

UNIDAD 3: EJERCICIOS DE ECUACIONES

Ejercicio 1: Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $9x - 45 + 4x - 16 = 4$

Sol.: $x = 5$

c) $3 \cdot (x - 2) + 9 = 0$

Sol.: $x = -1$

e) $2 \cdot (3x - 2) - (x + 3) = 8$

Sol.: $x = 3$

g) $4x - 3 \cdot (1 - 3x) = -3$

Sol.: $x = 0$

i) $96 - x = 4 \cdot (x - 3) - 7 \cdot (x - 4)$

Sol.: $x = 5$

k) $(x - 2)^2 = x^2$

Sol.: $x = 1$

b) $2x - 3 + x - 35 = 2 - 9x - 4$

Sol.: $x = 3$

d) $8x + 7 - 2x + 5 = 4x + 12 - (x - 30)$

Sol.: $x = 10$

f) $2 \cdot (x - 3) - 3 \cdot (4x - 5) = 17 - 8x$

Sol.: $x = -4$

h) $4 \cdot (2x) - 3 \cdot (3x - 5) = 12x - 180$

Sol.: $x = 15$

j) $3 \cdot (2x - 6) - [(x - (3x - 8) + 2) - 1] = 2 - (3 - 2x)$

Sol.: $x = \frac{26}{6} = \frac{13}{3}$

l) $x \cdot (x + 4) = x^2 + 8$

Sol.: $x = 2$

Ejercicio 2: Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{3x}{2} + 2 = x + 4$

Sol.: $x = 4$

c) $x - \frac{3x}{4} = \frac{x}{7} + 3$

Sol.: $x = 28$

e) $\frac{9x}{4} - 6 = \frac{2x}{3} + \frac{1}{3}$

Sol.: $x = 4$

g) $\frac{x}{4} + 5 = \frac{2x}{5} - 2 - \frac{x}{30}$

Sol.: $x = 60$

i) $3x - \frac{7-x}{8} = -1 + \frac{x-3}{4} + 2x$

Sol.: $x = -1$

k) $\frac{2x+1}{4} - \frac{3x}{9} - 2 = \frac{3x-2}{4}$

Sol.: $x = \frac{15}{7}$

b) $x - 8 = \frac{x}{2} - \frac{x-6}{3}$

Sol.: $x = 12$

d) $2 \left(\frac{x+5}{3} \right) = x + 3$

Sol.: $x = 1$

f) $x - 10 = \frac{5}{9} (x - 6)$

Sol.: $x = 15$

h) $\frac{5x}{8} - 5(x-20) = \frac{-2x+18}{6}$

Sol.: $x = 24$

j) $\frac{7x-3}{6} - \frac{3x-1}{4} = \frac{5x-1}{4}$

Sol.: $x = 0$

l) $\frac{x}{3} + \frac{x-5}{2} - \frac{1}{4}x = \frac{5x-2}{2}$

Sol.: $x = -\frac{18}{23}$

Ejercicio 3: Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

- | | | | |
|------------------|---------------------------|--------------------------------------|---------------------------|
| 1) $x^2-5x=0$ | (Sol: $x_1=0, x_2=5$) | 20) $x^2+16=0$ | (Sol: \exists soluc.) |
| 2) $x^2-16=0$ | (Sol: $x=\pm 4$) | 21) $25x^2-9=0$ | (Sol: $x=\pm 3/5$) |
| 3) $x^2+8x=0$ | (Sol: $x_1=0, x_2=-8$) | 22) $x^2-8=0$ | (Sol: $x=\pm 2\sqrt{2}$) |
| 4) $x^2-49=0$ | (Sol: $x=\pm 7$) | 23) $4-25x^2=0$ | (Sol: $x=\pm 2/5$) |
| 5) $x^2+49=0$ | (Sol: \exists soluc.) | 24) $2x^2-8=0$ | (Sol: $x=\pm 2$) |
| 6) $3x^2-9x=0$ | (Sol: $x_1=0, x_2=3$) | 25) $-x^2-x=0$ | (Sol: $x_1=0, x_2=-1$) |
| 7) $2x^2-18=0$ | (Sol: $x=\pm 3$) | 26) $16x+4x^2=0$ | (Sol: $x_1=0, x_2=-4$) |
| 8) $5x^2+x=0$ | (Sol: $x_1=0, x_2=-1/5$) | 27) $(x+1)(x-1)=2(x^2-13)$ | (Sol: $x=\pm 5$) |
| 9) $x^2-3=0$ | (Sol: $x=\pm\sqrt{3}$) | 28) $\frac{x}{2}+2x^2=-x(x-1)$ | (Sol: $x_1=0, x_2=1/6$) |
| 10) $x^2=x$ | (Sol: $x_1=0, x_2=1$) | 29) $x(x-1)-2x=-6x$ | (Sol: $x_1=0, x_2=-3$) |
| 11) $x^2+x=0$ | (Sol: $x_1=0, x_2=-1$) | 30) $\frac{1}{x}=\frac{1}{x^2}$ | (Sol: $x=1$) |
| 12) $4x^2-1=0$ | (Sol: $x=\pm 1/2$) | 31) $(3x+2)(3x-2)=(x+2)^2-4x$ | (Sol: $x=\pm 1$) |
| 13) $-x^2+12x=0$ | (Sol: $x_1=0, x_2=12$) | 32) $(2x+1)^2-(2x+1)(2x-1)=x^2+4x+1$ | (Sol: $x=\pm 1$) |
| 14) $x^2=10x$ | (Sol: $x_1=0, x_2=10$) | 33) $(3x+2)(3x-2)-(2x-3)^2=17x-13$ | ($x_1=0, x_2=1$) |
| 15) $9x^2-4=0$ | (Sol: $x=\pm 2/3$) | 34) $2x-9-(2x+3)(2x-3)=x^2+2x-25$ | ($x=\pm\sqrt{5}$) |
| 16) $3x^2-11x=0$ | (Sol: $x_1=0, x_2=11/3$) | 35) $-x^2+9=x^2-9$ | (Sol: $x=\pm 3$) |
| 17) $x(x+2)=0$ | (Sol: $x_1=0, x_2=-2$) | | |
| 18) $4x^2-9x=0$ | ($x_1=0, x_2=9/4$) | | |
| 19) $4x^2-9=0$ | (Sol: $x=\pm 3/2$) | | |

Ejercicio 4: Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

- | | | | |
|---------------------------------------|-----------------------------|---------------------|--------------------------------------|
| 3) $x^2-4x+21=0$ | (Sol: \exists soluc.) | 36) $x^2-x-6=0$ | (Sol: $x_1=3, x_2=-2$) |
| 4) $x^2-2x-3=0$ | (Sol: $x_1=-1, x_2=3$) | 37) $x^2+2x+5=0$ | (Sol: \exists soluc.) |
| 5) $x^2-5x+6=0$ | (Sol: $x_1=2, x_2=3$) | 38) $x^2-6x+9=0$ | (Sol: $x=3$) |
| 6) $x^2-3x-10=0$ | (Sol: $x_1=-2, x_2=5$) | 39) $-2x^2+2x+15=0$ | (Sol: $x=\frac{2\pm\sqrt{124}}{4}$) |
| 7) $x^2+6x+9=0$ | (Sol: $x=-3$) | 40) $x^2-5x+4=0$ | (Sol: $x_1=1, x_2=4$) |
| 8) $3x^2-10x+7=0$ | (Sol: $x_1=1, x_2=7/3$) | 41) $3x^2-4x=0$ | (Sol: $x_1=0, x_2=4/3$) |
| 9) $\frac{1}{2}x^2-x-4=0$ | (Sol: $x_1=4, x_2=-2$) | 42) $2x^2-8=0$ | (Sol: $x=\pm 2$) |
| 10) $2x^2-16x+24=0$ | (Sol: $x_1=2, x_2=6$) | 43) $-4x^2+12x-9=0$ | (Sol: $x=3/2$) |
| 11) $\frac{2}{3}x^2-\frac{8}{3}x+2=0$ | (Sol: $x_1=1, x_2=3$) | 44) $x^2+2x-24=0$ | (Sol: $x_1=4, x_2=-6$) |
| 12) $6x^2-5x-6=0$ | (Sol: $x_1=-2/3, x_2=3/2$) | 45) $x^2+8x+15=0$ | (Sol: $x_1=-3, x_2=-5$) |

13) $x^2-2x-1=0$	(Sol: $x = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2}$)	46) $x^2+5x-14=0$	(Sol: $x_1=2, x_2=-7$)
14) $x^2-3x=0$	(Sol: $x_1=0, x_2=3$)	47) $7x^2-47x-14=0$	(Sol: $x_1=-2/7, x_2=7$)
15) $x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$	(Sol: $x_1=1/2, x_2=2$)	48) $x^2+7x-144=0$	(Sol: $x_1=-16, x_2=9$)
16) $x^2+x-1=0$	(Sol: $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$)	49) $20x^2-7x-6=0$	(Sol: $x_1=3/4, x_2=-2/5$)
17) $x^2-2x+1=0$	(Sol: $x=1$)	50) $x^2-6x+9=0$	(Sol: $x=3$)
18) $x^2-4x+7=0$	(Sol: \exists soluc.)	51) $8x^2+33x+4=0$	(Sol: $x_1=-4, x_2=-1/8$)
19) $\frac{x^2}{9} - x + 2 = 0$	(Sol: $x_1=3, x_2=6$)	52) $x^2+16=0$	(Sol: \exists soluc.)
20) $(x+2)(x-5)=0$	(Sol: $x_1=-2, x_2=5$)	53) $x^2-2=0$	(Sol: $x=\pm\sqrt{2}$)
21) $2x^2+8x+6=0$	(Sol: $x_1=-3, x_2=-1$)	54) $5x^2 - 4x + \frac{4}{5} = 0$	(Sol: $x=2/5$)
22) $x^2=4$	(Sol: $x=\pm 2$)	55) $x^2+7x-60=0$	(Sol: $x_1=5, x_2=-12$)
23) $-2x^2+5x+3=0$	(Sol: $x_1=-1/2, x_2=3$)	56) $x^2-4x+1=0$	(Sol: $x = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2}$)
24) $(x-3)(x-1)=0$	(Sol: $x_1=1, x_2=3$)	57) $10x^2+37x-12=0$	(Sol: $x_1=3/10, x_2=-4$)
25) $6x^2-13x+6=0$	(Sol: $x_1=3/2, x_2=2/3$)	58) $x^2-2x-8=0$	(Sol: $x_1=4, x_2=-2$)
		59) $x^2+2x+3=0$	(Sol: \exists soluc.)
		60) $2x^2-7x-4=0$	(Sol: $x_1=4, x_2=-1/2$)

Ejercicio 5:

- Determinar para qué valores de **m** la ecuación $2x^2-5x+m=0$ tiene una solución. (Sol: $m=25/8$)
- ¿Para qué valores de **a** la ecuación $x^2-6x+3+a=0$ tiene solución única? (Sol: $a=-6$)
- Determinar para qué valores de **b** la ecuación $x^2-bx+25=0$ tiene una sola solución. (Sol: $b=\pm 10$)

Ejercicio 6: Resuelve:

1) $2x^2+5x=5+3x-x^2$	(Sol: $x_1=1, x_2=-5/3$)	20) $(2x-4)^2-2x(x-2)=48$	(Sol: $x_1=8, x_2=-2$)
2) $4x(x+1)=15$	(Sol: $x_1=3/2, x_2=-5/2$)	21) $(2x-3)^2+x^2+6=(3x+1)(3x-1)$	(Sol: $x_1=1, x_2=-4$)
3) $-x(x+2)+3=0$	(Sol: $x_1=1, x_2=-3$)	22) $(3x-2)^2=(2x+3)(2x-3)+3(x+1)$	(Sol: $x_1=1, x_2=2$)
4) $x(x+3)-2x=4x+4$	(Sol: $x_1=4, x_2=-1$)	23) $(x-1)(x-2)=0$	(Sol: $x_1=1, x_2=2$)
5) $x(x^2+x)-(x+1)(x^2-2)=-4$	(Sol: $x=-3$)	24) $(x-1)(x-2)=6$	(Sol: $x_1=-1, x_2=4$)
6) $(2x-3)^2=1$	(Sol: $x_1=1, x_2=2$)	25) $(2x-3)(1-x)=0$	(Sol: $x_1=3/2, x_2=1$)
7) $(5x-1)^2=16$	(Sol: $x_1=1, x_2=-3/5$)	26) $x(x-2)=3$	(Sol: $x_1=3, x_2=-1$)
8) $(4-3x)^2-64=0$	(Sol: $x_1=4, x_2=-4/3$)	27) $(x^2-4)(2x-6)(x+3)=0$	(Sol: $x=\pm 2; x=\pm 3$)
9) $2(x+1)^2=8-3x$	(Sol: $x = \frac{-7 \pm \sqrt{97}}{4}$)	28) $x(x+2)=3(x+2)$	(Sol: $x_1=3, x_2=-2$)

Ejercicio 7: Resuelve:

- 1) $\frac{(x+2)^2}{9} = \frac{7}{9} - \frac{(x+3)(x-3)}{5}$ (Sol: $x_1=2, x_2=-24/7$)
- 2) $\frac{(2x+1)^2}{5} - \frac{(x+3)(x-3)}{3} = \frac{20}{3}$ (Sol: $x_1=2, x_2=-26/7$)
- 3) $\frac{(x-3)^2}{2} + \frac{(x+1)(x-1)}{3} = \frac{4x^2 - 19x + 31}{6}$ (Sol: $x_1=-3, x_2=2$)
- 4) $\frac{(2x+1)(2x-1)}{6} - \frac{(x+1)^2}{9} = \frac{x(7x-8)-1}{18}$ (Sol: $x_1=-2, x_2=2/3$)
- 5) $\frac{(x-2)^2}{2} + \frac{5x+6}{6} = \frac{(x+3)(x-3)}{3} + 6$ (Sol: $x_1=0, x_2=7$)
- 6) $\frac{(x+2)(x-2)}{4} - \frac{(x-3)^2}{3} = \frac{x(11-x)}{6}$ (Sol: $x_1=-8, x_2=6$)
- 7) $\frac{3(x^2-11)}{5} - \frac{2(x^2-60)}{7} = 36$ (Sol: $x=\pm 9$)
- 8) $\frac{(x-1)^2}{2} - \frac{(1+2x)^2}{3} = -2 - \frac{(2x-1)(2x+1)}{3}$ (Sol: $x_1=1, x_2=11/3$)

Ejercicio 8: Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas:

- | | | | |
|-----------------------------|---|--|--|
| 1. $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 1, x = \pm 2$) | 12. $x^4 + 2x^2 - 8 = 0$ | (Soluc: $x = \pm \sqrt{2}$) |
| 2. $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 3$) | 13. $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$ | (Soluc: $x = 1, x = -2$) |
| 3. $x^4 + 13x^2 + 36 = 0$ | (Soluc: \exists soluc) | 14. $x^4 - 16 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 2$) |
| 4. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 2, x = \pm 3$) | 15. $x^4 + 16 = 0$ | (Soluc: \exists soluc) |
| 5. $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 1, x = \pm \sqrt{3}$) | 16. $x^4 - 16x^2 = 0$ | (Soluc: $x = 0, x = \pm 4$) |
| 6. $x^4 + 21x^2 - 100 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 2$) | 17. $x^6 - 64 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 2$) |
| 7. $x^4 + 2x^2 + 3 = 0$ | (Soluc: \exists soluc) | 18. $(x^2 + 2)(x^2 - 2) + 3x^2 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 1$) |
| 8. $x^4 - 41x^2 + 400 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 4, x = \pm 5$) | 19. $5x^2 = (6 + x^2)(6 - x^2)$ | (Soluc: $x = \pm 2$) |
| 9. $36x^4 - 13x^2 + 1 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 1/2, x = \pm 1/3$) | 20. $(x^2 + x)(x^2 - x) = (x - 2)^2 + x(x + 4)$ | (Soluc: $x = \pm 2$) |
| 10. $x^4 - 77x^2 - 324 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 9$) | 21. $(2x^2 + 1)(x^2 - 3) = (x^2 + 1)(x^2 - 1) - 8$ | ($x = \pm \sqrt{2}, x = \pm \sqrt{3}$) |
| 11. $x^4 - 45x^2 + 324 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 3, x = \pm 6$) | 22. $(x^2 - 2)^2 = 5(1 + x)(1 - x) + 1$ | (Soluc: $x = \pm 1$) |

23. $(x^2+1)(x^2-1)+3x^2=3$	(Soluc: $x=\pm 1$)	35. $x^6+1=0$	(Soluc: $x=-1$)
24. $(3+x)(3-x)x^2-2x(x-3)=(x+3)^2-1$	(Soluc: $x=\pm 2, x=\pm \sqrt{2}$)	36. $\frac{(3x^2-1)(x^2+3)}{4} - \frac{(2x^2+1)(x^2-3)}{3} = 4x^2$	($x=\pm 1, x=\pm \sqrt{3}$)
25. $5(x+1)(x-1)=1-(x^2-2)^2$	(Soluc: $x=\pm 1$)	37. $\frac{(3x^2+2)(3x^2-2)}{5} - \frac{(3x-1)^2}{4} = \frac{3(x-1)}{2}$	($x=\pm 1/2, x=\pm 1$)
26. $(x+3)(x-3)=\left(\frac{20}{x}\right)^2$	(Soluc: $x=\pm 5$)	38. $(2x^2-8)(2x^2+8x)(x^4-2x^2-8)=0$	($x=\pm 2, x=0, x=-4$)
27. $(x^2+4)(x+4)(x^4+2x^2-8)=0$	(Soluc: $x=-4, x=\pm \sqrt{2}$)	39. $(9-4x^2)(9x-4x^2)(4x^4-21x^2+27)=0$	(Soluc: $x=\pm 2/3, x=0, x=9/4, x=\pm 3/2, x=\pm \sqrt{3}$)
28. $\frac{x^2-32}{4} = -\frac{28}{x^2-9}$	(Soluc: $x=\pm 4, x=\pm 5$)		

Ejercicio 9: Resuelve:

- a)
 $x(x^2-4)(3x+12)=0$ igualando a 0 cada factor + comprobación (Sol: $x=0; x=-4; x=\pm 2$)
- b)
 $x^3-2x^2-2x-3=0$ por Ruffini + comprobación (Sol: $x=3$)
- c)
 $(2x-7)(x+3)^2=0$ igualando a 0 cada factor + comprobación (Sol: $x_1=7/2; x_2=-3$)
- d)
 $x^3+x^2-6x=0$ factorizando previamente + comprobación (Sol: $x_1=0; x_2=2; x_3=-3$)

Ejercicio 10:

Estas ecuaciones aparecen factorizadas. Encuentra su solución.

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| a) $3(x-1)(x+2)(x-4)=0$ | d) $2x^2(x-3)^2(3x+4)=0$ |
| b) $x(x-2)(x+3)(x-12)=0$ | e) $5x(x-1)^2(2x+7)^3=0$ |
| c) $(2x-1)(4x+3)(x-2)=0$ | |

Sol.:

- | | |
|---|---------------------------------------|
| a) $x_1=1$ $x_2=-2$ $x_3=4$ | d) $x_1=0$ $x_2=3$ $x_3=-\frac{4}{3}$ |
| b) $x_1=0$ $x_2=2$ $x_3=-3$ $x_4=12$ | e) $x_1=0$ $x_2=1$ $x_3=-\frac{7}{2}$ |
| c) $x_1=\frac{1}{2}$ $x_2=-\frac{3}{4}$ $x_3=2$ | |

Ejercicio 11:

Factoriza las ecuaciones y resuélvelas.

a) $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 38x - 24 = 0$

b) $x^5 - 6x^4 + 10x^3 - 6x^2 + 9x = 0$

c) $x^4 + 8x^3 + 17x^2 + 8x + 16 = 0$

a) $(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x + 4) = 0$

$x_1 = 1 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = 3 \quad x_4 = -4$

b) $x(x - 3)^2(x^2 + 1) = 0$

$x_1 = 0 \quad x_2 = 3$

c) $(x + 4)^2(x^2 + 1) = 0$

$x = -4$

Ejercicio 12:

Escribe una ecuación que tenga como soluciones: $x = 3, x = 2$ y $x = -7$.
¿Cuál es el mínimo grado que puede tener?

Respuesta abierta.

$(x - 3)(x - 2)(x + 7) = 0$

El mínimo grado que puede tener es 3.

Ejercicio 13:

Resolver las siguientes ecuaciones:

1) $x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$

	1	3	-1	-3
1		1	4	3
	1	4	3	0
-1		-1	-3	
	1	3	0	

$x^3 + 3x^2 - x - 3 = (x - 1)(x + 1)(x + 3)$

$(x - 1)(x + 1)(x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \Rightarrow x_1 = 1 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x_2 = -1 \\ x + 3 = 0 \Rightarrow x_3 = -3 \end{cases}$

2) $x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = 0$

	1	2	2	1
-1		-1	-1	-1
	1	1	1	0

$x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = (x + 1) \cdot (x^2 + x + 1)$

$(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \Rightarrow x_1 = 1 \\ x^2 + x + 1 = 0 \end{cases}$

Las otras dos raíces las calculamos aplicando la fórmula de la ecuación de segundo grado:

$x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4}}{2} \rightarrow$ No tiene solución

$$3) x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$$

	1	3	-4	-12
2		2	10	12
	1	5	6	0
-2		-2	-6	
	1	3	0	

$$x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = (x - 2)(x + 2)(x + 3)$$

$$(x - 2)(x + 2)(x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = 2} \\ x + 2 = 0 \Rightarrow \boxed{x_2 = -2} \\ x + 3 = 0 \Rightarrow \boxed{x_3 = -3} \end{cases}$$

$$4) x^3 - x^2 - x + 1 = 0$$

	1	-1	-1	1
-1		-1	2	-1
	1	-2	1	0
1		1	-1	
	1	-1	0	

$$x^3 - x^2 - x + 1 = (x + 1)(x - 1)^2$$

$$(x + 1)(x - 1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = 1} \\ x + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x_2 = -1} \end{cases}$$

$$5) x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = 0$$

	1	-2	-4	8
2		2	0	-8
	1	0	-4	0
2		2	4	
	1	2	0	

$$x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = (x + 2)(x - 2)^2$$

$$(x + 2)(x - 2)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = 2} \\ x + 2 = 0 \Rightarrow \boxed{x_2 = -2} \end{cases}$$

6) $6x^3 + 7x^2 - 9x + 2 = 0$

-2	6	7	-9	2
	6	-5	1	0

$$6x^3 + 7x^2 - 9x + 2 = (x + 2)(6x^2 - 5x + 1)$$

$$(x + 2)(6x^2 - 5x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + 2 = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = -2} \\ 6x^2 - 5x + 1 = 0 \end{cases}$$

$$6x^2 - 5x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6 \cdot 1}}{6 \cdot 2} = \frac{5 \pm 1}{12} = \begin{cases} x_2 = \frac{5+1}{12} = \frac{6}{12} \Rightarrow \boxed{x_2 = \frac{1}{2}} \\ x_3 = \frac{5-1}{12} = \frac{4}{12} \Rightarrow \boxed{x_3 = \frac{1}{3}} \end{cases}$$

7) $x^4 - 1 = 0$

$$x^4 - 1 = 0 \Rightarrow x^4 = 1 \Rightarrow x = \sqrt[4]{1} = \pm 1 \Rightarrow \boxed{x = \pm 1}$$

8) $8x^3 - 14x^2 + 7x - 1 = 0$

1	8	-14	7	-1
	8	-6	1	
	8	-6	1	0

$$8x^3 - 14x^2 + 7x - 1 = (x + 2)(8x^2 - 6x + 1)$$

$$(x - 1)(8x^2 - 6x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = 1} \\ 8x^2 - 6x + 1 = 0 \end{cases}$$

$$8x^2 - 6x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 8 \cdot 1}}{8 \cdot 2} = \frac{6 \pm 2}{16} = \begin{cases} x_2 = \frac{6+2}{16} = \frac{8}{16} \Rightarrow \boxed{x_2 = \frac{1}{2}} \\ x_3 = \frac{6-2}{16} = \frac{4}{16} \Rightarrow \boxed{x_3 = \frac{1}{4}} \end{cases}$$

9) $2x^4 - 5x^3 + 5x - 2 = 0$

1	2	-5	0	5	-2
	2	-3	-3	2	
-1	2	-3	-3	2	0
	2	-5	2	0	

$$2x^4 - 5x^3 + 5x - 2 = (x + 1)(x - 1)(2x^2 - 5x + 2)$$

$$(x + 1)(x - 1)(2x^2 - 5x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = 1} \\ x + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x_2 = -1} \\ 2x^2 - 5x + 2 = 0 \end{cases}$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 3}{4} = \begin{cases} x_3 = \frac{5+3}{4} = \frac{8}{4} \Rightarrow \boxed{x_3 = 2} \\ x_4 = \frac{5-3}{4} = \frac{2}{4} \Rightarrow \boxed{x_4 = \frac{1}{2}} \end{cases}$$

10) $x^4 + 2x^2 + 3 = 0$

$$y^2 + 2y + 3 = 0 \Rightarrow y = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 3}}{2} \Rightarrow \boxed{\text{No hay solución real}}$$

Ejercicio 14: Un padre tiene 20 años más que su hijo. Dentro de 12 años, el padre tendrá el doble de la edad del hijo. ¿Cuántos años tiene cada uno actualmente?

Sol.: 8 y 28 años

Ejercicio 15: La edad de María es el triple de la de Ester y excede en 5 años a la edad de Isabel. Si las edades de Ester e Isabel suman 23 años. Hallar la edad de cada una.

Sol.: Ester: 7 años; Isabel: 16 años; María: 21 años

Ejercicio 16: Un padre tiene 52 años y su hijo 16. ¿Hace cuántos años el hijo tenía la séptima parte de la edad del padre?

Sol.: Hace 10 años

Ejercicio 16: Una persona puede pintar una muralla en 4 horas, otra lo hace en 6 horas y una tercera persona tarda 12 horas en pintar la misma muralla. ¿Cuánto tardarían si la pintaran entre las tres?

Sol.: 2 horas

Ejercicio 17: El numerador de una fracción excede en dos unidades al denominador. Si al numerador se le suma 3, la fracción queda equivalente a $\frac{4}{3}$. Hallar la fracción

Sol.: $\frac{17}{15}$

Ejercicio 18: La suma de las edades de tres personas es 88 años. La mayor tiene 20 años más que la menor y la del medio 18 años menos que la mayor. Hallar las edades respectivas.

Sol.: 22, 24 y 42 años

Ejercicio 19: La cabeza de un pez corresponde al tercio de su peso total, la cola a un cuarto del peso y el resto del cuerpo pesa 4 kg. 600 gramos. ¿Cuánto pesa el pez?

Sol.: 11 kg y 40 gramos

Ejercicio 20: Al preguntársele a Pitágoras por el número de sus alumnos, dio la siguiente respuesta: “La mitad de mis alumnos estudia Matemática, la cuarta parte estudia Física, la séptima parte aprende Filosofía y aparte de éstos hay tres niños muy chicos” ¿Puedes deducir cuántos alumnos tenía el famoso matemático griego?

Sol.: 28 alumnos

Ejercicio 21: Se cuenta que la legendaria fundadora de Praga, la reina Libussa de Bohemia, eligió a su consorte entre tres pretendientes, planteándoles el siguiente problema: ¿cuántas ciruelas contenía un canasto del cual ella sacó la mitad del contenido y una ciruela más para el primer pretendiente; para el segundo la mitad de lo que quedó y una ciruela más y para el tercero la mitad de lo que entonces quedaba y tres ciruelas más, si con esto el canasto se vació. ¿Puedes calcularlo tú?

Sol.: 30 ciruelas

Ejercicio 22: Se han consumido $\frac{7}{8}$ de un bidón de aceite. Reponemos 38 l y el bidón ha quedado lleno hasta sus $\frac{3}{5}$ partes. Calcula la capacidad del bidón.

Sol.:

$$x - \frac{7}{8}x = \frac{1}{8}x \quad \rightarrow \quad \frac{1}{8}x + 38 = \frac{3}{5}x$$

$$5x + 1520 = 24x \quad \rightarrow \quad x = 80 \text{ l}$$

Ejercicio 23: Una granja tiene cerdos y pavos, en total hay 35 cabezas y 116 patas. ¿Cuántos cerdos y pavos hay?

Sol.: 23 cerdos y 12 pavos

Ejercicio 24: Luís hizo un viaje en el coche, en el cual consumió 20 l de gasolina. El trayecto lo hizo en dos etapas: en la primera, consumió $\frac{2}{3}$ de la gasolina que tenía el depósito y en la segunda etapa, la mitad de la gasolina que le queda. Se pide:

- Litros de gasolina que tenía en el depósito.
- Litros consumidos en cada etapa.

Sol.: a) 24 litros b) 16 litros en la 1ª etapa y 4 litros en la segunda

Ejercicio 25: En una librería, Ana compra un libro con la tercera parte de su dinero y un cómic con las dos terceras partes de lo que le quedaba. Al salir de la librería tenía 12 €. ¿Cuánto dinero tenía Ana?

Sol.: 54 €

Ejercicio 26:

¿Cuál es el número cuyo quintuplo aumentado en 6 es igual a su cuadrado?

Asignamos letra a la incógnita: Número que buscamos: x

Planteamos una ecuación y la ordenamos:

$$5x + 6 = x^2$$

$$0 = x^2 - 5x - 6$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

Resolvemos la ecuación con la fórmula:

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{5 \pm 7}{2} = \begin{cases} \frac{5+7}{2} = 6 \\ \frac{5-7}{2} = -1 \end{cases}$$

Interpretamos los valores obtenidos y filtramos los que carecen de sentido:

$x=6$, es cierto, ya que se cumple que $5(6)+6=6^2$

Lo mismo ocurre con $x=-1$, que es válido ya que $5(-1)+6=(-1)^2$

Ejercicio 27:

¿Qué número multiplicado por 3 es 40 unidades menor que su cuadrado?

Asignamos letra a la incógnita: Número que buscamos: x

Planteamos una ecuación y la ordenamos:

$$3x + 40 = x^2$$

$$0 = x^2 - 3x - 40$$

$$x^2 - 3x - 40 = 0$$

Resolvemos la ecuación con la fórmula:

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 160}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{3 \pm 13}{2} = \begin{cases} \frac{3+13}{2} = 8 \\ \frac{3-13}{2} = -5 \end{cases}$$

Interpretamos los valores obtenidos y filtramos los que carecen de sentido:

$x=8$, es cierto, ya que se cumple que $3(8)+40=8^2$

Lo mismo ocurre con $x=-5$, que es válido ya que $3(-5)+40=(-5)^2$

Ejercicio 28:

Descompón 8 en dos factores, cuya suma sea 6.

Asignamos letra a la incógnita: Números que buscamos: x , $(6-x)$, porque entre los dos suman 6

Planteamos una ecuación y la ordenamos:

$$x(6 - x) = 8$$

$$6x - x^2 = 8$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

Resolvemos la ecuación con la fórmula:

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} = \begin{cases} \frac{6+2}{2} = 4 \\ \frac{6-2}{2} = 2 \end{cases}$$

Interpretamos los valores obtenidos y filtramos los que carecen de sentido:

$x=4$, es cierto, ya que el otro sería 2, y 4 por 2 dan 8

Lo mismo ocurre con $x=2$, ya que el otro sería 4, y 4 por 2 dan 8

Ejercicio 29:

¿En cuánto hay que disminuir el primer factor y aumentar el segundo, del producto $13 \cdot 27$, para que el producto disminuya en 51?

Asignamos letra a la incógnita: Número en que hay que disminuir: x

Planteamos una ecuación y la ordenamos:

$$(13-x)(27+x) = (13)(27) - 51$$

$$351 + 13x - 27x - x^2 = 351 - 51$$

$$-14x - x^2 = -51$$

$$x^2 + 14x - 51 = 0$$

Resolvemos la ecuación con la fórmula:

$$x = \frac{-14 \pm \sqrt{196 + 204}}{2} = \frac{-14 \pm \sqrt{400}}{2} = \frac{-14 \pm 20}{2} = \begin{cases} \frac{-14 + 20}{2} = 3 \\ \frac{-14 - 20}{2} = -17 \end{cases}$$

Interpretamos los valores obtenidos y filtramos los que carecen de sentido:

$x=3$, es cierto, ya que quedaría el producto como $10 \cdot 30 = 300$, que es igual a 351 que daba antes, menos 51

$x=-17$, es cierto, TAMBIÉN tiene sentido ya que quedaría el producto como $30 \cdot 10 = 300$, que es igual a 351 que daba antes, menos 51-

Ejercicio 30:

Determina 3 números consecutivos tales que la suma de sus cuadrados sea 365.

Asignamos letra a la incógnita: Número en que hay que disminuir: $n, n+1, n+1$ o también, $n-1, n, n+1$

Planteamos una ecuación y la ordenamos:

$$(n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 = 365$$

$$n^2 + 1 - 2n + n^2 + n^2 + 1 + 2n = 365$$

Resolvemos la ecuación con la fórmula:

$$3n^2 = 363$$

$$n^2 = 121$$

$$n = \sqrt{121} = 11$$

Interpretamos los valores obtenidos y filtramos los que carecen de sentido:

Los números son, $n-1=10, 11$ y 12 .

Ejercicio 31:

Calcula cuáles son los números cuyo producto es 216, y que además, están en la razón de 2:3.

Asignamos letra a la incógnita: Si su producto es 216, un número es x y el otro $\frac{216}{x}$

Planteamos una ecuación y la ordenamos:

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{216}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{x^2}{216}$$

Resolvemos la ecuación con la fórmula:

$$x^2 = \frac{432}{3} = 144$$

$$x = \pm 12$$

Interpretamos los valores obtenidos y filtramos los que carecen de sentido:

Si $x=12$ entonces el otro valor es $\frac{216}{x} = \frac{216}{12} = 18$

Si $x=-12$, entonces el otro valor será, $\frac{216}{x} = \frac{216}{-12} = -18$

Ejercicio 32:

En un texto matemático babilónico que se conserva en una tablilla en el Museo Británico de Londres se lee: «Restamos al área de un cuadrado su lado y obtenemos 870». Hallar el lado de dicho cuadrado. (Soluc: 30)

Ejercicio 33:

Calcular los lados de un triángulo rectángulo, sabiendo que son tres números consecutivos. (Soluc: 3, 4 y 5)

Ejercicio 34:

Si el lado de un cuadrado aumenta 2 cm, su área aumenta 28 cm^2 ¿Cuáles son las dimensiones del cuadrado originario? (Soluc: Se trata de un cuadrado de lado 6 cm)

Ejercicio 35:

Problema planteado por Diofanto (matemático griego del siglo III d.C.): "Encontrar dos números tales que su suma sea 20 y su producto 96" (Soluc: 8 y 12)