GEOMETRÍA EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD
ANDALUCÍA – 2015-2018

Ejercicio 1: (2015)

Ejercicio 4.- **[2'5 puntos]** Halla unas ecuaciones paramétricas para la recta r, que contiene al punto $P(3,-5,4)$ y corta perpendicularmente a la recta $s \equiv \dfrac{x-4}{5} = \dfrac{y-8}{-3} = \dfrac{z}{4}$.

Ejercicio 2: (2015)

Ejercicio 4.- Sea r la recta de ecuación $\dfrac{x+2}{3} = \dfrac{y+1}{4} = z$

a) **[1'5 puntos]** Halla el punto de r que equidista del origen de coordenadas y del punto $P(4,-2,2)$.

b) **[1 punto]** Determina el punto de la recta r más próximo al origen de coordenadas.

Ejercicio 3: (2015)

Ejercicio 4.- Considera los puntos $B(1,2,-3)$, $C(9,-1,2)$, $D(5,0,-1)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x+y+1 & = & 0 \\ y-z & = & 0 \end{cases}$

a) **[1'25 puntos]** Calcula el área del triángulo cuyos vértices son B, C y D.

b) **[1'25 puntos]** Halla un punto A en la recta r de forma que el triángulo ABC sea rectángulo en A.

Ejercicio 4: (2015)

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(1,0,-1)$ y la recta r dada por $\begin{cases} x+y & = & 0 \\ z-1 & = & 0 \end{cases}$

a) **[1'5 puntos]** Halla la distancia de P a r.

b) **[1 punto]** Determina la ecuación general del plano que pasa por P y contiene a r.

Ejercicio 5: (2015)

Ejercicio 4.- Sea r la recta definida por $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=\lambda-2 \end{cases}$ y s la recta dada por $\begin{cases} x-y=1 \\ z=-1 \end{cases}$

a) **[1'75 puntos]** Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a las rectas dadas.

b) **[0'75 puntos]** Calcula la distancia entre r y s.

Ejercicio 6: (2015)

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $mx+5y+2z=0$ y la recta r dada por

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y}{n} = \frac{z-1}{2}$$

a) **[1 punto]** Calcula m y n en el caso en el que la recta r es perpendicular al plano π.

b) **[1'5 puntos]** Calcula m y n en el caso en el que la recta r está contenida en el plano π.

Ejercicio 7: (2015)

Ejercicio 4.- Sean los puntos $A(0,1,1)$, $B(2,1,3)$, $C(-1,2,0)$ y $D(2,1,m)$.

a) **[0'75 puntos]** Calcula m para que A, B, C y D estén en un mismo plano.

b) **[0'75 puntos]** Determina la ecuación del plano respecto del cual los puntos A y B son simétricos.

c) **[1 punto]** Calcula el área del triángulo de vértices A, B y C.

Ejercicio 8: (2015)

Ejercicio 4.- Sea el plano $\pi \equiv 2x + y - z + 8 = 0$.

a) **[1'5 puntos]** Calcula el punto P', simétrico del punto $P(2,-1,5)$ respecto del plano π.

b) **[1 punto]** Calcula la recta r', simétrica de la recta $r \equiv \dfrac{x-2}{-2} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z-5}{1}$ respecto del plano π.

Ejercicio 9: (2015)

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(-3,1,6)$ y la recta r dada por $\begin{cases} 2x - y - 5 = 0 \\ y - z + 2 = 0 \end{cases}$

a) **[1'25 puntos]** Determina la ecuación del plano que pasa por P y es perpendicular a r.

b) **[1'25 puntos]** Calcula las coordenadas del punto simétrico de P respecto de la recta r.

Ejercicio 10: (2015)

Ejercicio 4.- Los puntos $A(0,1,1)$ y $B(2,1,3)$ son dos vértices de un triángulo. El tercer vértice es un punto de la recta r dada por

$$\begin{cases} 2x + y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

a) **[1 punto]** Calcula las coordenadas de los posibles puntos C de r para que el triángulo ABC tenga un ángulo recto en el vértice A.

b) **[1'5 puntos]** Calcula las coordenadas de los posibles puntos D de r para que el triángulo ABD tenga un área igual a $\sqrt{2}$.

Ejercicio 11: (2015)

Ejercicio 4.- Sean los planos $\pi \equiv x + 3y + 2z - 5 = 0$ y $\pi' \equiv -2x + y + 3z + 3 = 0$.

a) **[1'5 puntos]** Determina el ángulo que forman π y π'.

b) **[1 punto]** Calcula el volumen del tetraedro limitado por π y los planos coordenados.

Ejercicio 12: (2015)

Ejercicio 4.- Sean el punto $P(1,6,-2)$ y la recta $r \equiv \dfrac{x-5}{6} = \dfrac{y+1}{-3} = \dfrac{z}{2}$.

a) **[1 punto]** Halla la ecuación general del plano π que contiene al punto P y a la recta r.

b) **[1'5 puntos]** Calcula la distancia entre el punto P y la recta r.

Ejercicio 13: (2016)

Ejercicio 4.- Sea r la recta dada por $\begin{cases} x+z=1 \\ y=-1 \end{cases}$ y sea s la recta definida por $\begin{cases} x=2+\lambda \\ y=2 \\ z=2+2\lambda \end{cases}$

a) **[1'75 puntos]** Comprueba que las rectas r y s se cruzan y halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y a s.

b) **[0'75 puntos]** Calcula la distancia entre r y s.

Ejercicio 14: (2016)

Ejercicio 4.- Considera un rectángulo de vértices consecutivos A, B, C y D siendo $A(1,1,0)$ y $B(2,2,1)$. Sabiendo que la recta r que contiene a los puntos C y D pasa por el origen de coordenadas se pide:

a) **[0'75 puntos]** Halla unas ecuaciones paramétricas de r.

b) **[1 punto]** Calcula el área del triángulo ABC.

c) **[0'75 puntos]** Determina las coordenadas del punto D.

Ejercicio 15: (2016)

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $x+2y+z=1$.

a) **[1 punto]** Halla el punto de π más próximo al punto $(3,1,2)$.

b) **[1'5 puntos]** Determina la ecuación de un plano paralelo a π que forme con los ejes de coordenadas un triángulo de área $\sqrt{6}$.

Ejercicio 16: (2016)

Ejercicio 4.- Sea r la recta que pasa por los puntos $A(1,1,0)$ y $B(3,-1,1)$ y s la recta dada por

$$\begin{cases} x+2y &= -1 \\ y+z &= -1 \end{cases}$$

a) **[1'25 puntos]** Halla la ecuación general del plano que pasa por el origen de coordenadas y es paralelo a las rectas dadas.

b) **[1'25 puntos]** Halla unas ecuaciones paramétricas del plano que pasa por B y es perpendicular a s.

Ejercicio 17: (2016)

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Determina el punto de la recta $r \equiv \dfrac{x-1}{2} = y+1 = \dfrac{z}{3}$ que equidista de los planos

$$\pi \equiv x+y+z+3=0 \qquad \text{y} \qquad \pi' \equiv \begin{cases} x &= -3+\lambda \\ y &= -\lambda+\mu \\ z &= -6-\mu \end{cases}$$

Ejercicio 18: (2016)

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $6x-my+2z=1$ y la recta r dada por

$$\frac{x-1}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-1}$$

a) **[1 punto]** Calcula m en el caso en que la recta r es perpendicular al plano π.

b) **[1'5 puntos]** ¿Existe algún valor de m para el que la recta r esté contenida en el plano π?.

Ejercicio 19: (2016)

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(1,0,5)$ y la recta r dada por $\begin{cases} y+2z=0 \\ x=1 \end{cases}$

a) **[1 punto]** Determina la ecuación del plano que pasa por P y es perpendicular a r.

b) **[1'5 puntos]** Calcula la distancia de P a la recta r y el punto simétrico de P respecto a r.

Ejercicio 20: (2016)

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x = 1+2\lambda \\ y = 1-\lambda \\ z = 1 \end{cases} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} x+2y = -1 \\ z = -1 \end{cases}$$

a) **[1'5 puntos]** Comprueba que ambas rectas son coplanarias y halla la ecuación del plano que las contiene.

b) **[1 punto]** Sabiendo que dos de los lados de un cuadrado están en las rectas r y s, calcula su área.

Ejercicio 21: (2016)

Ejercicio 4.- Considera el punto $A(1,-1,1)$ y la recta r dada por $\begin{cases} x = 1+2\lambda \\ y = 1-\lambda \\ z = 1 \end{cases}$

a) **[1'5 puntos]** Calcula las coordenadas del punto simétrico de A respecto a r.

b) **[1 punto]** Determina la ecuación del plano que contiene a r y pasa por A.

Ejercicio 22: (2016)

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Calcula la distancia entre las rectas dadas por las siguientes ecuaciones

$$x=y=z \qquad \text{y} \qquad \begin{cases} x = 1+\mu \\ y = 3+\mu \\ z = -\mu \end{cases}$$

Ejercicio 23: (2017)

Ejercicio 4.- Considera los vectores $\vec{u}=(2,3,4), \vec{v}=(-1,-1,-1)$ y $\vec{w}=(-1,\lambda,-5)$ siendo λ un número real.

a) **[1,25 puntos]** Halla los valores de λ para los que el paralelepípedo determinado por $\vec{u}, \vec{v}$ y $\vec{w}$ tiene volumen 6 unidades cúbicas.

b) **[1,25 puntos]** Determina el valor de λ para el que $\vec{u}, \vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente dependientes.

Ejercicio 24: (2017)

Ejercicio 4.- Sea r la recta que pasa por $A(4,3,6)$ y $B(-2,0,0)$ y sea s la recta dada por $\begin{cases} x = 2+\lambda \\ y = \lambda \\ z = 1-2\lambda \end{cases}$

a) **[1,25 puntos]** Determina la posición relativa de r y s.

b) **[1,25 puntos]** Calcula, si existen, los puntos C de s tales que los vectores $\overrightarrow{CA}$ y $\overrightarrow{CB}$ son ortogonales.

Ejercicio 25: (2017)

Ejercicio 4.- Considera las rectas dadas por

$$r \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x-y+1 & = & 0 \\ x-z+1 & = & 0 \end{array} \right. \quad \text{y} \quad s \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x & = & 1-t \\ y & = & t \\ z & = & 2 \end{array} \right.$$

a) [1,75 puntos] Determina la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y a s.

b) [0,75 puntos] Halla la distancia entre las rectas r y s.

Ejercicio 26: (2017)

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1,3,-1)$ y $B(3,-1,-1)$.

a) [1,75 puntos] Determina la ecuación del plano respecto del cual B es el simétrico de A.

b) [0,75 puntos] Siendo $C(5,1,5)$, calcula el área del triángulo de vértices A, B y C.

Ejercicio 27: (2017)

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(1,-1,0)$ y la recta r dada por $\left\{ \begin{array}{rcl} x & = & 1+3t \\ y & = & -2 \\ z & = & t \end{array} \right.$

a) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano que pasa por P y contiene a r.

b) [1,25 puntos] Halla las coordenadas del punto simétrico de P respecto de r.

Ejercicio 28: (2017)

Ejercicio 4.- Considera los vectores $\vec{u}=(1,0,1), \vec{v}=(0,2,1)$ y $\vec{w}=(m,1,n)$.

a) [1,25 puntos] Halla m y n sabiendo que $\vec{u}, \vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente dependientes y que $\vec{w}$ es ortogonal a $\vec{u}$.

b) [1,25 puntos] Para $n=1$, halla los valores de m para que el tetraedro determinado por $\vec{u}, \vec{v}$ y $\vec{w}$ tenga volumen 10 unidades cúbicas.

Ejercicio 29: (2017)

Ejercicio 4.- Los puntos $A(1,1,1)$, $B(2,2,2)$ y $C(1,3,3)$ son vértices consecutivos del paralelogramo $ABCD$.

a) [1 punto] Calcula el área del paralelogramo.

b) [1 punto] Halla la ecuación general del plano que contiene a dicho paralelogramo.

c) [0,5 puntos] Calcula las coordenadas del vértice D.

Ejercicio 30: (2017)

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(0,1,1)$ y la recta r dada por $\left\{ \begin{array}{rcl} x-2y & = & -5 \\ z & = & 2 \end{array} \right.$

a) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano que pasa por P y contiene a r.

b) [1,25 puntos] Halla las coordenadas del punto simétrico de P respecto de r.

Ejercicio 31: (2017)

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(-1,-2,-1)$ y $B(1,0,1)$.

a) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano respecto del cual los puntos A y B son simétricos.

b) [1,25 puntos] Calcula la distancia de $P(-1,0,1)$ a la recta que pasa por los puntos A y B.

Ejercicio 32: (2017)

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1,1,1)$, $B(0,-2,2)$, $C(-1,0,2)$ y $D(2,-1,-2)$.

a) [1 punto] Calcula el volumen del tetraedro de vértices A, B, C y D.

b) [1,5 puntos] Determina la ecuación de la recta que pasa por D y es perpendicular al plano determinado por los puntos A, B y C.

Ejercicio 33: (2017)

Ejercicio 4.- Sea π el plano determinado por los puntos $A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$ y $C(0,0,\lambda)$, siendo λ un número real, y sea r la recta dada por $r \equiv \begin{cases} y - z = 3 \\ -x + 2y = 3 \end{cases}$

a) [1,25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por A y contiene a r.

b) [1,25 puntos] Estudia la posición relativa de r y π según los valores de λ.

Ejercicio 34: (2017)

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(-1,0,1)$, el vector $\vec{u}=(1,2,1)$ y el plano π de ecuación $y=0$.

a) [1,25 puntos] Halla la ecuación de la recta que pasa por P, está contenida en π y cuyo vector director es perpendicular a $\vec{u}$.

b) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano que pasa por P, es perpendicular a π y del que $\vec{u}$ es un vector director.

Ejercicio 35: (2018)

Ejercicio 4.- Considera los puntos $P(1,0,-1)$, $Q(2,1,1)$ y la recta r dada por

$$x-5 = y = \frac{z+2}{-2}$$

a) [1,25 puntos] Determina el punto simétrico de P respecto de r.

b) [1,25 puntos] Calcula el punto de r que equidista de P y Q.

Ejercicio 36: (2018)

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(2,-1,3)$ y el plano π de ecuación $3x+2y+z=5$.

a) [1,75 puntos] Calcula el punto simétrico de P respecto de π.

b) [0,75 puntos] Calcula la distancia de P a π.

Ejercicio 37: (2018)

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $x+2y+z=6$.

a) [1 punto] Determina la recta perpendicular a π que pasa por el origen de coordenadas.

b) [0,5 puntos] Halla el punto simétrico del origen de coordenadas con respecto a π.

c) [1 punto] Calcula el volumen del tetraedro determinado por el origen de coordenadas y los puntos de corte de π con los ejes de coordenadas.

Ejercicio 38: (2018)

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv\ x-2=y-2=z \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x=4+t \\ y=4+t \\ z=mt \end{cases}$$

a) [1 punto] Determina m para que r y s sean paralelas.

b) [0,5 puntos] Halla, si existe, un valor de m para el que ambas rectas sean la misma.

c) [1 punto] Para $m=1$, calcula la ecuación del plano que contiene a r y a s.

Ejercicio 39: (2018)

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x+y &= z+4 \\ x+2y &= 7 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x-2 &= 0 \\ y+3 &= 0 \end{cases}$$

a) [1 punto] Estudia y determina la posición relativa de r y s.

b) [1,5 puntos] Determina la recta perpendicular común a r y a s.

Ejercicio 40: (2018)

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(2,-1,-2)$ y $B(-1,-1,2)$, y la recta r dada por

$$x-1=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{2}$$

a) [1 punto] Determina los puntos del segmento AB que lo dividen en 3 segmentos de la misma longitud.

b) [1,5 puntos] Determina un punto C de r de forma que el triángulo ABC sea rectángulo en C.

Ejercicio 41: (2018)

Ejercicio 4.- Considera las rectas

$$r \equiv \frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{3} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} 2x-3y &= -5 \\ y-2z &= -1 \end{cases}$$

a) [1 punto] Estudia y determina la posición relativa de r y s.

b) [1,5 puntos] Calcula la distancia entre r y s.

Ejercicio 42: (2018)

Ejercicio 4.- Considera las rectas

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{m} = z \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x + nz & = & -2 \\ y - z & = & -3 \end{cases}$$

a) [1,5 puntos] Halla los valores de m y n para los que r y s se cortan perpendicularmente.

b) [1 punto] Para $m = 3$ y $n = 1$, calcula la ecuación general del plano que contiene a r y a s.

Ejercicio 43: (2018)

Ejercicio 4.- Se sabe que los puntos $A(-1, 2, 6)$ y $B(1, 4, -2)$ son simétricos respecto de un plano π.

a) [0,75 puntos] Calcula la distancia de A a π.

b) [1,75 puntos] Determina la ecuación general del plano π.

Ejercicio 44: (2018)

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x + y & = 2 \\ z & = 2 \end{cases}$$

a) [1,75 puntos] Determina la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y a s.

b) [0,75 puntos] Calcula la distancia entre las rectas dadas.

Ejercicio 45: (2018)

Ejercicio 4.- Sea r la recta que pasa por los puntos $A(3, 6, 7)$ y $B(7, 8, 3)$ y sea s la recta dada por

$$\begin{cases} x - 4y - z & = -10 \\ 3x - 4y + z & = -2 \end{cases}$$

a) [1,25 puntos] Determina la posición relativa de r y s.

b) [1,25 puntos] Calcula la distancia entre r y s.

Ejercicio 46: (2018)

Ejercicio 4.-

a) [1,25 puntos] Determina la ecuación del plano que pasa por el punto $A(0, 1, 0)$ y es perpendicular a la recta r dada por $x + 1 = \frac{y+2}{2} = z - 1$.

b) [1,25 puntos] Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano de ecuación $2x + 3y + 4z = 12$ con los ejes coordenados.