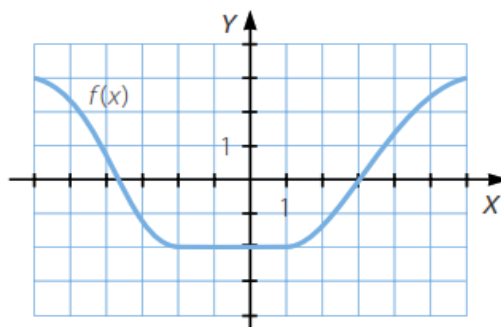


## EJERCICIOS UNIDAD 1: FUNCIONES

### Ejercicio 1:

Estudia el crecimiento de la función.

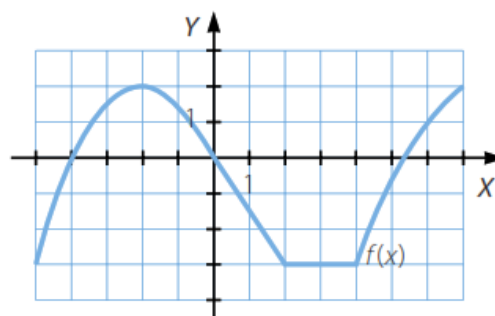
La función es decreciente en  $(-\infty, -2)$ , es constante en  $(-2, 1)$  y es creciente en  $(1, +\infty)$ .



### Ejercicio 2:

¿En qué puntos de la función hay máximos relativos? ¿Y mínimos relativos? ¿Tiene máximos o mínimos absolutos?

Existe un máximo relativo en el punto  $x = -2$ .  
No tiene mínimos relativos ni absolutos y no hay máximos absolutos.



### Ejercicio 3:

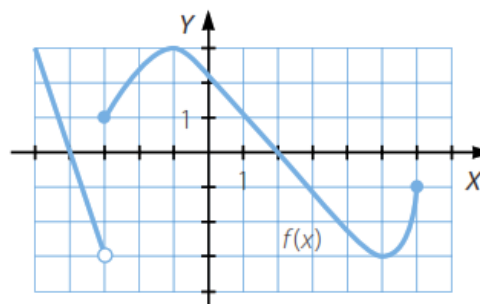
Estudia el dominio, el recorrido, el crecimiento y los máximos y mínimos de  $f(x)$ .

$$\text{Dom } f = (-\infty, 6]$$

$$\text{Im } f = [-3, +\infty)$$

La función es decreciente en  $(-\infty, -3) \cup (-1, 5)$  y es creciente en  $(-3, -1) \cup (5, 6)$ .

Existe un máximo relativo en  $x = -1$  y un mínimo absoluto en  $x = 5$ .  
No hay máximos absolutos.



### Ejercicio 4:

Justifica si estas funciones son simétricas.

a)  $f(x) = \frac{x^4 + 2}{x^2}$

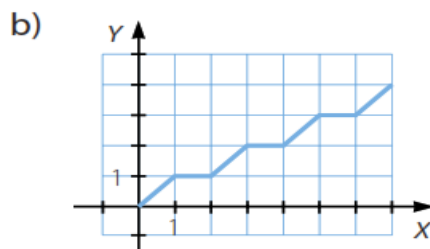
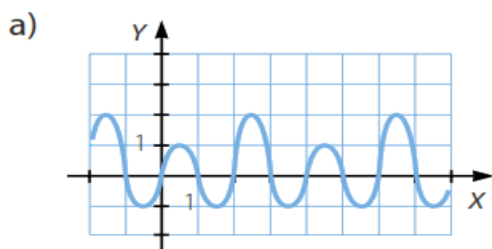
b)  $g(x) = \sqrt{x^3 - 3}$

a)  $f(-x) = \frac{(-x)^4 + 2}{(-x)^2} = \frac{x^4 + 2}{x^2} = f(x) \rightarrow f(x)$  es simétrica respecto del eje Y.

b)  $g(-x) = \sqrt{(-x)^3 - 3} = \sqrt{-x^3 - 3} \rightarrow g(x)$  no es simétrica.

**Ejercicio 5:**

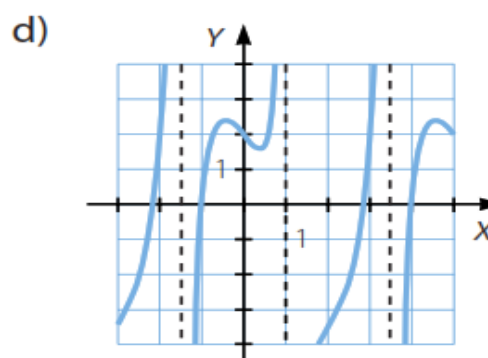
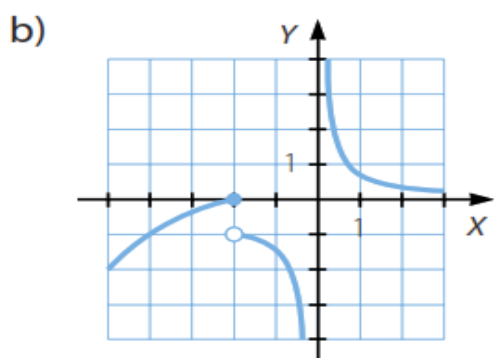
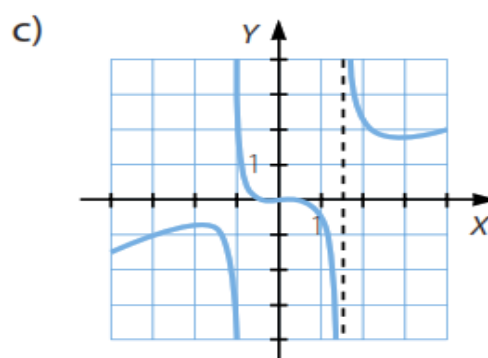
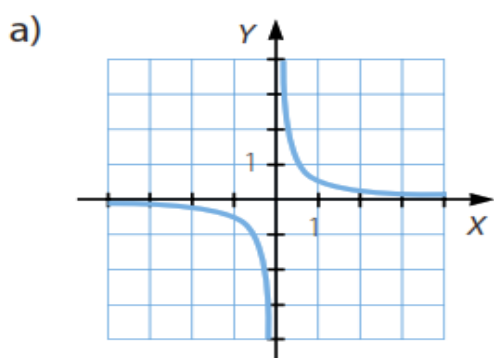
Razona si las siguientes gráficas corresponden a funciones periódicas.



- a) La función es periódica y su período es 4.
- b) La función no es periódica, porque la gráfica no se repite.

**Ejercicio 6:**

Estudia las características de las siguientes funciones.



- a)  $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{0\}$   $\text{Im } f = \mathbb{R} - \{0\}$   
 La función es decreciente en  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ .  
 No existen máximos ni mínimos relativos y absolutos.  
 Es convexa en  $(-\infty, 0)$  y es cóncava en  $(0, +\infty)$ .  
 La función es simétrica respecto del origen de coordenadas.  
 No hay periodicidad.
- b)  $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{0\}$   $\text{Im } f = \mathbb{R}$   
 La función es creciente en  $(-\infty, -2)$  y es decreciente en  $(-2, 0) \cup (0, +\infty)$ .  
 No existen máximos ni mínimos relativos y absolutos.  
 Es convexa en  $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$  y es cóncava en  $(0, +\infty)$ .  
 La función no es simétrica ni periódica.

c)  $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \left\{-1, \frac{3}{2}\right\}$        $\text{Im } f = \mathbb{R}$

La función es creciente en  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$  y es decreciente

en  $(-2, -1) \cup \left(-1, \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}, 2\right)$ .

Existe un máximo relativo en  $x = -2$  y un mínimo relativo en  $x = 2$ .

Es convexa en  $(-\infty, -1) \cup \left(0, \frac{3}{2}\right)$  y es cóncava en  $(-1, 0) \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$ .

La función no es simétrica ni periódica.

d)  $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-1,5; 1; 3,5\}$        $\text{Im } f = \mathbb{R}$

La función es creciente en  $(-\infty; -1,5) \cup (-1,5; -0,5) \cup (0,5; 1) \cup (1; 3,5) \cup (3,5; 4,5)$  y es decreciente en  $(-0,5; 0,5) \cup (4,5; +\infty)$ .

Máximo relativo en  $x = -0,5$  y en  $x = 4,5$  y mínimo relativo en  $x = 0,5$ .

Es cóncava en  $(-\infty; -1,5) \cup (0, 1) \cup (1; 3,5)$  y es convexa en  $(-0,5; 0) \cup (3,5; 5)$ .

La función no es simétrica ni periódica.

**Ejercicio 7:**

Estudia las simetrías de la función.

$$f(x) = x^3 - 3x$$

$$f(-x) = (-x)^3 - 3(-x) = -x^3 + 3x = -f(x) \rightarrow \text{La función es simétrica respecto del origen de coordenadas.}$$

**Ejercicio 8:** Dadas las siguientes funciones, se pide:

- |                 |                           |                       |              |
|-----------------|---------------------------|-----------------------|--------------|
| a) Dominio      | b) Representación gráfica | c) Imagen o recorrido | d) Monotonía |
| e) Acotación    | f) Extremos relativos     | g) Extremos absolutos | h) Simetría  |
| i) Periodicidad |                           |                       |              |

$$1^\circ) f(x) = \begin{cases} -2x^2 + x + 3 & \text{si } x < 1 \\ 2x - 1 & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ \ln x & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$2^\circ) g(x) = \begin{cases} |x| & \text{si } x \in (-\infty, 2) \\ 2 & \text{si } x \in [2, +\infty) \end{cases}$$

$$3^\circ) h(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & \text{si } x < 0 \\ 3^x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

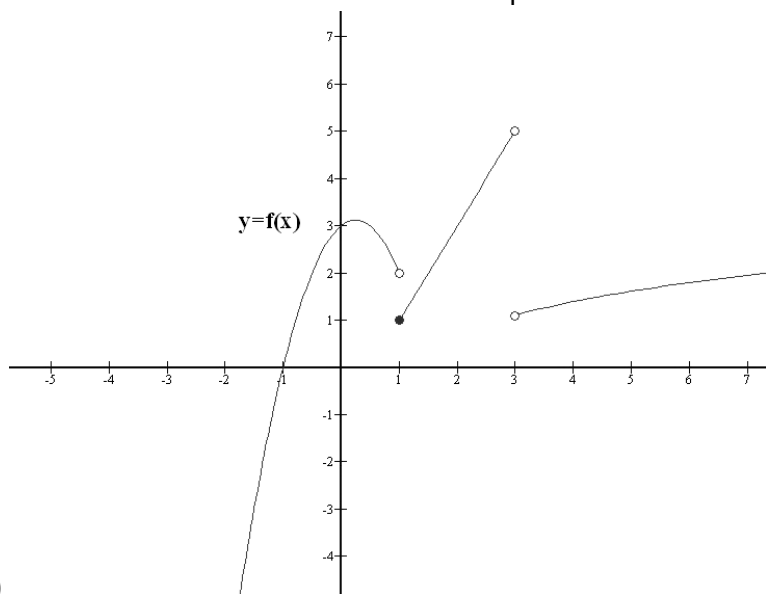
$$4^\circ) m(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < -2\pi \\ \text{sen } x & \text{si } -2\pi < x < 2\pi \\ -2 & \text{si } x > 2\pi \end{cases}$$

$$5^\circ) n(x) = \begin{cases} \left|\frac{1}{x^3}\right| & \text{si } x < 0 \\ 2 & \text{si } x = 0 \\ \log_{\frac{1}{2}} x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$6^\circ) r(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3 & \text{si } -5 \leq x < -1 \\ 2 & \text{si } x = -1 \\ -2x^2 + 2 & \text{si } -1 < x < 1 \\ 2 & \text{si } x = 1 \\ x^2 - 4x + 3 & \text{si } 1 < x \leq 5 \end{cases}$$

Soluciones:

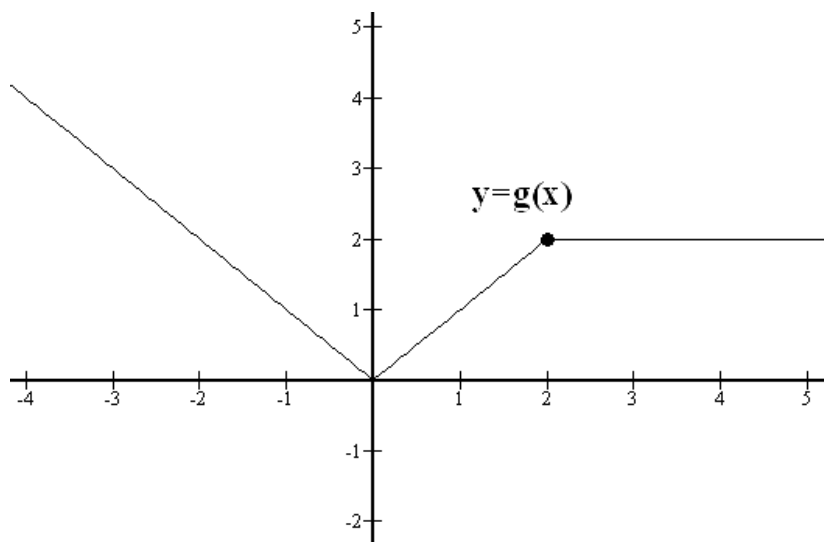
- 1º) a) Dom  $f = \mathbb{R} - \{3\}$  c) Im  $f = \mathbb{R}$  d)  $f$  creciente en  $\left(-\infty, \frac{1}{4}\right) \cup (1, 3) \cup (3, +\infty)$  ;  $f$  decreciente en  $\left(\frac{1}{4}, 1\right)$  e) No está acotada f) Máximo relativo en  $x_0 = \frac{1}{4}$  g) No tiene h) e) i) No hay



b)

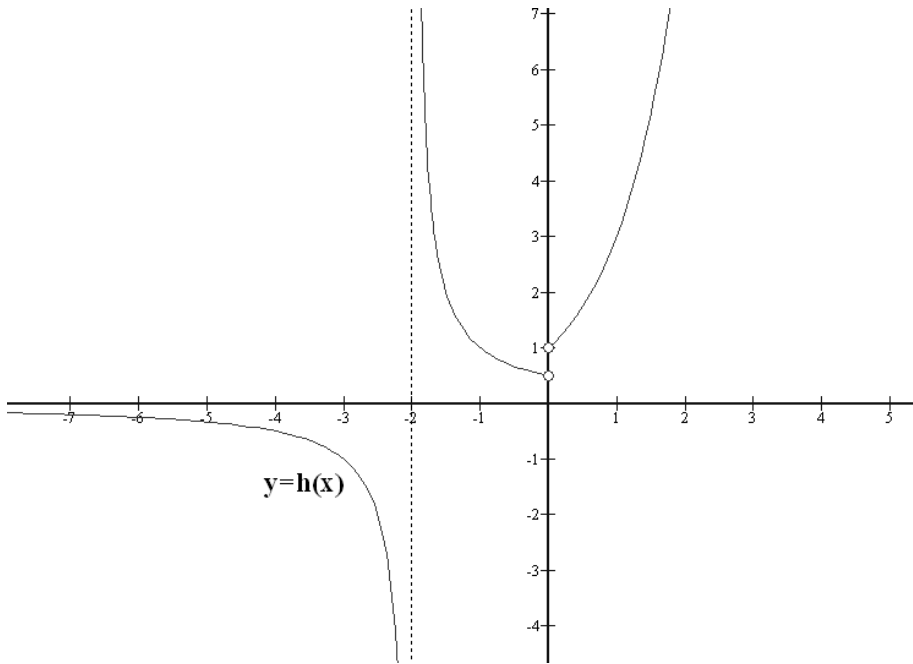
- 2º) a) Dom  $g = \mathbb{R}$  c) Recorr (g) =  $[0, +\infty)$  d)  $f$  creciente en  $(0, 2)$  ;  $f$  decreciente en  $(-\infty, 0)$  ;  $f$  constante en  $(2, +\infty)$  e) Acotada inferiormente con ínfimo 0 f) y g) Mínimo relativo y absoluto en  $(0, 0)$  h) e) i) No hay

b)

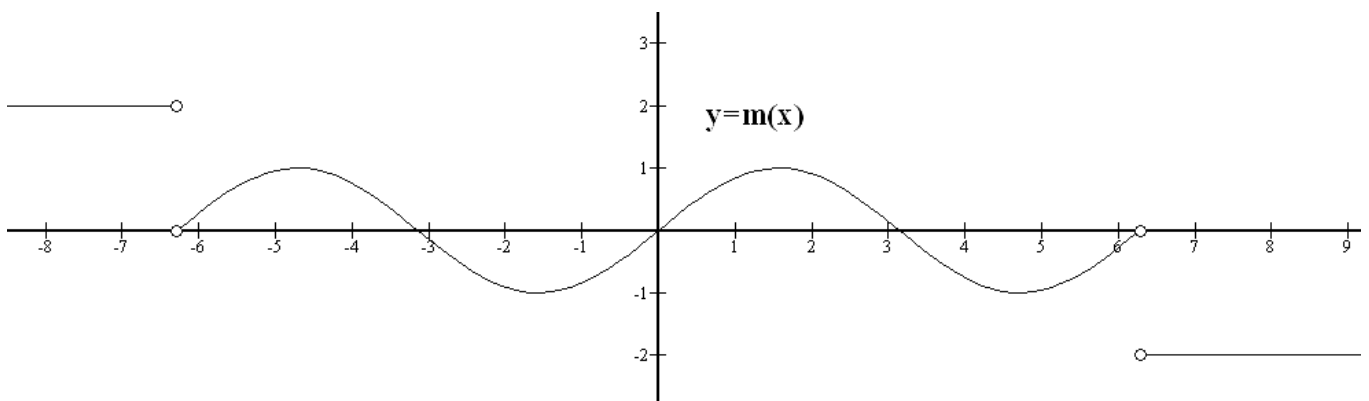


- 3º) a) Dom  $h = \mathbb{R} - \{-2, 0\}$  c) Im  $h = (-\infty, 0) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$  d)  $f$  creciente en  $(0, +\infty)$  ;  $f$  decreciente en  $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$  e) No está acotada f) y g) No tiene h) e) i) No tiene

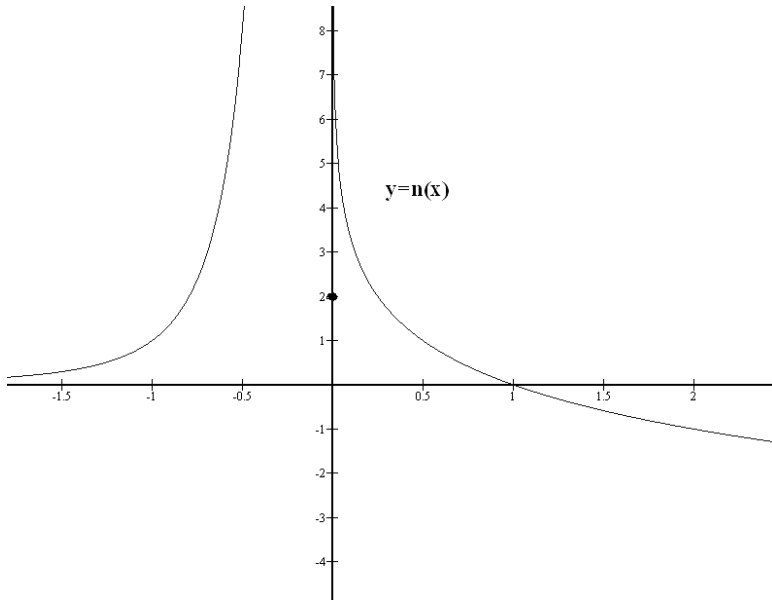
b)



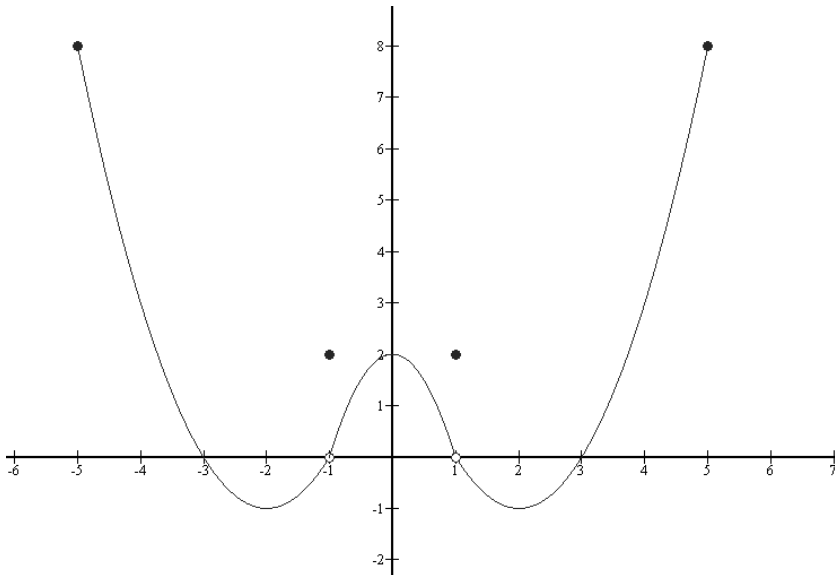
- 4º) a)  $\text{Dom } m = \mathbb{R} - \{2\pi, -2\pi\}$  c)  $\text{Im } h = [-1, 1] \cup \{2, -2\}$  d) f creciente en  $\left(-2\pi, -\frac{3\pi}{2}\right) \cup \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ ; f decreciente en  $\left(\frac{-3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ ; f constante en  $(-\infty, -2\pi)$ ; f constante en  $(2\pi, +\infty)$  e) Acotada con supremo 2 e ínfimo -2 f) Máximos relativos en  $\left(\frac{-3\pi}{2}, 1\right)$  y en  $\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$ ; Mínimos relativos en  $\left(\frac{-\pi}{2}, -1\right)$  y  $\left(\frac{3\pi}{2}, -1\right)$  g) Infinitos máximos absolutos para todo  $x_0 < -2\pi$ ; ) Infinitos mínimos absolutos para todo  $x_0 > 2\pi$  h) Impar i) No tiene b)



- 5º) a)  $\text{Dom } n = \mathbb{R}$  c)  $\text{Im } h = \mathbb{R}$  d) f creciente en  $(-\infty, 0)$ ; f decreciente en  $(0, +\infty)$  e) No está acotada f) y g) No tiene h) e i) No tiene b)



6º) a)  $\text{Dom } n = [-5, 5]$  c)  $\text{Im } h = [-1, 8]$  d)  $f$  creciente en  $(-2, -1) \cup (-1, 0) \cup (2, 5)$ ;  $f$  decreciente en  $(-5, -2) \cup (0, 1) \cup (1, 2)$  e) Acotada con supremo 8 e ínfimo -1 f) y g) Máximo relativo en  $(0, 2)$  y mínimos relativos y absolutos en  $(-2, -2)$  y  $(2, -1)$ . Máximos absolutos y relativos en  $(-5, 8)$  y  $(5, 8)$  en h) Par i) No tiene



b)