Ejercicio 4.- Sea la recta r definida por $\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 3x + z = 0 \end{cases}$

(a) [1 punto] Determina la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por el punto $P(1, 1, 1)$.

(b) [1'5 puntos] Halla los puntos de r cuya distancia al origen es de 4 unidades.



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2008-2009

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] De todos los triángulos cuya base y altura suman 20 cm ¿qué base tiene el de área máxima?

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Calcula un número positivo a , menor que 4, para que el recinto limitado por la parábola de ecuación $y = x^2$ y las dos rectas de ecuaciones $y = 4$ e $y = a$, tenga un área de $\frac{28}{3}$ unidades cuadradas.

Ejercicio 3.- Sea el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} x + y = m + 1 \\ x + my + z = 1 \\ mx + y - z = m \end{array} \right\}$$

- [1'5 puntos]** Determina los valores de m para los que el sistema es compatible.
- [1 punto]** Resuelve el sistema en el caso $m = -1$.

Ejercicio 4.- Sea el punto $P(2, 3 - 1)$ y la recta r definida por $\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ x - 2y - 4z = 1 \end{cases}$

- [1'25 puntos]** Halla la ecuación del plano que pasa por P y contiene a r .
- [1'25 puntos]** Halla el punto de r que está más cerca de P .



CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CRITERIOS GENERALES. Los criterios esenciales de valoración de un ejercicio serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento sin la resolución efectiva no es suficiente para obtener una valoración completa del ejercicio. También se tendrá en cuenta lo siguiente:

- En los ejercicios en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.
- Los estudiantes pueden utilizar calculadoras; no obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente razonados.
- Los errores cometidos en un apartado, por ejemplo en el cálculo del valor de un cierto parámetro, no se tendrán en cuenta en la calificación de los apartados posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten ser de una complejidad equivalente.
- Los errores no conceptuales en las operaciones se penalizarán con un máximo del 10 % de la nota total del ejercicio.
- La presentación clara y ordenada del ejercicio se valorará positivamente.
- Si se realizan ejercicios de las dos opciones, sólo se evaluarán los ejercicios de la misma opción que el primero que aparezca físicamente en el papel de examen.

CRITERIOS ESPECÍFICOS PARA ESTE MODELO. La evaluación se realizará según el desglose de las puntuaciones que se hace a continuación. Si algún apartado no se menciona específicamente, su puntuación es la que figura en el enunciado del ejercicio correspondiente.

Cuando se dice: “**x puntos por A**”, hay que interpretar que se deben conceder x puntos si lo que se dice en la frase A está hecho o estudiado correctamente, incluyendo, si así se pide en el enunciado, la justificación oportuna.

Opción A

Ejercicio 1.- Hasta 1 punto por obtener la pendiente de la asíntota.

Ejercicio 2.- (a) Lo indicado en el enunciado.

(b) Hasta 1 punto por el cálculo de una de las áreas.

Ejercicio 3.- (a) Hasta 0'5 puntos por calcular los valores de λ . Hasta 0'25 puntos por el caso compatible determinado.

(b) Lo indicado en el enunciado.

Ejercicio 4.- (a) Lo indicado en el enunciado.

(b) Hasta 0'75 puntos por el planteamiento.

Opción B

Ejercicio 1.- Hasta 1'25 puntos por el planteamiento. Hasta 0'5 puntos por la justificación de mínimo.

Ejercicio 2.- Hasta 1 punto por efectuar el cambio. Hasta 0'5 puntos por el cálculo de la constante.

Ejercicio 3.- Si despeja la matriz X simbólicamente, hasta 1 punto. Si calcula A^{-1} , hasta 0'75 puntos.

Ejercicio 4.- (a) Hasta 0'75 puntos por el planteamiento.

(b) Lo indicado en el enunciado.