

GEOMETRÍA EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD
ANDALUCÍA 2011-2014

Ejercicio 1: (2011)

Dados los puntos $A(1, 0, 0)$, $B(0, 0, 1)$ y $P(1, -1, 1)$, y la recta r definida por $\begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

- (a) Halla los puntos de la recta r cuya distancia al punto P es de 3 unidades.
- (b) Calcula el área del triángulo ABP .

Ejercicio 2: (2011)

Dados el punto $P(1, 1, -1)$ y la recta r de ecuaciones $\begin{cases} x + z = 1 \\ y + z = 0 \end{cases}$

- (a) Halla la ecuación del plano que contiene a r y pasa por P .
- (b) Halla la ecuación de la recta contenida en el plano de ecuación $y + z = 0$, que es perpendicular a r y pasa por P .

Ejercicio 3: (2011)

Considera los puntos $A(-1, k, 3)$, $B(k + 1, 0, 2)$, $C(1, 2, 0)$ y $D(2, 0, 1)$.

- (a) ¿Existe algún valor de k para el que los vectores \vec{AB} , \vec{BC} y \vec{CD} sean linealmente dependientes?
- (b) Calcula los valores de k para los que los puntos A , B , C y D forman un tetraedro de volumen 1.

Ejercicio 4: (2011)

Dados el plano π de ecuación $x + 2y - z = 0$ y la recta r de ecuaciones $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + y - 4z = -13 \end{cases}$

- (a) Halla el punto de intersección del plano π y la recta r .
- (b) Halla el punto simétrico del punto $Q(1, -2, 3)$ respecto del plano π .

Ejercicio 5: (2011)

Sea el punto $P(2, 3, -1)$ y la recta r dada por las ecuaciones $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$

- (a) Halla la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por P .
- (b) Calcula la distancia del punto P a la recta r y determina el punto simétrico de P respecto de r .

Ejercicio 6: (2011)

Considera los planos π_1 y π_2 dados respectivamente por las ecuaciones

$$(x, y, z) = (-2, 0, 7) + \lambda(1, -2, 0) + \mu(0, 1, -1) \quad \text{y} \quad 2x + y - z + 5 = 0$$

Determina los puntos de la recta r definida por $x = y + 1 = \frac{z - 1}{-3}$ que equidistan de π_1 y π_2 .

Ejercicio 7: (2011)

Dada la recta r definida por $\frac{x - 1}{3} = \frac{y + 1}{2} = -z + 3$ y la recta s definida por

$$\begin{cases} x = 1 \\ 2y - z = -2 \end{cases}$$

(a) Halla la ecuación del plano que pasa por el origen y contiene a r .

(b) Halla la ecuación del plano que contiene a s y es paralelo a r .

Ejercicio 8: (2011)

Dada la recta r definida por $\frac{x + 7}{2} = \frac{y - 7}{-1} = z$ y la recta s definida por $\begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \\ z = \lambda \end{cases}$

(a) Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a ambas.

(b) Calcula la distancia entre r y s .

Ejercicio 9: (2011)

Considera los puntos $A(1, 0, 2)$ y $B(1, 2, -1)$.

(a) Halla un punto C de la recta de ecuación $\frac{x - 1}{3} = \frac{y}{2} = z$ que verifica que el triángulo de vértices A , B y C tiene un ángulo recto en B .

(b) Calcula el área del triángulo de vértices A , B y D , donde D es el punto de corte del plano de ecuación $2x - y + 3z = 6$ con el eje OX .

Ejercicio 10: (2011)

Considera los planos π_1 , π_2 y π_3 dados respectivamente por las ecuaciones

$$3x - y + z - 4 = 0, \quad x - 2y + z - 1 = 0 \quad \text{y} \quad x + z - 4 = 0$$

Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(3, 1, -1)$, es paralela al plano π_1 y corta a la recta intersección de los planos π_2 y π_3 .

Ejercicio 11: (2011)

Determina el punto simétrico del punto $A(-3, 1, 6)$ respecto de la recta r de ecuaciones $x - 1 = \frac{y + 3}{2} = \frac{z + 1}{2}$

Ejercicio 12: (2011)

Considera los puntos $A(1, 0, -1)$ y $B(2, 1, 0)$, y la recta r dada por $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + z = 2 \end{cases}$

- (a) Determina la ecuación del plano que es paralelo a r y pasa por A y B .
- (b) Determina si la recta que pasa por los puntos $P(1, 2, 1)$ y $Q(3, 4, 1)$ está contenida en dicho plano.

Ejercicio 13: (2012)

El punto $M(1, -1, 0)$ es el centro de un paralelogramo y $A(2, 1, -1)$ y $B(0, -2, 3)$ son dos vértices consecutivos del mismo.

- (a) Halla la ecuación general del plano que contiene al paralelogramo.
- (b) Determina uno de los otros dos vértices y calcula el área de dicho paralelogramo.

Ejercicio 14: (2012)

Calcula de manera razonada la distancia del eje OX a la recta r de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 2x - 3y - z = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 15: (2012)

Dadas las rectas $r \equiv \frac{x+3}{-6} = \frac{y-9}{4} = \frac{z-8}{4}$ y $s \equiv \frac{x-3}{3} = \frac{y-9}{-2} = \frac{z-8}{-2}$

- (a) Determina la posición relativa de las rectas r y s .
- (b) Calcula la distancia entre r y s .

Ejercicio 16: (2012)

Los puntos $A(1, 1, 5)$ y $B(1, 1, 2)$ son vértices consecutivos de un rectángulo $ABCD$. El vértice C , consecutivo a B , está en la recta $x = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+1}{2}$. Determina los vértices C y D .

Ejercicio 17: (2012)

Sean los puntos $A(0, 0, 1)$, $B(1, 0, -1)$, $C(0, 1, -2)$ y $D(1, 2, 0)$.

- (a) Halla la ecuación del plano π determinado por los puntos A , B y C .
- (b) Demuestra que los cuatro puntos no son coplanarios.
- (c) Calcula la distancia del punto D al plano π .

Ejercicio 18: (2012)

Halla el punto simétrico de $P(2, 1, -5)$ respecto de la recta r definida por

$$\begin{cases} x - z = 0 \\ x + y + 2 = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 19: (2012)

De un paralelogramo $ABCD$ conocemos tres vértices consecutivos: $A(2, -1, 0)$, $B(-2, 1, 0)$ y $C(0, 1, 2)$.

- Calcula la ecuación de la recta que pasa por el centro del paralelogramo y es perpendicular al plano que lo contiene.
- Halla el área de dicho paralelogramo.
- Calcula el vértice D .

Ejercicio 20: (2012)

Sean r y s las rectas dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x + y - z = 6 \\ x + z = 3 \end{cases} \quad s \equiv \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{6} = \frac{z}{2}$$

- Determina el punto de intersección de ambas rectas.
- Calcula la ecuación general del plano que las contiene.

Ejercicio 21: (2012)

Se consideran los vectores $\vec{u} = (k, 1, 1)$, $\vec{v} = (2, 1, -2)$ y $\vec{w} = (1, 1, k)$, donde k es un número real.

- Determina los valores de k para los que \vec{u} , \vec{v} y \vec{w} son linealmente dependientes.
- Determina los valores de k para los que $\vec{u} + \vec{v}$ y $\vec{v} - \vec{w}$ son ortogonales.
- Para $k = -1$, determina aquellos vectores que son ortogonales a \vec{v} y \vec{w} y tienen módulo 1.

Ejercicio 22: (2012)

Encuentra los puntos de la recta $r \equiv \frac{x-1}{4} = \frac{2-y}{2} = z-3$ cuya distancia al plano $\pi \equiv x - 2y + 2z = 1$ vale cuatro unidades.

Ejercicio 23: (2012)

Determina el punto P de la recta $r \equiv \frac{x+3}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z+4}{3}$ que equidista del origen de coordenadas y del punto $A(3, 2, 1)$.

Ejercicio 24: (2012)

Considera el punto $P(1, 0, 2)$ y la recta r dada por las ecuaciones $\begin{cases} 2x - y - 4 = 0 \\ y + 2z - 8 = 0 \end{cases}$

- Calcula la ecuación del plano que pasa por P y es perpendicular a r .
- Calcula el punto simétrico de P respecto de la recta r .

Ejercicio 25: (2013)

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $2x + y + 3z - 6 = 0$.

- a) [1'5 puntos] Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano π con los ejes coordenados.
- b) [1 punto] Calcula el volumen del tetraedro determinado por el plano π y los planos coordenados.

Ejercicio 26: (2013)

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1, 0, 2)$, $B(-1, 3, 1)$, $C(2, 1, 2)$ y $D(1, 0, 4)$.

- a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene a A , B y C .
- b) [1'5 puntos] Halla el punto simétrico de D respecto del plano $x - y - 5z + 9 = 0$.

Ejercicio 27: (2013)

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Calcula la distancia entre las rectas

$$r \equiv x = y = z \quad y \quad s \equiv x - 1 = y - 2 = z - 3.$$

Ejercicio 28: (2013)

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Considera las rectas

$$r \equiv x = y = z \quad s \equiv \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \quad y \quad t \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 3\lambda \\ z = -1 + \lambda \end{cases}$$

Halla la recta que corta a r y a s y es paralela a t .

Ejercicio 29: (2013)

Ejercicio 4.- Sea r la recta que pasa por el punto $(1, 0, 0)$ y tiene como vector dirección $(a, 2a, 1)$ y sea s la recta dada por

$$\begin{cases} -2x + y = -2 \\ -ax + z = 0 \end{cases}$$

- a) [1 punto] Calcula los valores de a para los que r y s son paralelas.
- b) [1'5 puntos] Calcula, para $a = 1$, la distancia entre r y s .

Ejercicio 30: (2013)

Ejercicio 4.- Considera los puntos $P(2, 3, 1)$ y $Q(0, 1, 1)$.

- a) [1'75 puntos] Halla la ecuación del plano π respecto del cual P y Q son simétricos.
- b) [0'75 puntos] Calcula la distancia de P a π .

Ejercicio 31: (2013)

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1, 2, 1)$, $B(-1, 0, 2)$ y $C(3, 2, 0)$ y el plano π determinado por ellos.

- a) [1'75 puntos] Halla la ecuación de la recta r que está contenida en π y tal que A y B son simétricos respecto de r .
- b) [0'75 puntos] Calcula la distancia de A a r .

Ejercicio 32: (2013)

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 - 3\lambda \\ y = 3 + 5\lambda \\ z = \lambda \end{cases} \quad y \quad s \equiv \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ z - 5 = 0 \end{cases}$$

- a) [1 punto] Determina la posición relativa de r y s .
- b) [1'5 puntos] Calcula la distancia entre r y s .

Ejercicio 33: (2013)

Ejercicio 4.- Del paralelogramo $ABCD$ se conocen los vértices $A(-1, 0, 3)$, $B(2, -1, 1)$ y $C(3, 2, -3)$.

- a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene al paralelogramo.
- b) [1 punto] Halla la ecuación de la recta que contiene a la diagonal AC del paralelogramo.
- c) [0'5 puntos] Calcula las coordenadas del vértice D .

Ejercicio 34: (2013)

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1, 2, 3)$ y $B(-1, 0, 4)$.

- a) [1'25 puntos] Calcula las coordenadas de los puntos que dividen al segmento AB en tres partes iguales.
- b) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por el punto A y es perpendicular al segmento AB .

Ejercicio 35: (2013)

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Determina el punto de la recta $r \equiv \frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = z+1$ que equidista de los planos

$$\pi_1 \equiv x - y + 3z + 2 = 0 \quad y \quad \pi_2 \equiv \begin{cases} x = -4 + \lambda - 3\mu \\ y = 1 + \lambda \\ z = \mu \end{cases}$$

Ejercicio 36: (2013)

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(0, 5, 3)$, $B(-1, 4, 3)$, $C(1, 2, 1)$ y $D(2, 3, 1)$.

- a) [1'75 puntos] Comprueba que los cuatro puntos son coplanarios y que $ABCD$ es un rectángulo.
- b) [0'75 puntos] Calcula el área de dicho rectángulo.

Ejercicio 37: (2014)

Ejercicio 4.- Sean $A(-3, 4, 0)$, $B(3, 6, 3)$ y $C(-1, 2, 1)$ los vértices de un triángulo.

- [1 punto] Halla la ecuación del plano π que contiene al triángulo.
- [1 punto] Halla la ecuación de la recta perpendicular a π que pasa por el origen de coordenadas.
- [0'5 puntos] Calcula el área del triángulo ABC .

Ejercicio 38: (2014)

Ejercicio 4.- Considera el punto $A(8, -1, 3)$ y la recta r dada por $\frac{x+1}{2} = y - 2 = \frac{z-1}{3}$.

- [1'25 puntos] Calcula la ecuación del plano que pasa por A y es perpendicular a r .
- [1'25 puntos] Halla el punto simétrico de A respecto de r .

Ejercicio 39: (2014)

Ejercicio 4.- Considera la recta r que pasa por los puntos $A(1, 0, -1)$ y $B(-1, 1, 0)$.

- [1 punto] Halla la ecuación de la recta s paralela a r que pasa por $C(-2, 3, 2)$.
- [1'5 puntos] Calcula la distancia de r a s .

Ejercicio 40: (2014)

Ejercicio 4.- Sea r la recta definida por $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x - y + z = 1 \end{cases}$

- [1'5 puntos] Determina la ecuación general del plano que contiene a r y pasa por el origen de coordenadas.
- [1 punto] Halla las ecuaciones paramétricas del plano que corta perpendicularmente a r en el punto $(1, 1, 0)$.

Ejercicio 41: (2014)

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1, 1, 2)$ y $B(1, -1, -2)$ y la recta r dada por $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$

- [1 punto] Halla la ecuación general del plano que contiene a r y es paralelo a la recta que pasa por A y por B .
- [1'5 puntos] Halla el punto de la recta r que está a la misma distancia de A y de B .

Ejercicio 42: (2014)

Ejercicio 4.- Sea r la recta que pasa por los puntos $A(1, 0, -1)$ y $B(2, -1, 3)$.

- [1'25 puntos] Calcula la distancia del origen de coordenadas a la recta r .
- [1'25 puntos] Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y pasa por el origen de coordenadas.

Ejercicio 43: (2014)

Ejercicio 4.- Sea r la recta definida por $\begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$ y s la recta dada por $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}$.

- a) [1'75 puntos] Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y a s .
- b) [0'75 puntos] Calcula la distancia entre r y s .

Ejercicio 44: (2014)

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $2x + y - z + 2 = 0$, y la recta r de ecuación

$$\frac{x-5}{-2} = y = \frac{z-6}{-3}$$

- a) [0'5 puntos] Determina la posición relativa de π y r .
- b) [1 punto] Halla la ecuación general del plano que contiene a r y es perpendicular a π .
- c) [1 punto] Halla las ecuaciones paramétricas del plano paralelo a π que contiene a r .

Ejercicio 45: (2014)

Ejercicio 4.- Considera los vectores $\vec{u} = (1, -1, 3)$, $\vec{v} = (1, 0, -1)$ y $\vec{w} = (\lambda, 1, 0)$.

- a) [0'75 puntos] Calcula los valores de λ que hacen que \vec{u} y \vec{w} sean ortogonales.
- b) [0'75 puntos] Calcula los valores de λ que hacen que \vec{u} , \vec{v} y \vec{w} sean linealmente independientes.
- c) [1 punto] Para $\lambda = 1$ escribe el vector $\vec{r} = (3, 0, 2)$ como combinación lineal de \vec{u} , \vec{v} y \vec{w} .

Ejercicio 46: (2014)

Ejercicio 4.- Sea r la recta dada por $\frac{x+2}{2} = y+1 = \frac{z-1}{-3}$ y sea s la recta dada por $\begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ 3y - z + 6 = 0 \end{cases}$

- a) [1 punto] Estudia la posición relativa de r y s .
- b) [1'5 puntos] Halla la ecuación general del plano que contiene a r y es paralelo a s .

Ejercicio 47: (2014)

Ejercicio 4.- Considera los vectores $\vec{u} = (1, -1, 0)$, $\vec{v} = (0, 1, 2)$, $\vec{w} = (1 + \alpha, 2\alpha, 2 - 3\alpha)$. Halla los valores de α en cada uno de los siguientes casos:

- a) [1 punto] \vec{u} , \vec{v} y \vec{w} están en el mismo plano.
- b) [0'5 puntos] \vec{w} es perpendicular a \vec{u} y a \vec{v} .
- c) [1 punto] El volumen del tetraedro que tiene por aristas a los vectores \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} es $1/6$.

Ejercicio 48: (2014)

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(2, -2, 0)$ y la recta r dada por

$$\begin{cases} x + z - 2 = 0 \\ y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

- a) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a P y es perpendicular a r .
- b) [1'25 puntos] Calcula la distancia de P a r .