EJERCICIOS RESUELTOS DE EXPONENCIALES
REPASO 1º BACHILLERATO

1) Resolver:

a) $2^{2x-1} = 4$

$2^{2x-1} = 2^2 \qquad 2x - 1 = 2 \qquad x = \frac{3}{2}$

b) $\sqrt[2x-1]{3^{x-3}} = \sqrt{27}$

$3^{\frac{x-3}{2x-1}} = 3^{\frac{3}{2}} \qquad \frac{x-3}{2x-1} = \frac{3}{2} \qquad x$

c)

$2^{1-x^2} = \frac{1}{8}$

$2^{1-x^2} = 2^{-3} \qquad 1 - x^2 = -3; \qquad x^2 = 4$

d) $\sqrt[3]{8^x} = 65536$

$\left(2^3\right)^{\frac{x}{3}} = 2^{16} \qquad x = 16$

e) $4^{\sqrt{x+1}} - 2^{\sqrt{x+1}+2} = 0$

$2^{2\sqrt{x+1}} = 2^{\sqrt{x+1}+2} \qquad 2\sqrt{x+1} = \sqrt{x+1} + 2$

$x = 3$

f) $2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 28$

$2^x \cdot 2 + 2^x + \frac{2^x}{2} = 28$

$2^x\left(2 + 1 + \frac{1}{2}\right) = 28$

$2^x \cdot \frac{7}{2} = 28 \qquad 2^x = 2^3 \qquad x = 3$

g) $3^{1-x} - 3^x = 2$

$\frac{3}{3^x} - 3^x = 2 \qquad 3^x = t$

$t^2 + 2t - 3 = 0 \qquad t_1 = 1 \quad 3^x = 1 \quad x = 0$

$t_2 = -3 \quad 3^x = -3 \quad \nexists$

h) $2 - 3^{-x} + 3^{x+1} = 0$

$2 - \frac{1}{3^x} + 3 \cdot 3^x = 0$

$3^x = t$

$2 - \frac{1}{t} + 3 \cdot t = 0$

$3t^2 + 2t - 1 = 0$

$t_1 = -1 \qquad 3^x = -1 \qquad$ sin solución

$t_2 = \frac{1}{3} \qquad 3^x = \frac{1}{3} \qquad x = -1$

i) $4^{x-1} + 2^{x+2} = 48$

$2^{2x-2} + 2^{x+2} = 48 \qquad \frac{2^{2x}}{4} + 4 \cdot 2^x - 48 = 0 \qquad t = 2^x$

$t^2 + 16t - 192 = 0 \qquad \begin{cases} t = 8 \\ t = -24 \end{cases}$

$8 = 2^x \qquad x = 3$

j) $2^{4x} - 2^{2x} - 12 = 0$

$2^{2x} = t$

$t^2 - t - 12 = 0 \qquad t_1 = 4 \quad 2^{2x} = 4 \quad x = 1$

$t_2 = -3 \quad 2^{2x} = -3 \quad \nexists$

2) Resolver:

. $2^{x+1} = 8 \Rightarrow 2^{x+1} = 2^3 \Rightarrow x + 1 = 3 \Rightarrow x = 2$

Cuando tenemos un sólo término en ambos miembros de la ecuación, descomponemos en factores para conseguir la misma base. Igualamos los exponentes y resolvemos.

3) Resolver:

$2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 7$

Aplicamos las propiedades de las potencias, para descomponer. $\frac{2^x}{2} + 2^x + 2^x \cdot 2 = 7$

Para resolver mejor hacemos $2^x = t \Rightarrow \frac{t}{2} + t + 2t = 7 \Rightarrow t + 2t + 4t = 14 \Rightarrow 7t = 14 \rightarrow t = 2$

Como $2^x = t \Rightarrow 2^x = 2 \Rightarrow x = 1$

4) Resolver:

$$3^x + 3^{x-1} + 3^{x+1} = 117$$

$$3^x + \frac{3^x}{3} + 3^x \cdot 3 = 117 \Rightarrow 3^x = t \Rightarrow t + \frac{t}{3} + 3t = 117 \Rightarrow 13t = 351 \Rightarrow t = 27 \Rightarrow 3^x = 3^3 \Rightarrow x = 3$$

5) Resolver:

$$2^{x+3} + 4^{x+1} - 320 = 0$$

- Aplicamos las propiedades de las potencias y sustituimos $2^x = t$

$$2^x \cdot 2^3 + \left(2^2\right)^{x+1} - 320 = 0 \quad \Rightarrow 2^x \cdot 2^3 + \left(2^x\right)^2 \cdot 2^2 - 320 = 0 \qquad 8t + 4t^2 - 320 = 0 \Rightarrow$$

6) Resolver:

. $$5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

$$\left(5^x\right)^2 - 6 \cdot 5^x + 5 = 0 \quad \Rightarrow 5^x = t \quad \Rightarrow t^2 - 6t + 5 = 0 \quad \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 5 & \Rightarrow 5^x = 5 \quad \Rightarrow x = 1 \\ t_2 = 1 & \Rightarrow 5^x = 1 \quad \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

7)

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones logarítmicas:

a) $\begin{cases} 3 \cdot 2^x - 4 \cdot 7^y = -172 \\ 7 \cdot 2^x + 2 \cdot 7^y = 154 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4^{x+1} - 6^y = 40 \\ 2 \cdot 4^x - 6^y = -88 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3^x + 2^y = 31 \\ 3^{x+1} - 2^{y+2} = 65 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2 \cdot 3^{x+1} - 5^{y+2} = -2639 \\ 4 \cdot 3^x + 5^y = 449 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 5^{x+y} = 25^3 \\ 5^{x-y} = 25 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 15 \cdot 5^{x-1} - 6^y = 339 \\ 3 \cdot 5^x + 2 \cdot 6^{y+1} = 807 \end{cases}$

g) $\begin{cases} a^{x+y} = a^4 \\ a^{x-y} = a^2 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 8^y \cdot 2^{2x} = 128 \\ 3^{2y} \cdot 3^{x-1} = 27 \end{cases}$

i) $\begin{cases} 3^{3x-y} = \sqrt{3^{10}} \\ 3^{2x+y} = 3 \end{cases}$

j) $\begin{cases} 3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^y = -6 \\ 4 \cdot 2^x - 3 \cdot 3^y = -11 \end{cases}$

k) $\begin{cases} 3 \cdot 2^x - 5 \cdot 3^y = 3 \\ 2^{x+1} + 3^{y+1} = 59 \end{cases}$

l) $\begin{cases} 2^x - 3^{y-1} = 5 \\ 2^{x+1} + 8 \cdot 3^y = 712 \end{cases}$

ll) $\begin{cases} 2 \cdot 3^x + 2^{y+3} = 86 \\ 3^x - 2^y = 23 \end{cases}$

m) $\begin{cases} 2^{x+2y} = 32 \\ 5^{2x-y} = 1 \end{cases}$

Sol: a) $x = 3, y = 2$; b) $x = y = 3$; c) $x = 3, y = 2$; d) $x = y = 4$; e) $x = 4, y = 2$; f) $x = 3, y = 2$; g) $x = 3, y = 1$; h) $x = -70, y = 49$; i) $x = 6/5, y = -7/5$; j) $x = y = 2$; k) $x = y = 4$; l) $x = 5, y = 4$; ll) $x = 3, y = 2$; m) $x = 1, y = 2$;

8) Resolver:

<table>
<tr>
<td>
a)

$\begin{cases} 3^{2x+y} = 3^7 \\ 3^{x-2y} = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$ $\quad x = 3 \quad y = 1$
</td>
<td>
b)

$\begin{cases} \dfrac{2^{2x-3}}{2^{3y+2}} = 2^8 \\ 3x - 2y = 17 \end{cases}$

$2^{2x-3} = 2^8 \cdot 2^{3y+2} \quad 2x - 3 = 8 + 3y + 2 \quad 2x - 3y = 13$

$\begin{cases} 2x - 3y = 13 \\ 3x - 2y = 17 \end{cases}$ $\quad x = 5 \quad y = -1$
</td>
</tr>
<tr>
<td>
c)

$\begin{cases} 5^x \cdot 25^y = 5^7 \\ 2^{x-1} \cdot 2^{y+2} = 64 \end{cases}$

$\begin{cases} 5^x \cdot 5^{2y} = 5^7 \\ 2^{x-1} \cdot 2^{y+2} = 2^6 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} 5^{x+2y} = 5^7 \\ 2^{x-1+y+2} = 2^6 \end{cases}$

$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ x - 1 + y + 2 = 6 \end{cases}$

$x = 3 \quad y = 2$
</td>
<td>
d)

$\begin{cases} 3^x - 2^y = 1 \\ 3^{x-1} = 2^{y-2} + 1 \end{cases}$

$\begin{cases} 3^x - 2^y = 1 \\ \dfrac{3^x}{3} - \dfrac{2^y}{4} = 1 \end{cases}$ $\quad 3^x = u \quad 2^y = v$

$\begin{cases} u - 2v = 1 \\ 4u - 3v = 12 \end{cases}$ $\quad u = 9 \quad v = 8$

$3^x = 9 \quad x = 2$

$2^y = 8 \quad y = 3$
</td>
</tr>
</table>

e) $5^{2x-1} = \sqrt[3]{25^{x^2-\frac{1}{4}}} \Leftrightarrow 5^{2x-1} = 25^{\frac{x^2-\frac{1}{4}}{3}} \Leftrightarrow 5^{2x-1} = \left(5^2\right)^{\frac{x^2-\frac{1}{4}}{3}} \Leftrightarrow 5^{2x-1} = 5^{2\cdot\frac{x^2-\frac{1}{4}}{3}} \Leftrightarrow 2x-1 = 2\cdot\frac{x^2-\frac{1}{4}}{3} \Leftrightarrow$

$$3\cdot(2x-1) = 2\cdot\left(x^2 - \tfrac{1}{4}\right) \Leftrightarrow 6x - 3 = 2\cdot x^2 - \tfrac{1}{2} \Leftrightarrow 12x - 6 = 4x^2 - 1 \Leftrightarrow 4x^2 - 12x;+5 = 0 \Leftrightarrow x = \tfrac{1}{2} \text{ ó } x = \tfrac{5}{2}$$

Existen dos soluciones, $\mathbf{x_1 = 1/2}$ y $\mathbf{x_2 = 1/5}$

g)

$\begin{cases} 3\cdot 5^x + 2\cdot 6^{y+1} = 807 \\ 15\cdot 5^{x-1} - 6^y = 339 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3\cdot 5^x + 2\cdot 6\cdot 6^y = 807 \\ \frac{15}{5}\cdot 5^x - 6^y = 339 \\ 5^x = t \\ 6^y = s \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3t + 12s = 807 \\ 3t - s = 339 \\ 5^x = t \\ 6^y = s \end{cases} \begin{matrix} s = 36 \\ t = 125 \end{matrix} \begin{cases} t = 5^x = 125 = 5^3 \Rightarrow \mathbf{x = 3} \\ s = 6^y = 36 = 6^2 \Rightarrow \mathbf{y = 2} \end{cases}$

h) $\begin{cases} 3^x + 3^y = 90 \\ 3^{x+y} = 729 \end{cases}$

Por comodidad hacemos un cambio de variables 3x= t 3y= s, el sistema queda $\begin{cases} t + s = 90 \\ t s = 729 \end{cases}$

Lo resolvemos por sustitución, s = 90 – t, de donde t(90-t)= 729 $\Rightarrow$ t2 -90t +729=0 sus soluciones son t =81 y t =9 (comprobarlo)

s = 90-81=9 y s = 90-9=81

Por lo tanto para t =81, s =9 deshaciendo el cambio 3x=81 $\Rightarrow$ x = 4, 3y=9 $\Rightarrow$ y =2

Para t =9 , s =81 deshaciendo el cambio 3x =9 $\Rightarrow$x =2, 3y =81 $\Rightarrow$ y =4