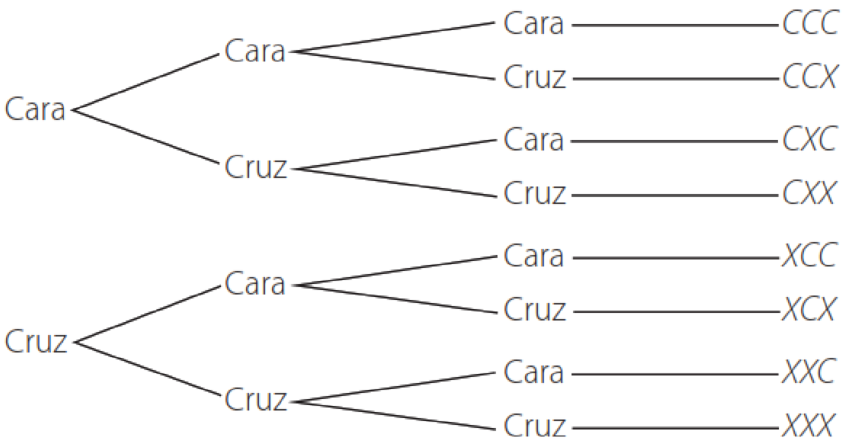
RELACIÓN 1 EJERCICIOS: CÁLCULO DE PROBABILIDADES

Ejercicio 1:

Con ayuda de un diagrama de árbol, calcula el espacio muestral asociado al experimento aleatorio que consiste en lanzar tres monedas y anotar el número de caras y cruces.



El espacio muestral es: $E = \{CCC, CCX, CXC, CXX, XCC, XCX, XXC, XXX\}$

Ejercicio 2:

Al extraer una carta de una baraja española, expresa estos sucesos en forma de uniones e intersecciones.

a) $A =$ «Salir una figura de copas» b) $B =$ «Salir una sota o bastos»

a) $A = \{\text{Salir la sota de copas}\} \cup \{\text{Salir el caballo de copas}\} \cup \{\text{Salir el rey de copas}\}$

b) $B = \{\text{Salir una sota}\} \cup \{\text{Salir una carta de bastos}\}$

Ejercicio 3:

En una urna hay 7 bolas numeradas del 1 al 7. Se extrae una bola al azar y se anota su número.

a) Explica si el experimento es aleatorio.

b) Determina el espacio muestral.

c) Forma dos sucesos compuestos y sus contrarios.

a) En efecto, es aleatorio ya que por muchas veces que se repita, jamás se puede predecir el resultado que se va a obtener en una próxima experiencia.

b) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

c) $A = \{1, 3\} \Rightarrow \bar{A} = \{2, 4, 5, 6, 7\}$

$B = \{4, 5, 7\} \Rightarrow \bar{B} = \{1, 2, 3, 6\}$

Ejercicio 4:

En el experimento que consiste en lanzar un dado cúbico con las caras numeradas del 1 al 6:

a) Expón un ejemplo de dos sucesos que sean contrarios. ¿Son incompatibles?

b) Muestra dos sucesos que sean incompatibles. ¿Son contrarios?

a) Sucesos contrarios: A = "*salir par*" = {2, 4, 6} y $\overline{A}$ = "*salir impar*" = {1, 3, 5}.
Efectivamente, A y $\overline{A}$ son incompatibles.

b) Sucesos incompatibles: $A = \{1, 2\}$ y $B = \{3, 4\}$.
Los sucesos A y B son incompatibles, pues $A \cap B = \varnothing$, pero no son contrarios ($\overline{A} = \{3, 4, 5, 6\} \neq B$).

Ejercicio 5:

Una urna contiene 8 bolas numeradas del 1 al 8. Se extrae una bola al azar y se anota su número. Considera $A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{3, 8\}$ y $C = \{1, 2, 5, 7\}$.

Halla los siguientes sucesos.

$A \cup B$	$B \cup C$	$A \cap C$
$A \cup C$	$A \cap B$	$B \cap C$

$A \cup B = \{2, 3, 5, 8\}$	$A \cup C = \{1, 2, 3, 5, 7\}$	$B \cup C = \{1, 2, 3, 5, 7, 8\}$
$A \cap B = \{3\}$	$A \cap C = \{2, 5\}$	$B \cap C = \varnothing$

Ejercicio 6:

Se lanza un dado de 6 caras donde hay marcados tres 1, dos X y un 2.

Calcula la probabilidad de estos sucesos.

a) «Salir 1» b) «Salir X» c) «Salir 2»

a) $P(\text{Salir } 1) = \dfrac{1}{2}$ b) $P(\text{Salir X}) = \dfrac{1}{3}$ c) $P(\text{Salir } 2) = \dfrac{1}{6}$

Ejercicio 7:

De los 39 alumnos de una clase, 16 escogieron francés y 27 inglés. Nueve alumnos eligieron ambos, y el resto no escogió ninguno de ellos. Si se elige al azar un alumno de dicha clase, halla las siguientes probabilidades.

a) Escogió francés.

$$P(F) = \frac{16}{39}$$

b) Escogió inglés.

$$P(I) = \frac{27}{39}$$

c) Escogió ambos idiomas.

$$P(F \cap I) = \frac{9}{39}$$

d) Escogió francés o inglés.

$$P(F \cup I) = P(F) + P(I) - P(F \cap I) = \frac{16}{39} + \frac{27}{39} - \frac{9}{39} = \frac{35}{39}$$

e) Escogió francés, pero no inglés.

$$P(F \cap I^C) = P(F) - P(F \cap I) = \frac{7}{39}$$

f) No escogió ni inglés ni francés.

$$P(F^C \cap I^C) = 1 - P(F \cup I) = 1 - \frac{35}{39} = \frac{4}{39}$$

Ejercicio 8:

En un intercambio cultural participan 17 alumnos españoles, 8 italianos, 4 franceses y 2 holandeses. Elegido un alumno al azar, halla:

a) *P*(*ser francés*)

b) *P*(*ser italiano*)

c) *P*(*ser holandés*)

a) $P(\textit{ser francés}) = \frac{4}{31} = 0{,}1290$

b) $P(\textit{ser italiano}) = \frac{8}{31} = 0{,}2581$

c) $P(\textit{ser holandés}) = \frac{2}{31} = 0{,}0645$

Ejercicio 9:

En una urna hay 8 bolas numeradas del 1 al 8. Se extrae una bola al azar y se apunta su número. Considera los sucesos $A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{3, 8\}$ y $C = \{1, 2, 5, 7\}$.

Halla la probabilidad de $A \cup B$, $B \cup C$, $A \cup C$, $\overline{A}$, $\overline{B}$ y $\overline{C}$.

$P(A \cup B)$: Como A y B son compatibles: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{8} + \frac{2}{8} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

$P(B \cup C)$: Como B y C son incompatibles: $P(B \cup C) = P(B) + P(C) = \frac{2}{8} + \frac{4}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.

$P(A \cup C)$: Como A y C son compatibles: $P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C) = \frac{3}{8} + \frac{4}{8} - \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$.

$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{2}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$P(\overline{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{4}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

Ejercicio 10:

En una biblioteca están estudiando 5 alumnos de 3.° de ESO, 7 de 4.°, 11 de 1.° de Bachillerato y 15 de 2.° Elegido un estudiante al azar, halla la probabilidad de:

a) *Ser un alumno de ESO.*

b) *Ser un alumno de Bachillerato.*

a) $P(\text{Ser un alumno de ESO}) = \dfrac{5+7}{5+7+11+15} = \dfrac{12}{38} = \dfrac{6}{19}$

b) $P(\text{Ser un alumno de Bachillerato}) = \dfrac{11+15}{38} = \dfrac{26}{38} = \dfrac{13}{19}$

Ejercicio 11:

Se extrae una carta de una baraja española y se tira un dado cúbico con las caras numeradas del 1 al 6. Halla la probabilidad de sacar una espada y obtener un número par en el dado.

$P(\text{espada y n.° par}) = P(\text{espada}) \cdot P(\text{n.° par}) = \dfrac{10}{40} \cdot \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{8}$

Ejercicio 12:

En una bolsa se introducen unas tarjetas con los nombres de los alumnos de una clase: 16 chicas y 12 chicos. Se extraen 2 tarjetas al azar. Halla la probabilidad de que sean de 2 chicas:

a) Con devolución de la primera tarjeta.

b) Sin devolución.

a) Con devolución de la tarjeta.

$P(\text{2 chicas}) = P(\text{chica la 1.ª y chica la 2.ª}) = P(\text{chica la 1.ª}) \cdot P(\text{chica la 2.ª}) = \dfrac{16}{28} \cdot \dfrac{16}{28} = 0{,}3265$

b) Sin devolución de la tarjeta.

$P(\text{2 chicas}) = P(\text{chica la 1.ª y chica la 2.ª}) = P(\text{chica la 1.ª}) \cdot P(\text{chica la 2.ª/chica la 1.ª}) = \dfrac{16}{28} \cdot \dfrac{15}{27} = 0{,}3175$

Ejercicio 13:

En una caja hay 5 botones rojos, 3 azules y 7 verdes. Si sacamos un botón al azar, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.

A = «Salir botón rojo»

B = «Salir botón verde o azul»

C = «No salir botón azul»

$P(A) = \dfrac{1}{3}$ $\qquad P(B) = \dfrac{2}{3}$ $\qquad P(C) = \dfrac{4}{5}$

Ejercicio 14:

Una caja contiene 25 caramelos de limón y 15 de menta. Se extraen 2 caramelos al azar. Halla la probabilidad de que el primero sea de menta y el segundo de limón:

a) Con devolución del primer caramelo.

b) Sin devolución.

a) Con devolución del primer caramelo.

$$P(1.^{\circ}\ \text{menta y } 2.^{\circ}\ \text{limón}) = P(1.^{\circ}\ \text{menta}) \cdot P(2.^{\circ}\ \text{limón}) = \frac{15}{40} \cdot \frac{25}{40} = 0{,}2344$$

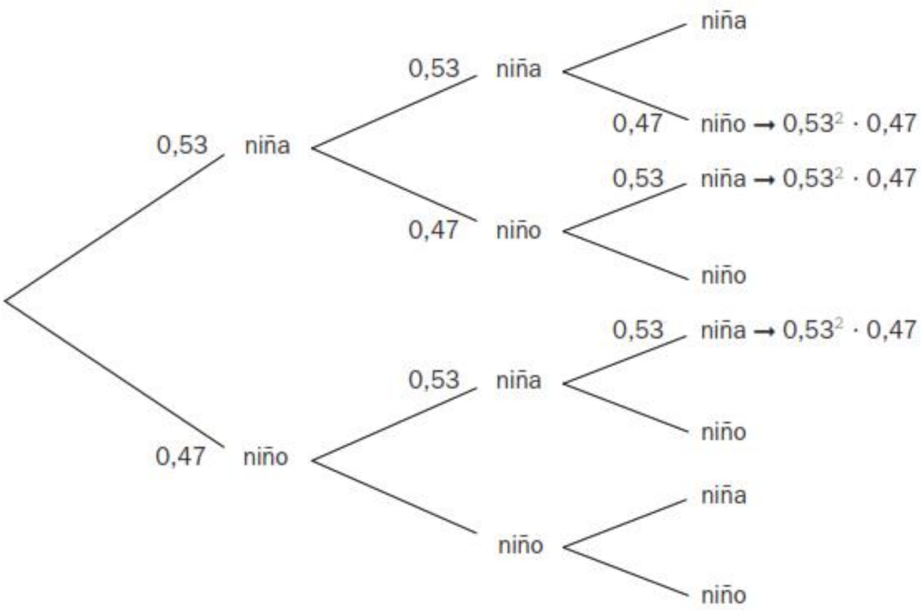
b) Sin devolución.

$$P(1.^{\circ}\ \text{menta y } 2.^{\circ}\ \text{limón}) = P(1.^{\circ}\ \text{menta}) \cdot P(2.^{\circ}\ \text{limón}/1.^{\circ}\ \text{menta}) = \frac{15}{40} \cdot \frac{25}{39} = 0{,}2404$$

Ejercicio 15:

Imagina que en una familia la probabilidad de nacer niña es 0,53, y la de nacer niño, 0,47. Si tienen tres descendientes, ¿cuál es la probabilidad de que sean dos niñas y un niño?

Consideramos el siguiente diagrama en árbol:



$$P(2\ \text{niñas y } 1\ \text{niño}) = 3 \cdot 0{,}53^2 \cdot 0{,}47 = 0{,}3961$$

Ejercicio 16:

Copia y completa la siguiente tabla de contingencia que muestra la distribución de las tres clases de 4.° de ESO de un centro escolar.

	Alumnos	Alumnas	
A	30		
B		60	100
C			78
	100		232

Si se escoge un estudiante al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que pertenezca a la clase *A*?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea alumna?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que sea alumna y esté en la clase *B*?

d) ¿Cuál es la probabilidad de que, sabiendo que es alumna, corresponda a la clase *C*?

e) ¿Cuál es la probabilidad de que sea alumno sabiendo que pertenece a la clase *A*?

	Alumnos	Alumnas	
A	30	24	54
B	40	60	100
C	30	48	78
	100	132	232

a) $P(A) = \frac{54}{232} = \frac{27}{116} = 0{,}125$

b) $P(alumna) = \frac{132}{232} = \frac{33}{58} = 0{,}5690$

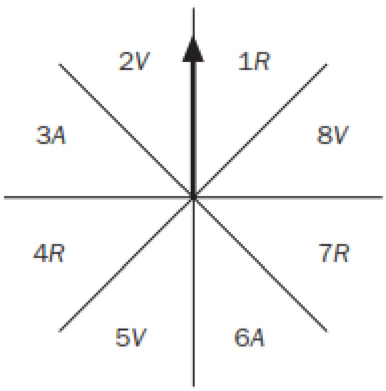
c) $P(alumna \cap B) = \frac{60}{232} = \frac{15}{58} = 0{,}2585$

d) $P(C/Alumna) = \frac{48}{132} = \frac{4}{11} = 0{,}3636$

e) $P(alumno/A) = \frac{30}{54} = \frac{5}{9} = 0{,}\widehat{5}$

<u>Ejercicio 17</u>:

Se procede a girar la flecha de la ruleta.



$R \equiv$ Sector de color rojo
$V \equiv$ Sector de color verde
$A \equiv$ Sector de color amarillo

Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.

a) ***Salir un número par.***

b) ***Salir un número impar y el color rojo.***

c) ***Salir un número impar o el color amarillo.***

d) ***Salir un número par o el color verde.***

e) ***No salir el color rojo.***

a) $P(P) = \frac{1}{2}$

b) $P(I \cap R) = \frac{1}{4}$

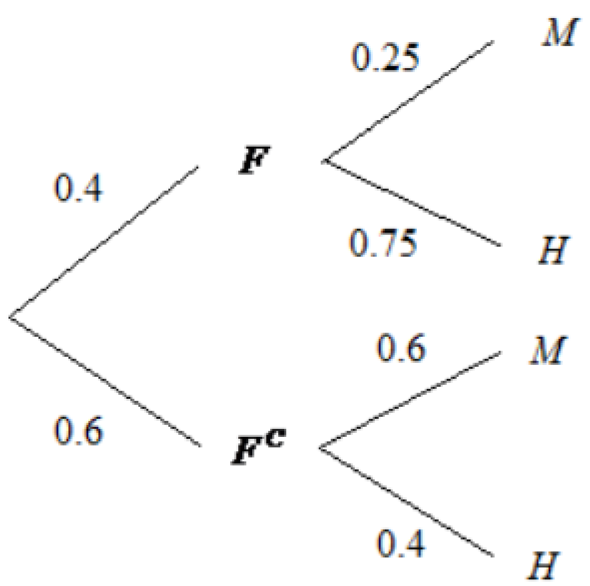
c) $P(I \cup A) = P(I) + P(A) - P(I \cap A) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$

d) $P(P \cup V) = P(P) + P(V) - P(P \cap V) = \frac{1}{2} + \frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$

e) $P(\overline{R}) = 1 - P(R) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

Ejercicio 18:

Un médico ha observado que el 40% de sus pacientes fuma y de estos, el 75% son hombres. Entre los que no fuman, el 60% son mujeres. Calcula la probabilidad de:



a) Un paciente no fumador sea hombre.

Esto aunque no viene precedido "de sabiendo que" o va entre comas, se trata de una condicionada. Es distinto "no fumador sea hombre" que por ejemplo "sea hombre no fumador". Esto es más bien una cuestión de Lengua Castellana. Bueno resolvamos ya sin más dilaciones:

$P(H/F^C)=0.4$ directamente en el árbol.

b) Un paciente sea hombre fumador.

Al igual que antes y por la distinción que hemos hecho en el razonamiento anterior, ahora se trata de una intersección y no una condicionada.

$P(F\cap H)=P(F)\cdot P(H/F)=0.4\cdot 0.75=0.3$

c) Un paciente sea mujer

Esto es claramente y mirando a nuestro árbol, probabilidad total.

$$P(M)=P(F)\cdot P(M/F)+P(F^C)\cdot P(H/F^C)=$$
$$=0.4\cdot 0.25+0.6\cdot 0.6=$$
$$=0.46$$

d) Sabiendo que el paciente ha sido hombre, qué probabilidad hay de que sea fumador.

Y ya para rizar el rizo y claramente condicionando al suceso posterior, tocamos un poquito de teorema de Bayes.

Para empezar la $P(H)=1-P(M)=0.54$ ya la tenemos calculada.

Ahora $P(F/H)=\dfrac{P(F\cap H)}{P(H)}=\dfrac{P(F)\cdot P(H/F)}{P(H)}=\dfrac{0.3}{0.54}=0.\widehat{5}$

Ejercicio 19:

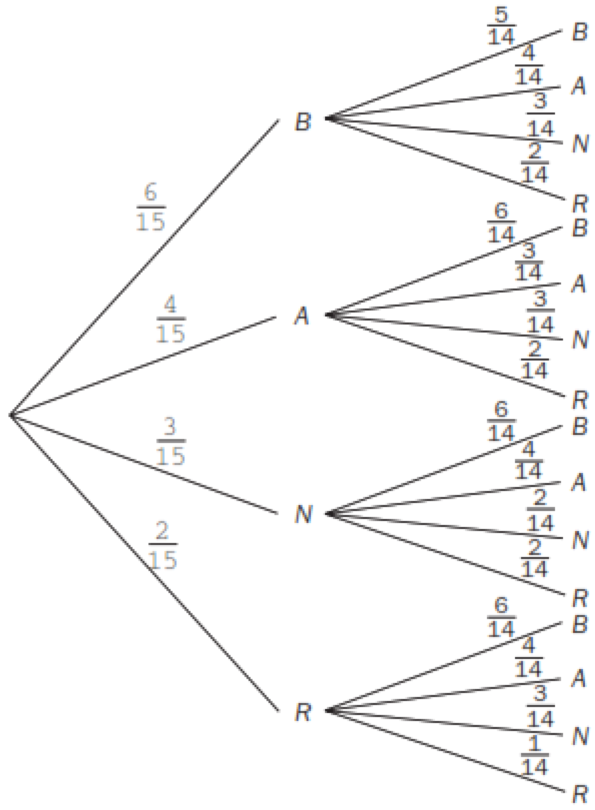
En el armario de Luis hay 6 camisetas blancas, 4 azules, 3 negras y 2 rojas. Si saca consecutivamente 2 camisetas, ¿qué tipo de experimento realiza? Dibuja un diagrama en árbol con los resultados posibles y calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.

a) ***Sacar dos camisetas negras.***

b) ***Sacar una camiseta blanca y otra azul.***

c) ***No sacar ninguna camiseta roja.***

El experimento que realiza es aleatorio.



a) $P(N_1 \cap N_2) = \frac{3}{15} \cdot \frac{2}{14} = \frac{6}{210} = \frac{1}{35} = 0{,}0286$

b) $P(B \cap A) = \frac{6}{15} \cdot \frac{4}{14} + \frac{4}{15} \cdot \frac{6}{14} = \frac{48}{210} = \frac{8}{35} = 0{,}2286$

c) $P(\overline{R}_1 \cap \overline{R}_2) = P(\overline{R}_1) \cdot P(\overline{R}_2 / \overline{R}_1) = \frac{13}{15} \cdot \frac{12}{14} = \frac{156}{210} = \frac{26}{35} = 0{,}7429$

Ejercicio 20:

Un jugador de dardos dispone de dos oportunidades de dar en el blanco en la diana. La probabilidad de acertar cuando lanza es de 0,63.

a) Halla la probabilidad de que atine al menos una vez.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que falle en los dos lanzamientos?

a) $P(B_1 \cup B_2) = 1 - P(\overline{B}_1 \cap \overline{B}_2) = 1 - 0{,}37^2 = 0{,}8631$

b) $P(F_1 \cap F_2) = P(\overline{B}_1 \cap \overline{B}_2) = 0{,}37^2 = 0{,}1369$

Ejercicio 21:

8. Los estudiantes de 1º y 2º de Bachillerato de un centro escolar se distribuyen por curso y sexo como se indica en la tabla, aunque hay números desconocidos:
a) Completa los números que faltan.
b) Se elige un estudiante al azar y se consideran los siguientes sucesos:

Curso	Chicos	Chicas	Total
1º	60	a	130
2º	b	65	c
Total	110	d	245

A = "sea una chica"; B = "sea de 1º"; C = "sea una chica de 2º"; D = "sea un chico de 1º"

F = "sea de 1º si se sabe que es un chico"; G = "sea un chico si se sabe que es de 1º"

Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores.

Solución:

a) Como las sumas por filas y columnas deben "cuadrar", se tendrá:

$60 + a = 130 \Rightarrow a = 70$; $60 + b = 110 \Rightarrow b = 50$; $c = 50 + 65 = 115$; $d = 70 + 65 = 135$

Por tanto, la tabla completa es la siguiente.

Curso	**Chicos**	**Chicas**	**Total**
1º	60	70	130
2º	50	65	115
Total	110	135	245

a) Hay 135 chicas $\rightarrow P(A) = \frac{135}{245}$.

Hay 130 alumnos/as de 1º $\rightarrow P(B) = \frac{130}{245}$

Hay 65 chicas de 2º $\rightarrow P(C) = \frac{65}{245}$.

Hay 60 chicos de 1º $\rightarrow P(D) = \frac{60}{245}$.

Hay 110 chicos, de los que 60 son de 1º $\rightarrow P(F) = \frac{60}{110}$.

Hay 130 estudiantes de 1º, de los que 60 son chicos $\rightarrow P(F) = \frac{60}{130}$.

Ejercicio 22:

9. En una empresa trabajan 3 mujeres por cada 2 hombres. Se sabe que el 20% de las mujeres y el 26% de los hombres necesitan gafas. Con esos datos construye una tabla de contingencia que distribuya a los trabajadores según su sexo y necesidad de gafas. A partir de los datos de esa tabla, si se elige un empleado al azar halla la probabilidad de los sucesos que se indican:

a) Que sea mujer.

b) Que sea una mujer y necesite gafas.

c) Que sea mujer si necesita gafas.

d) Que sea mujer o necesite gafas.

Solución:

Para evitar fracciones y números decimales puede suponerse que en la empresa hay 500 trabajadores. De ellos, 300 serán mujeres; 200 serán hombres.

Necesitan gafas el 20% de las mujeres $\rightarrow$ $300 \cdot 0{,}20 = 60$;

Necesitan gafas el 26% de los hombres $\rightarrow 200 \cdot 0{,}26 = 52$.

Por tanto, puede construirse la siguiente tabla.

	Mujeres (*M*)	Hombres (*H*)	Total
Necesitan gafas (*G*)	60	52	112
No necesitan gafas (*NG*)	240	148	388
Total	300	200	500

Se tienen las siguientes probabilidades:

a) Que sea mujer $\rightarrow P(M) = \frac{300}{500} = 0,6$

b) Que sea una mujer y necesite gafas $\rightarrow P(M \cap G) = \frac{60}{500} = 0,12$.

c) Que sea mujer si necesita gafas $\rightarrow P(M / G) = \frac{60}{112} \approx 0,5357$.

d) Que sea mujer o necesite gafas $\rightarrow$

$$P(M \cup G) = P(M) + P(G) - P(M \cap G) = \frac{300}{500} + \frac{112}{500} - \frac{60}{500} = \frac{352}{500} = 0,704.$$

Ejercicio 23:

12. Se tienen dos sucesos aleatorios A y B y se conocen las probabilidades:

$P(A)=0,4$; $P(B)=0,5$ y $P(A\cup B)=0,7$.

a) ¿Son los sucesos A y B incompatibles? Razona la respuesta.

b) ¿Son sucesos independientes? Razona la respuesta.

Solución:

a) Dos sucesos A y B son incompatibles cuando $P(A\cap B)=0$.

Como

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B) \Rightarrow P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$$

En este caso:

$$P(A\cap B)=0,4+0,5-0,7=0,2\neq 0 \Rightarrow A \text{ y } B \text{ no son incompatibles.}$$

b) Dos sucesos A y B son independientes cuando $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$.

Como

$$P(A\cap B)=0,2 \text{ y } P(A)\cdot P(B)=0,4\cdot 0,5=0,2 \Rightarrow \text{los sucesos son independientes.}$$

Ejercicio 24:

13. Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que $P(A) = 0,4$; $P(A\cup B) = 0,5$; $P(B/A) = 0,5$. Calcula:

a) $P(A\cap B)$ b) $P(B)$ c) $P\left(A/\overline{B}\right)$

Solución:

a) Se conocen las probabilidades:

$P(A) = 0,4$; $P(A\cup B) = 0,5$; $P(B/A) = 0,5$.

Como

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) \Rightarrow 0,5 = 0,4 + P(B) - P(A\cap B) \qquad [1]$$

Por la probabilidad condicionada:

$$P(B/A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)} \Rightarrow 0,5=\frac{P(A\cap B)}{0,4} \Rightarrow P(A\cap B)=0,5\cdot 0,4=0,2$$

b) Sustituyendo en [1]:

$$0,5 = 0,4 + P(B) - 0,2 \Rightarrow P(B) = 0,3$$

c) De $P(B) = 0,3 \Rightarrow P\left(\overline{B}\right)=0,7$.

Por tanto:

$$P\left(A/\overline{B}\right)=\frac{P\left(A\cap\overline{B}\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\frac{P(A-B)}{P\left(\overline{B}\right)}=\frac{P(A)-P(A\cap B)}{P\left(\overline{B}\right)} \Rightarrow P\left(A/\overline{B}\right)=\frac{0,4-0,2}{0,7}=\frac{2}{7}.$$

Ejercicio 25:

16. Los resultados académicos de cierto grupo de Bachillerato muestran que la probabilidad de aprobar Matemáticas es 0,6 y la de aprobar Economía 0,7. Además, la probabilidad de aprobar las dos asignaturas es 0,45. Si en ese grupo se elige un alumno al azar, cuánto vale la probabilidad de que:

a) Apruebe alguna de las dos asignaturas.
b) Apruebe solamente una de las dos asignaturas.
c) No apruebe ninguna de las dos asignaturas.
d) ¿Es independiente aprobar Matemáticas de aprobar Economía?

Solución:

Sea M el suceso aprobar Matemáticas y E, aprobar economía.
Se conocen las siguientes probabilidades:

$$P(M)=0,6,\ P(E)=0,7;\ P(M\cap E)=0,45$$

a) Como

$$P(M\cup E)=P(M)+P(E)-P(M\cap E)\ \Rightarrow\ P(M\cup E)=0,6+0,7-0,45=0,85$$

b) Aprobar solo una es el suceso $M-E$ o $E-M= M\cup E-M\cap E$.

$$P\big((M-E)\cup(E-M)\big) = P\big(M\cup E\big)-P\big(M\cap E\big) = 0,85-0,45=0,40.$$

b) No aprobar ninguna es el suceso contrario de aprobar alguna:

$$P\big((M\cup E)^{C}\big) = 1 - P(M\cup E) = 1-0,85=0,15$$

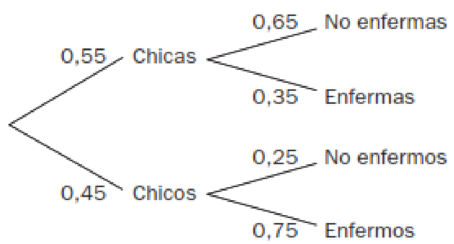
c) Será independientes si $P(M\cap E)=P(M)\cdot P(E)$.

Como $P(M\cap E)=0,45$ y $P(M)\cdot P(E)=0,6\cdot 0,7=0,42$, los sucesos no son independientes.

Ejercicio 26:

En un centro de enseñanza secundaria, el 55 % de los estudiantes matriculados son chicas. Se sabe que el 65 % de las alumnas no han estado enfermas durante el curso y que el 25 % de los alumnos tampoco.

Si se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que se haya encontrado enfermo? Realiza el diagrama en árbol correspondiente.

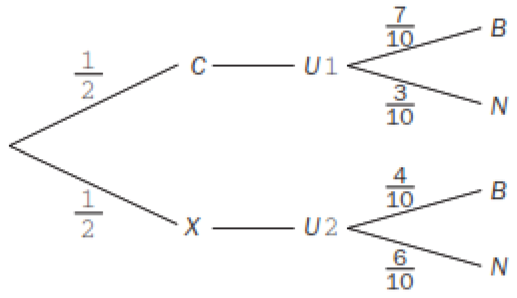


$$P(enfermo) = 0,45\cdot 0,75 + 0,55\cdot 0,35 = 0,53$$

Ejercicio 27:

Considera el experimento compuesto que consiste en lanzar una moneda al aire y, si sale cara, se extrae una bola de la primera urna, y si aparece cruz, una de la segunda.

Dibuja un diagrama en árbol indicando la probabilidad de cada suceso y calcula la probabilidad de que la bola extraída sea blanca.



$$P(blanca) = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{10} = \frac{11}{20} = 0{,}55$$

Ejercicio 28:

Si al sacar 3 cartas de una baraja española obtengo 3 oros, ¿la probabilidad de conseguir en una cuarta extracción una espada es la misma si devuelvo las cartas a la baraja que si no lo hago? ¿Por qué?

A = *Obtener 3 oros en tres extracciones*

B = *Obtener espadas*

Con devolución: $P(B) = \frac{10}{40} = 0{,}25$

Sin devolución: $P(B) = \frac{10}{37} = 0{,}27$

Luego la probabilidad no es la misma. Es mayor en el caso de que las extracciones se hagan sin devolución, porque el número de casos posibles es menor que cuando las extracciones se producen con devolución.

Ejercicio 29:

En una población, la probabilidad de medir más de 170 centímetros es del 30 %, y la de ser aficionado al cine, del 65 %.

¿Cuál es la probabilidad de que una persona elegida al azar mida menos de dicha altura y le guste el cine?

$P(\text{más bajo de } 170 \cap \text{aficionado al cine}) = \frac{70}{100} \cdot \frac{65}{100} = 0{,}455$

Ejercicio 30:

A una excursión acuden niños, padres y profesores de dos colegios, como se indica en la tabla.

	Niños	Padres	Profesores
Colegio *A*	50	5	5
Colegio *B*	30	3	2

Si llamamos N = «Ser niño», P = «Ser padre», F = «Ser profesor», A = «Pertenecer al colegio A» y B = «Pertenecer al colegio B», calcula las probabilidades.

a) $P(P)$ c) $P(A/N)$ e) $P(P \cap B)$

b) $P(A)$ d) $P(B/F)$ f) $P(P/B)$

Comprueba si los sucesos P y B son independientes.

a) $P(P) = \dfrac{8}{95}$

b) $P(A) = \dfrac{60}{95} = \dfrac{12}{19}$

c) $P(A/N) = \dfrac{50}{80} = \dfrac{5}{8}$

d) $P(B/F) = \dfrac{2}{7}$

e) $P(P \cap B) = \dfrac{3}{95}$

f) $P(P/B) = \dfrac{3}{35}$

$P(P) \cdot P(B) = \dfrac{8}{95} \cdot \dfrac{35}{95} \neq \dfrac{3}{95} = P(P \cap B) \rightarrow P$ y B no son sucesos independientes.

Ejercicio 31:

El departamento de selección de personal de una multinacional entrevista a 65 candidatos para un puesto de la empresa: 35 de ellos poseen experiencia laboral previa y 40 disponen de un título universitario.

¿Cuál es la probabilidad de que se elija a una persona que tenga experiencia laboral y un título universitario?

A = *experiencia laboral*

B = *título universitario*

$A \cap B = 10$ (ya que $40 + 35 = 75$ que sobrepasan en 10 a los 65 entrevistados)

$P(A \cap B) = \dfrac{10}{65} = \dfrac{2}{13} = 0{,}1538$

Ejercicio 32:

Los 450 alumnos de un centro escolar de Secundaria se encuentran repartidos por cursos de esta forma.

	1.º	2.º	3.º	4.º
Chicos	70	50	46	52
Chicas	80	62	50	40

Calcula las siguientes probabilidades.

a) *P(ser un chico)*

b) *P(ser una chica)*

c) *P(ser de 2.º)*

d) *P(ser de 4.º)*

e) *P(ser un chico de 3.º)*

f) *P(no ser de 1.º)*

a) $P(chico) = \dfrac{218}{450} = 0{,}48\widehat{4}$

b) $P(chica) = \dfrac{232}{450} = 0{,}51\widehat{5}$

c) $P(\text{ser de } 2.^{\circ} \text{ ESO}) = \dfrac{112}{450} = 0{,}24\widehat{8}$

d) $P(\text{ser de } 4.^{\circ} \text{ ESO}) = \dfrac{92}{450} = 0{,}20\widehat{4}$

e) $P(\text{ser chico de } 3.^{\circ} \text{ ESO}) = \dfrac{46}{450} = 0{,}10\widehat{2}$

f) $P(\text{no ser de } 1.^{\circ} \text{ ESO}) = \dfrac{300}{450} = 0{,}\widehat{6}$

Ejercicio 33:

Copia la siguiente tabla de contingencia sobre la procedencia y el sexo de los candidatos para secretario de las Naciones Unidas.

	Mujer	Hombre	
Europa	1		4
América	2		5
África		0	2
Asia	1		
Oceanía		1	
	6	9	

Completa la tabla y calcula la probabilidad de:

a) Que el secretario sea mujer.

b) Que el secretario sea hombre y europeo.

c) Que el secretario sea mujer o americano.

d) Que el secretario no sea africano.

	Mujer	Hombre	
Europa	1	3	4
América	2	3	5
África	2	0	2
Asia	1	2	3
Oceanía	0	1	1
	6	9	15

a) $P(mujer) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0{,}4$

b) $P(hombre \cap europeo) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0{,}2$

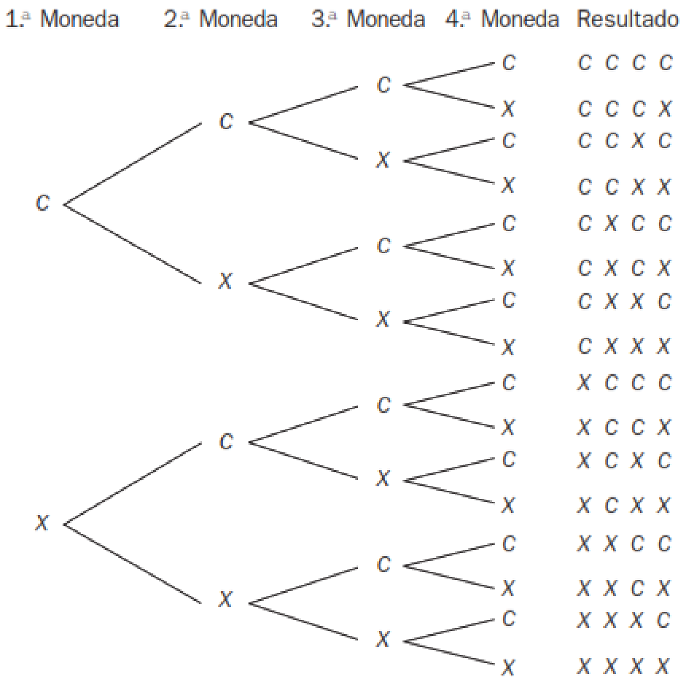
c) $P(mujer \cup americano) = P(mujer) + P(americano) - P(mujer \cap americano) = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} - \frac{2}{15} = \frac{3}{5} = 0{,}6$

d) $P(no\ africano) = 1 - P(africano) = 1 - \frac{2}{15} = \frac{13}{15} = 0{,}8\widehat{6}$

<u>Ejercicio 34</u>:

Se lanzan 4 monedas de un euro y se anota el resultado de la cara superior. ¿Qué tipo de experimento se realiza?

Forma el diagrama en árbol y calcula la probabilidad de obtener 4 caras.



El experimento que se realiza es aleatorio, ya que por muchas veces que se repita, jamás se puede predecir el resultado que se va a obtener en una próxima experiencia.

$P(CCCC) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} = 0{,}125$

Ejercicio 35:

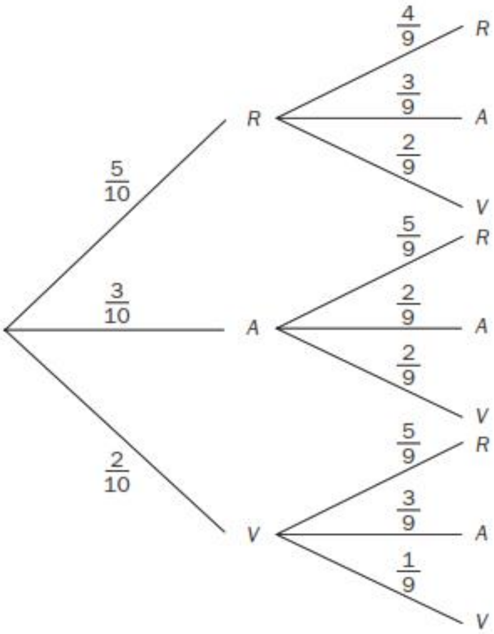
De la urna de la figura se sacan, consecutivamente y sin reemplazamiento, 2 bolas.

Realiza un diagrama en árbol del experimento y calcula la probabilidad de que:

a) La primera sea azul y la segunda roja.

b) Las dos sean azules.

c) Las dos sean del mismo color.



a) $P(A_1 \cap R_2) = \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{15}{90} = \frac{1}{6} = 0,1\widehat{6}$

b) $P(A_1 \cap A_2) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15} = 0,0\widehat{6}$

c) $P(mismo\ color) = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{14}{45} = 0,3\widehat{1}$