UNIDAD 3: EJERCICIOS DE SISTEMAS DE ECUACIONES

Ejercicio 1:

a) Resuelve por sustitución:

$$\begin{cases} 5x+2y=1 \\ -3x+3y=5 \end{cases}$$

b) Resuelve por reducción:

$$\begin{cases} 2x+y=6 \\ 4x+3y=14 \end{cases}$$

Solución:

a) $$\left.\begin{array}{r} 5x+2y=1 \\ -3x+3y=5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \to y=\dfrac{1-5x}{2} \\ \to -3x+3\left(\dfrac{1-5x}{2}\right)=5 \to -3x+\dfrac{3-15x}{2}=5 \to -6x+3-15x=10 \to \end{array}$$

$$\to -21x=7 \to x=\frac{7}{-21}=-\frac{1}{3}$$

$$y=\frac{1-5x}{2}=\frac{1+\frac{5}{3}}{2}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$$

Solución: $x=-\dfrac{1}{3}$; $y=\dfrac{4}{3}$

b) $$\left.\begin{array}{r} 2x+y=6 \\ 4x+3y=14 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\times(-3)} -6x-3y=-18 \\ \xrightarrow{} \underline{\;4x+3y=14\;} \end{array}$$

$$\text{Sumando: } -2x \qquad =-4 \to x=2$$

$$2x+y=6 \to y=6-2x=6-4=2$$

Solución: $x=2$; $y=2$

Ejercicio 2:

a) Resuelve por igualación:

$$\begin{cases} 5x-2y=2 \\ x+2y=2 \end{cases}$$

b) Resuelve por reducción:

$$\begin{cases} 5x-y=3 \\ -2x+4y=-12 \end{cases}$$

Solución:

a) $$\left.\begin{array}{r} 5x-2y=2 \\ x+2y=2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \to \\ \to \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l}\rightarrow\ x=\dfrac{2+2y}{5}\\ \rightarrow\ x=2-2y\end{array}\right\}\rightarrow\ \frac{2+2y}{5}=2-2y$$

$$x=2-2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)=2-\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$$

$$\textit{Solución}:\ x=\frac{2}{3}\ ;\ y=\frac{2}{3}$$

b)
$$\left.\begin{array}{r}5x-y=3\\ -2x+4y=-12\end{array}\right\}\begin{array}{l}\xrightarrow{\times 4}\ 20x-4y=12\\ \longrightarrow\ \underline{-2x+4y=-12}\end{array}$$

$$\text{Sumando:}\ 18x\qquad =0\ \rightarrow\ x=0$$

$$5x-y=3\ \rightarrow\ 5x-3=y\ \rightarrow\ -3=y$$

$$\textit{Solución:}\ x=0\ ;\ y=-3$$

Ejercicio 3:

a) Resuelve por sustitución:

$$\begin{cases}\mathbf{3x+5y=15}\\ \mathbf{2x-3y=-9}\end{cases}$$

b) Resuelve por reducción:

$$\begin{cases}\mathbf{4x+6y=2}\\ \mathbf{6x+5y=1}\end{cases}$$

Solución:

a)
$$\left.\begin{array}{l}3x+5y=15\\ 2x-3y=-9\end{array}\right\}\begin{array}{l}\rightarrow\ x=\dfrac{15-5y}{3}\\ \rightarrow\ 2\left(\dfrac{15-5y}{3}\right)-3y=-9\ \rightarrow\ \dfrac{30-10y}{3}-3y=-9\ \rightarrow\ 30-10y-9y=-27\ \rightarrow\end{array}$$

$$\rightarrow\ -19y=-57\ \rightarrow\ y=\frac{-57}{-19}=3$$

$$x=\frac{15-5y}{3}=\frac{15-5\cdot 3}{3}=\frac{0}{3}=0$$

$$\textit{Solución}:\ x=0\ ;\ y=3$$

b)
$$\left.\begin{array}{l}4x+6y=2\\ 6x+5y=1\end{array}\right\}\begin{array}{l}\xrightarrow{\times 5}\ 20x+30y=10\\ \xrightarrow{\times(-6)}\ \underline{-36x-30y=-6}\end{array}$$

$$\text{Sumando:}\ -16x\qquad =4\ \rightarrow\ x=-\frac{4}{16}=-\frac{1}{4}$$

$$4x+6y=2\ \rightarrow\ 4\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)+6y=2\ \rightarrow\ -1+6y=2\ \rightarrow\ 6y=3\ \rightarrow\ y=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

$$\textit{Solución}:\ x=-\frac{1}{4}\ ;\ y=\frac{1}{2}$$

Ejercicio 4:

a) Resuelve por sustitución:

$$\begin{cases} -2x+3y=14 \\ 3x-y=-14 \end{cases}$$

b) Resuelve por igualación:

$$\begin{cases} 2x+3y=2 \\ -6x+12y=1 \end{cases}$$

Solución:

a) $$\left.\begin{array}{r} -2x+3y=14 \\ 3x-y=-14 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow -2x+3(3x+14)=14 \rightarrow -2x+9x+42=14 \rightarrow \\ \rightarrow y=3x+14 \end{array}$$

$$\rightarrow 7x=-28 \rightarrow x=-\frac{28}{7}=-4$$

$$y=3\cdot(-4)+14=-12+14=2$$

Solución: $x=-4$; $y=2$

b) $$\left.\begin{array}{r} 2x+3y=2 \\ -6x+12y=1 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} \rightarrow y=\dfrac{2-2x}{3} \\ \rightarrow y=\dfrac{1+6x}{12} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{2-2x}{3}=\frac{1+6x}{12} \rightarrow 8-8x=1+6x \rightarrow$$

$$\rightarrow -14x=-7 \rightarrow x=\frac{-7}{-14}=\frac{1}{2}$$

$$y=\frac{2-2x}{3}=\frac{2-2\cdot(1/2)}{3}=\frac{1}{3}$$

Solución: $x=\frac{1}{2}$; $y=\frac{1}{3}$

Ejercicio 5:

Resuelve cada uno de los siguientes sistemas:

a) $$\begin{cases} x+2y=1 \\ -3x+y=-10 \end{cases}$$

b) $$\begin{cases} -x+2y=4 \\ 2x-4y=3 \end{cases}$$

Solución:

a) $$\left.\begin{array}{r} x+2y=1 \\ -3x+y=-10 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow x=1-2y \\ \rightarrow -3(1-2y)+y=-10 \rightarrow -3+6y+y=-10 \rightarrow 7y=-7 \rightarrow y=-1 \end{array}$$

Solución: $x=3$; $y=-1$

$$\text{b) } \left.\begin{array}{l} -x+2y=4 \\ 2x-4y=3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow 2y-4=x \\ \rightarrow 2(2y-4)-4y=3 \rightarrow 4y-8-4y=3 \rightarrow 0=11 \rightarrow \text{No tiene solución.} \end{array}$$

Ejercicio 6:

Resuelve estos sistemas:

$$\textbf{a) } \begin{cases} 2x+3y=1 \\ 3x+2y=4 \end{cases}$$

$$\textbf{b) } \begin{cases} 4x-3y=5 \\ -8x+6y=10 \end{cases}$$

Solución:

$$\text{a) } \left.\begin{array}{l} 2x+3y=1 \\ 3x+2y=4 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\times 2} \quad 4x+6y=2 \\ \xrightarrow{\times(-3)} \underline{-9x-6y=-12} \end{array}$$

$$\text{Sumando: } -5x \qquad =-10 \rightarrow x=2$$

$$2x+3y=1 \rightarrow 4+3y=1 \rightarrow 3y=-3 \rightarrow y=-1$$

Solución: $x=2$; $y=-1$

$$\text{b) } \left.\begin{array}{l} 4x-3y=5 \\ -8x+6y=10 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\times 2} \quad 8x-6y=10 \\ \longrightarrow \underline{-8x+6y=10} \end{array}$$

$$\text{Sumando: } \qquad 0=20$$

No tiene solución.

Ejercicio 7:

Resuelve este sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{2(x+4)}{3}-\dfrac{y}{2}=\dfrac{9}{2} \\ x+2y-\dfrac{1}{3}(3x-2)=-\dfrac{4}{3} \end{cases}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{r}\dfrac{2(x+4)}{3}-\dfrac{y}{2}=\dfrac{9}{2}\\ x+2y-\dfrac{1}{3}(3x-2)=-\dfrac{4}{3}\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r}\dfrac{2x+8}{3}-\dfrac{y}{2}=\dfrac{9}{2}\\ x+2y-\dfrac{3x-2}{3}=-\dfrac{4}{3}\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r}4x+16-3y=27\\ 3x+6y-3x+2=-4\end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left.\begin{array}{r}4x-3y=11\\ 6y=-6\end{array}\right\} \begin{array}{l}\rightarrow 4x+3=11 \rightarrow 4x=8 \rightarrow x=2\\ \rightarrow y=-1\end{array}$$

Solución: $x=2$; $y=-1$

Ejercicio 8:

Ejercicio nº 12.-

Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases}\dfrac{2x-1}{2}+\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{11}{6}\\ -\dfrac{2x}{5}+\dfrac{y-1}{10}=-\dfrac{6}{5}\end{cases}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{r}\dfrac{2x-1}{2}+\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{11}{6}\\ -\dfrac{2x}{5}+\dfrac{y-1}{10}=-\dfrac{6}{5}\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r}6x-3+2y-6=11\\ -4x+y-1=-12\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r}6x+2y=20\\ -4x+y=-11\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r}3x+y=10\\ -4x+y=-11\end{array}\right\} \begin{array}{l}\rightarrow\\ \rightarrow\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l}\rightarrow y=10-3x\\ \rightarrow y=4x-11\end{array}\right\} \rightarrow 10-3x=4x-11 \rightarrow 21=7x \rightarrow x=3$$

$$y=10-3x=10-3\cdot 3=10-9=1$$

Solución: $x=3$; $y=1$

Ejercicio 9:

Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases}\dfrac{3x-2y}{3}+4y=\dfrac{13}{3}\\ \dfrac{2(-2y+x)}{3}-\dfrac{3x}{2}=-\dfrac{13}{6}\end{cases}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{r}\dfrac{3x-2y}{3}+4y=\dfrac{13}{3}\\[2mm] \dfrac{2(-2y+x)}{3}-\dfrac{3x}{2}=-\dfrac{13}{6}\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r}3x-2y+12y=13\\ \dfrac{-4y+2x}{3}-\dfrac{3x}{2}=-\dfrac{13}{6}\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r}3x+10y=13\\ -8y+4x-9x=-13\end{array}\right\} \rightarrow\rightarrow \left.\begin{array}{r}3x+10y=13\\ -5x-8y=-13\end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{\times 5}\ 15x+50y=65$$

$$\xrightarrow{\times 3}\ \underline{-15x-24y=-39}$$

$$\text{Sumando:}\qquad 26y=26 \ \rightarrow\ y=1$$

$$3x+10y=13\ \rightarrow\ 3x+10=13\ \rightarrow\ 3x=3\ \rightarrow\ x=1$$

Solución: $x=1\ ;\ y=1$

Ejercicio 10:

Calcula un número sabiendo que la suma de sus dos cifras es 10; y que, si invertimos el orden de dichas cifras, el número obtenido es 36 unidades mayor que el inicial.

Solución:

Llamamos x a la primera cifra del número (la de las decenas) e y a la segunda (la de las unidades). Así, el número será $10x+y$. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r}x+y=10\\ 10y+x=10x+y+36\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r}x+y=10\\ 9x-9y=-36\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r}x+y=10\\ x-y=-4\end{array}\right\} \begin{array}{l}\rightarrow\\ \rightarrow\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l}\rightarrow\ y=10-x\\ \rightarrow\ y=x+4\end{array}\right\} \rightarrow\ 10-x=x+4\ \rightarrow\ 6=2x\ \rightarrow\ x=3$$

$$y=10-x=10-3=7$$

El número buscado es el 37.

Ejercicio 11:

Un número excede en 12 unidades a otro; y si restáramos 4 unidades a cada uno de ellos, entonces el primero sería igual al doble del segundo. Plantea un sistema y resuélvelo para hallar los dos números.

Solución:

Hagamos una tabla para entender mejor la situación:

		SI RESTAMOS 4
PRIMER NÚMERO	x	$x-4$
SEGUNDO NÚMERO	y	$y-4$

Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} x = y + 12 \\ x - 4 = 2(y-4) \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow\ x = y + 12 \\ \rightarrow\ y + 12 - 4 = 2y - 8\ \rightarrow\ y = 16 \end{array}$$

$$x = y + 12 = 16 + 12 = 28$$

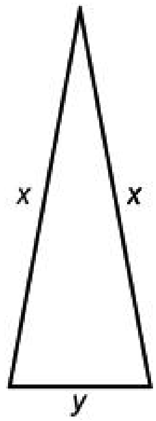
Los números son el 28 y el 16.

Ejercicio 12:

El perímetro de un triángulo isósceles es de 19 cm. La longitud de cada uno de sus lados iguales excede en 2 cm al doble de la longitud del lado desigual. ¿Cuánto miden los lados del triángulo?

Solución:

Llamamos x a la longitud de cada uno de los dos lados iguales e y a la del lado desigual.



Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} 2x + y = 19 \\ x = 2y + 2 \end{array}\right\} \rightarrow\ 2(2y+2) + y = 19\ \rightarrow\ 4y + 4 + y = 19\ \rightarrow\ 5y = 15\ \rightarrow\ y = 3$$

$$x = 2y + 2 = 2 \cdot 3 + 2 = 6 + 2 = 8$$

Los lados iguales miden 8 cm cada uno; y el lado desigual mide 3 cm.

Ejercicio 13:

Hemos mezclado dos tipos de líquido; el primero de 0,94 €/litro, y el segundo, de 0,86 €/litro, obteniendo 40 litros de mezcla a 0,89 €/litro. ¿Cuántos litros hemos puesto de cada clase?

Solución:

Hacemos una tabla para organizar la información:

	1^er TIPO	2º TIPO	MEZCLA
N.º LITROS	x	y	40
PRECIO/LITRO (euros)	0,94	0,86	0,89
PRECIO TOTAL (euros)	$0{,}94x$	$0{,}86y$	35,6

Tenemos que:

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 40 \\ 0{,}94x + 0{,}86y &= 35{,}6 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\to y = 40 - x \\ &\to 0{,}94x + 0{,}86(40 - x) = 35{,}6 \to \end{aligned}$$

$$\to 0{,}94x + 34{,}4 - 0{,}86x = 35{,}6 \to 0{,}08x = 1{,}2 \to x = \frac{1{,}2}{0{,}08} = 15$$

$$y = 40 - x = 40 - 15 = 25$$

Hemos puesto 15 litros del primer tipo y 25 litros del segundo.

Ejercicio 14:

Una persona invierte en un producto una cantidad de dinero, obteniendo un 5% de beneficio. Por otra inversión en un segundo producto, obtiene un beneficio del 3,5%. Sabiendo que en total invirtió 10 000 €, y que los beneficios de la primera inversión superan en 300 € a los de la segunda, ¿cuánto dinero invirtió en cada producto?

Solución:

Hacemos una tabla:

	INVERSIÓN	BENEFICIO
PRIMER PRODUCTO	x	$0{,}05x$
SEGUNDO PRODUCTO	y	$0{,}035y$

Tenemos que:

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 10000 \\ 0{,}05x &= 0{,}035y + 330 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\to y = 10000 - x \\ &\to 0{,}05x = 0{,}035(10000 - x) + 330 \to \end{aligned}$$

$\rightarrow 0{,}05x = 350 - 0{,}035x + 330 \rightarrow 0{,}085x = 680 \rightarrow x = \dfrac{680}{0{,}085} = 8000$

$y = 10\,000 - x = 10\,000 - 8\,000 = 2\,000$

Invirtió $8\,000$ € en el primer producto y $2\,000$ € en el segundo.

Ejercicio 15: Resuelve:

$$\left.\begin{array}{l} x^2 - y^2 = 8 \\ x \cdot y = -3 \end{array}\right\}$$

Solución:

Lo primero que vamos a hacer es manipular convenientemente la

$$\Rightarrow x = -\frac{3}{y} \Rightarrow \left(-\frac{3}{y}\right)^2 - y^2 = 8 \Rightarrow y^4 + 8y^2 - 9 = 0,$$

,en donde ahora hacemos el cambio $t^2 \equiv y$, lo que implica que

$$y^4 + 8y^2 - 9 = 0 \Rightarrow t^2 + 8t - 9 = 0$$

Resolvemos la ecuación de segundo grado:

$$t^2 + 8t - 9 = 0 \Rightarrow t = \frac{-8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 9}}{2a} = \begin{cases} t_1 = -9 \\ t_2 = 1 \end{cases}$$

Ahora deshacemos el cambio:

$$\begin{cases} t_1 = -9 \Rightarrow x^2 = -9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-9}, \text{ que no tiene soluciones en } \mathbb{R} \\ t_2 = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \end{cases}$$

Sólo hay dos posibles valores de x. Hallamos el valor de y para cada x:

Si x=1, entonces: $y = -\dfrac{3}{1} = -3$

Si x=-1, entonces: $y = -\dfrac{3}{(-1)} = 3$

Ejercicio 16: Resuelve:

$$\left.\begin{array}{l} 2x+y^2-y=4 \\ y^2-3=x \end{array}\right\}$$

La segunda ecuación del sistema, $y^2-3=x$, la llevamos a la primera ecuación:

$$2\left(y^2-3\right)+y^2-y=4.$$

Esto es una ecuación de segundo grado. Pero hay que simplificar para removerla.

$$2\left(y^2-3\right)+y^2-y=4 \Rightarrow 3y^2-y-10=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot 3\cdot(-10)}}{2\cdot 3}=\frac{1\pm\sqrt{1+120}}{6}=\frac{1\pm 11}{6}\Rightarrow\begin{cases} y_1=2 \\ y_2=-\dfrac{5}{3} \end{cases}$$

Para $y_1=2$:

$$y^2-3=x \Rightarrow (2)^2-3=x \Rightarrow x_1=1$$

Para $y_2=-\dfrac{5}{3}$

$$y^2-3=x \Rightarrow \left(-\frac{5}{3}\right)^2-3=x \Rightarrow x_2=-\frac{9}{2}$$

Ejercicio 17:

$$\left.\begin{array}{l} 2x^2-10y^2=8 \\ x^2-3y^2=6 \end{array}\right\}$$

Solución:

Se puede eliminar fácilmente la x del sistema si multiplicamos la segunda ecuación por (-2) y luego sumamos las dos ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{r} 2x^2-10y^2=8 \\ (-2)\cdot(x^2-3y^2=6) \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{r} 2x^2-10y^2=8 \\ \underline{-2x^2+6y^2=-12} \\ -4y^2=-4 \Rightarrow y=\pm 1 \end{array}$$

Si $y=1$ entonces $2x^2-10y^2=8 \Rightarrow 2x^2-10\cdot 1^2=8 \Rightarrow x=\pm 3$, por lo que dos soluciones son $(3,1)$ y $(3,1)$

Si $y=-1$ entonces $2x^2-10y^2=8 \Rightarrow 2x^2-10\cdot(-1)^2=8 \Rightarrow x=\pm 3$, por lo que otras dos soluciones son $(3,-1)$ y $(-3,-1)$

Ejercicio 18:

Resolver los siguientes **sistemas de ecuaciones no lineales**, y comprobar la solución:

a) $\left.\begin{array}{r} 2x-y=1 \\ x^2-y=4 \end{array}\right\}$ *($x_1=3, y_1=5; x_2=-1, y_2=-3$)*

b) $\left.\begin{array}{r} x-3y=-3 \\ xy=6 \end{array}\right\}$ *($x_1=3, y_1=2; x_2=-6, y_2=-1$)*

c) $\left.\begin{array}{r} x^2+y^2=1 \\ 2x-y=3 \end{array}\right\}$ *($\nexists$ soluc)*

d) $\left.\begin{array}{r} x^2+y^2=10 \\ x^2-y^2=8 \end{array}\right\}$ *($x_1=3, y_1=1; x_2=-3, y_2=1;$ $x_3=3, y_3=-1; x_4=-3, y_4=-1$)*

e) $\left.\begin{array}{r} x^2-3y=3 \\ 2x-3y=-12 \end{array}\right\}$ *($x_1=-3, y_1=2; x_2=5, y_2=22/3$)*

f) $\left.\begin{array}{r} \dfrac{x-2}{3}-\dfrac{y-4}{2}=1 \\ \dfrac{2}{x-3}=\dfrac{4}{y-2} \end{array}\right\}$ *($x=7/2$, $y=3$)*

g) $\left.\begin{array}{r} x-2y=-5 \\ x^2+y^2=4x+2y+20 \end{array}\right\}$ *($x_1=5, y_1=5; x_2=-3, y_2=1$)*

h) $\left.\begin{array}{l} x\cdot y=12 \\ (x-4)\cdot(y+0{,}1)=12 \end{array}\right\}$ *($x_1=24$, $y_1=0{,}5;$ $x_2=-20$, $y_2=-0{,}6$)*

i) $\left.\begin{array}{r} x^2-2xy+y^2=16 \\ x+y=6 \end{array}\right\}$ *($x_1=5, y_1=1; x_2=1, y_2=5$)*

j) $\left.\begin{array}{r} x^2+y^2=25 \\ xy=12 \end{array}\right\}$ *($x_1=3$ $y_1=4; x_2=-3$ $y_2=-4$ $x_3=4, y_3=3; x_4=-4, y_4=-3$)*

Ejercicio 19:

Resuelve estos sistemas.

a) $\left.\begin{array}{r} x-y=3 \\ 3x+2y=19 \\ 2x+3y=16 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} x+y+2z=0 \\ 2x+5y-6z=0 \\ 3x+4y+z=0 \end{array}\right\}$

a) $$\left.\begin{array}{r} x-y=3 \\ 3x+2y=19 \\ 2x+3y=16 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \xrightarrow{E_2=E_2-3E_1} \\ \xrightarrow{E_3=E_3-2E_1} \end{array} \left.\begin{array}{r} x-y=3 \\ 5y=10 \\ 5y=10 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x=5 \\ y=2 \end{array}$$

b) $$\left.\begin{array}{r} x+y+2z=0 \\ 2x+5y-6z=0 \\ 3x+4y+z=0 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \xrightarrow{E_2=E_2-2E_1} \\ \xrightarrow{E_3=E_3-3E_1} \end{array} \left.\begin{array}{r} x+y+2z=0 \\ 3y-10z=0 \\ y-5z=0 \end{array}\right\} \xrightarrow{E_3=-3E_3+E_2} \left.\begin{array}{r} x+y+2z=0 \\ 3y-10z=0 \\ 5z=0 \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} x=0 \\ y=0 \\ z=0 \end{array}\right.$$

Ejercicio 20:

Resuelve los sistemas.

a) $\left.\begin{array}{r} x+y+z=2 \\ 3x-y=1 \\ 5x+7y-3z=3 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} x-y-2z=8 \\ 2x+y-3z=11 \\ x+2y+3z=5 \end{array}\right\}$

a) $$\left.\begin{array}{r} x+y+z=2 \\ 3x-y=1 \\ 5x+7y-3z=3 \end{array}\right\} \xrightarrow{E_3=E_3+3E_1} \left.\begin{array}{r} x+y+z=2 \\ 3x-y=1 \\ 8x+10y=9 \end{array}\right\} \xrightarrow{E_3=E_3+10E_2} \left.\begin{array}{r} x+y+z=2 \\ 3x-y=1 \\ 38x=19 \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{2} \\ y=\dfrac{1}{2} \\ z=1 \end{array}\right.$$

b) $$\left.\begin{array}{r} x-y-2z=8 \\ 2x+y-3z=11 \\ x+2y+3z=5 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \xrightarrow{E_2=E_2-2E_1} \\ \xrightarrow{E_3=E_3-E_1} \end{array} \left.\begin{array}{r} x+y-2z=8 \\ 3y+z=-5 \\ 3y+5z=-3 \end{array}\right\} \xrightarrow{E_3=E_3-E_2} \left.\begin{array}{r} x+y-2z=8 \\ 3y+z=-5 \\ 4z=2 \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} x=\dfrac{43}{6} \\ y=-\dfrac{11}{6} \\ z=\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$$

Ejercicio 21:

Determina las soluciones de estos sistemas de tres ecuaciones con tres incógnitas, utilizando el método de Gauss.

a) $\left.\begin{array}{r} 2x+3y+z=11 \\ x-2y+3z=6 \\ -x+y-z=-2 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r} 2x+3y+5z=0 \\ -4x-6y+7z=-3 \\ 3x-y+z=3 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} 2x-y+z=4 \\ -x+3y-2z=1 \\ x+2y+z=1 \end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{r} 2x+4y+z=0 \\ x-3y-2z=5 \\ -x+y-z=1 \end{array}\right\}$

a) $$\left.\begin{array}{r} 2x+3y+z=11 \\ x-2y+3z=6 \\ -x+y-z=-2 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \xrightarrow{E_2=2E_2-E_1} \\ \xrightarrow{E_3=2E_3+E_1} \end{array} \left.\begin{array}{r} 2x+3y+z=11 \\ -7y+5z=1 \\ 5y-z=7 \end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{E_3=7E_3+5E_2} \left.\begin{array}{r} 2x+3y+z=11 \\ -7y+5z=1 \\ 18z=54 \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} x=1 \\ y=2 \\ z=3 \end{array}\right.$$

b) $$\left.\begin{array}{r} 2x-y+z=4 \\ -x+3y-2z=1 \\ x+2y+z=1 \end{array}\right\} \xrightarrow[E_3=2E_3-E_1]{E_2=2E_2+E_1} \left.\begin{array}{r} 2x-y+z=4 \\ 5y-3z=6 \\ 5y+z=-2 \end{array}\right\} \xrightarrow{E_3=E_3-E_2} \left.\begin{array}{r} 2x-y+z=4 \\ 5y-3z=6 \\ 4z=-8 \end{array}\right\} \to \left\{\begin{array}{l} x=3 \\ y=0 \\ z=-2 \end{array}\right.$$

c) $$\left.\begin{array}{r} 2x+3y+5z=0 \\ -4x-6y+7z=-3 \\ 3x-y+z=3 \end{array}\right\} \xrightarrow[E_3=2E_3-3E_1]{E_2=E_2+2E_1} \left.\begin{array}{r} 2x+3y+5z=0 \\ 17z=-3 \\ -11y-13z=6 \end{array}\right\} \to \left\{\begin{array}{l} x=\dfrac{177}{187} \\ y=-\dfrac{63}{187} \\ z=-\dfrac{3}{17} \end{array}\right.$$

d) $$\left.\begin{array}{r} 2x+4y+z=0 \\ x-3y-2z=5 \\ -x+y-z=1 \end{array}\right\} \xrightarrow[E_3=2E_3+E_1]{E_2=2E_2-E_1} \left.\begin{array}{r} 2x+4y+z=0 \\ -10y-5z=10 \\ 6y-z=2 \end{array}\right\} \xrightarrow{E_3=E_3+\frac{3}{5}E_2} \left.\begin{array}{r} 2x+4y+z=0 \\ -10y-5z=10 \\ -4z=8 \end{array}\right\} \to \left\{\begin{array}{l} x=1 \\ y=0 \\ z=-2 \end{array}\right.$$

Ejercicio 22:

Resuelve, empleando el método de Gauss.

a) $$\left.\begin{array}{r} x+y+z=10 \\ x+2y-z=2 \\ x+y+2z=15 \end{array}\right\}$$

b) $$\left.\begin{array}{r} 3x-y-z=-10 \\ 5x-z=-10 \\ -6x+3y+2z=22 \end{array}\right\}$$

c) $$\left.\begin{array}{r} 2x+4y+z=0 \\ x-3y-2z=5 \\ -x+y-z=1 \end{array}\right\}$$

d) $$\left.\begin{array}{r} 2x-3y+z=3 \\ 4y-3z=10 \\ -x+2y+3z=-8 \end{array}\right\}$$

e) $$\left.\begin{array}{r} 2x+2y-8z=12 \\ -x+3y+5z=7 \\ 3x+4y-z=32 \end{array}\right\}$$

f) $$\left.\begin{array}{r} 4x+3y+5z+2=0 \\ -2x+6y-z-2=0 \\ 8x+9y+11z+10=0 \end{array}\right\}$$

a) $$\left.\begin{array}{r} x+y+z=10 \\ x+2y-z=2 \\ x+y+2z=15 \end{array}\right\} \xrightarrow[E_3=E_3-E_1]{E_2=E_2-E_1} \left.\begin{array}{r} x+y+z=10 \\ y-2z=-8 \\ z=5 \end{array}\right\} \to \left\{\begin{array}{l} x=3 \\ y=2 \\ z=5 \end{array}\right.$$

b) $$\left.\begin{array}{r} 3x-y-z=-10 \\ 5x-z=-10 \\ -6x+3y+2z=22 \end{array}\right\} \xrightarrow{E_3=E_3+3E_1} \left.\begin{array}{r} 3x-y-z=-10 \\ 5x-z=-10 \\ 3x-z=-8 \end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{E_3=E_3-E_2} \left.\begin{array}{r} 3x-y-z=-10 \\ 5x-z=-10 \\ -2x=2 \end{array}\right\} \to \left\{\begin{array}{l} x=-1 \\ y=2 \\ z=5 \end{array}\right.$$

c) $\left.\begin{aligned} 2x+4y+z&=0\\ x-3y-2z&=5\\ -x+y-z&=1\end{aligned}\right\} \xrightarrow[E_3=2E_3+E_1]{E_2=2E_2-E_1} \left.\begin{aligned} 2x+4y+z&=0\\ -10y-5z&=10\\ 6y-z&=2\end{aligned}\right\}$

$\xrightarrow{E_3=E_3+\frac{3}{5}E_2} \left.\begin{aligned} 2x+4y+z&=0\\ -10y-5z&=10\\ -4z&=8\end{aligned}\right\} \to \begin{cases} x=1\\ y=0\\ z=-2\end{cases}$

d) $\left.\begin{aligned} 2x-3y+z&=3\\ 4y-3z&=10\\ -x+2y+3z&=-8\end{aligned}\right\} \xrightarrow{E_3=2E_3+E_1} \left.\begin{aligned} 2x-3y+z&=3\\ 4y-3z&=10\\ y+7z&=-13\end{aligned}\right\}$

$\xrightarrow{E_3=4E_3-E_2} \left.\begin{aligned} 2x-3y+z&=3\\ 4y-3z&=10\\ 31z&=-62\end{aligned}\right\} \to \begin{cases} x=4\\ y=1\\ z=-2\end{cases}$

e) $\left.\begin{aligned} 2x+2y-8z&=12\\ -x+3y+5z&=7\\ 3x+4y-z&=32\end{aligned}\right\} \xrightarrow[E_3=2E_3-3E_1]{E_2=2E_2+E_1} \left.\begin{aligned} 2x+2y-8z&=12\\ 8y+2z&=26\\ 2y+22z&=28\end{aligned}\right\}$

$\xrightarrow{E_3=4E_3-E_2} \left.\begin{aligned} 2x+2y-8z&=12\\ 8y+2z&=26\\ 86z&=86\end{aligned}\right\} \to \begin{cases} x=7\\ y=3\\ z=1\end{cases}$

f) $\left.\begin{aligned} 4x+3y+5z+2&=0\\ -2x+6y-z-2&=0\\ 8x+9y+11z+10&=0\end{aligned}\right\} \xrightarrow[E_3=E_3-2E_1]{E_2=2E_2+E_1} \left.\begin{aligned} 4x+3y+5z&=-2\\ 15y+3z&=2\\ 3y+z&=-6\end{aligned}\right\}$

$\xrightarrow{E_3=5E_3-E_2} \left.\begin{aligned} 4x+3y+5z&=-2\\ 15y+3z&=2\\ 2z&=-32\end{aligned}\right\} \to \begin{cases} x=17\\ y=\dfrac{10}{3}\\ z=-16\end{cases}$

Ejercicio 23:

Nos disponemos a fabricar un collar con 3 tipos de cuentas: verdes, rojas y azules. El collar tiene un total de 20 cuentas y el precio total de fabricación es de 33 €. El coste de la cuentas verdes, rojas y azules es de 1 €, 2 € y 3 €, respectivamente. Además, sabemos que el número de cuentas verdes es igual al número de rojas más azules. Contesta a los siguientes apartados:
(2 puntos, 1 por apartado)

A. Plantea el sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas que da solución a este problema.

B. Resuelve dicho sistema.

SOLUCIÓN

A. x = número de cuentas verdes

y =número de cuentas rojas

z =número de cuentas azules

$$\begin{cases} x+y+z=20 \\ x+2y+3z=33 \\ x=y+z \end{cases}$$

B. El sistema se puede resolver por el método de Gauss. Obtenemos como solución: $x=10$; $y=7$; $z=3$

Ejercicio 24:

En una prueba de oposición se plantean 18 preguntas de tres tipos distintos: de respuesta corta, actividades contextualizadas y preguntas de desarrollo. Los opositores saben que las preguntas de respuesta corta son el doble de las contextualizadas, que el examen viene puntuado sobre 10, y que las de respuesta corta valen 0,25 puntos, las contextualizadas 0,75, y las de desarrollo 1,25. Calcula el número de preguntas que hay de cada tipo, planteando un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas.

SOLUCIÓN

Llamamos x=número de preguntas con respuesta corta, y=número de actividades contextualizadas, z=número de preguntas de desarrollo.

$$\begin{cases} x+y+z=18 \\ x=2y \\ 0{,}25x+0{,}75y+1{,}25z=10 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema obtenemos 10 preguntas de respuesta corta, 5 contextualizadas y 3 de desarrollo.

Ejercicio 25:

Un señor se dispone a diseñar un tendedero con tres cordeles (C1, C2 y C3), utilizando en su totalidad una cuerda de 18 metros. Sabemos que C1 y C2 tienen la misma longitud y que la longitud de C3 es el doble que la suma de los otros dos.
Responde los siguientes apartados:
(2 puntos, 1 por apartado)

A. Plantea el sistema de ecuaciones asociado a este problema.

B. Calcula la longitud de cada cordel.

SOLUCIÓN

A. Llamamos x a la longitud de C1, y a la longitud de C2 y z a la longitud de C3.

$$\begin{cases} x+y+z=18 \\ x=y \\ 2(x+y)=z \end{cases}$$

B. Resolviendo el sistema obtenemos que x=3, y=3, z=12