

**UNIDAD 5: ECUACIONES Y SISTEMAS****EJERCICIOS RESUELTOS****Ejercicio 1:**

¿Es  $x = 5$  solución de alguna de estas ecuaciones?

a)  $7x + 1 = 34$

b)  $x^2 - 10 = 15$

c)  $1^x = 5$

d)  $2^x = 32$

**Justifica tu respuesta.**

a)  $7 \cdot 5 + 1 = 36 \neq 34 \rightarrow$  No es solución porque no cumple la igualdad.

b)  $5^2 - 10 = 25 - 10 = 15 \rightarrow$  Es solución porque cumple la igualdad.

c)  $1^5 = 1 \neq 5 \rightarrow$  No es solución porque no cumple la igualdad.

d)  $2^5 = 32 \rightarrow$  Es solución porque cumple la igualdad.

**Ejercicio 2:**

 Comprueba cuál de los números 1, 2 o 4 es la solución de las siguientes ecuaciones:

a)  $3x - 5 = 1$

b)  $\frac{x}{2} - 3x = -10$

c)  $x^3 - 1 = 0$

d)  $2^x = 4$

e)  $\sqrt{x} = 2$

f)  $\frac{1}{x} = \frac{1}{2}$

a)  $3x - 5 = 1$

$x = 1 \rightarrow 3 \cdot 1 - 5 = -2 \neq 1$

$x = 2 \rightarrow 3 \cdot 2 - 5 = 1$

$x = 4 \rightarrow 3 \cdot 4 - 5 = -2 \neq 1$

c)  $x^3 - 1 = 0$

$x = 1 \rightarrow 1^3 - 1 = 0$

$x = 2 \rightarrow 2^3 - 1 = 7 \neq 0$

$x = 4 \rightarrow 4^3 - 1 = 63 \neq 0$

e)  $\sqrt{x} = 2$

$x = 1 \rightarrow \sqrt{1} = 1 \neq 2$

$x = 2 \rightarrow \sqrt{2} \neq 2$

$x = 4 \rightarrow \sqrt{4} = 2$

b)  $\frac{x}{2} - 3x = -10$

$x = 1 \rightarrow \frac{1}{2} - 3 \cdot 1 = \frac{-5}{2} \neq -10$

$x = 2 \rightarrow \frac{2}{2} - 3 \cdot 2 = -5 \neq -10$

$x = 4 \rightarrow \frac{4}{2} - 3 \cdot 4 = -10$

d)  $2^x = 4$

$x = 1 \rightarrow 2^1 = 2 \neq 4$

$x = 2 \rightarrow 2^2 = 4$

$x = 4 \rightarrow 2^4 = 16 \neq 4$

f)  $\frac{1}{x} = \frac{1}{2}$

$x = 1 \rightarrow \frac{1}{1} \neq \frac{1}{2}$

$x = 2 \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$x = 4 \rightarrow \frac{1}{4} \neq \frac{1}{2}$

**Ejercicio 3:**

Escribe una ecuación que cumpla la condición dada en cada apartado.

- |  |                                   |
|--|-----------------------------------|
| a) Tiene como solución un número positivo. | c) Tiene al menos dos soluciones. |
| b) Su solución es $x = -1$ .               | d) Su solución es $x = 0$ .       |
| a) Respuesta modelo: $x + 1 = 2$           | c) Respuesta modelo: $x^2 = 9$    |
| b) Respuesta modelo: $x + 4 = 3$           | d) Respuesta modelo: $3x = x$     |

**Ejercicio 4:**

Determina cuáles de las siguientes expresiones son ecuaciones. Si son ecuaciones, identifica sus incógnitas.

- |  |                         |   |
|--|-------------------------|---|
| a) $x^2 - 3x = 2x + 8$   | b) $7x^2 - 5y^2(x + 5)$ | c) $\frac{8}{3}w + 1 - \frac{6}{5}y = 4a + b$ |
| a) Sí es ecuación. Tiene una incógnita, $x$ .                  |                         |   |
| b) No es una ecuación porque no es una igualdad.               |                         |   |
| c) Sí es una ecuación. Tiene cuatro incógnitas: $w, y, a, b$ . |                         |   |

**Ejercicio 5:**

Resuelve las siguientes ecuaciones:

- |                           |   |
|---------------------------|---|
| a) $12x - 8 = 34 + 5x$    | b) $4(2 - x) - (4 - x) = 7(2x + 3)$       |
| c) $2[x + 3(x + 1)] = 5x$ | d) $5(x - 2) - 2(x - 5) = 2x - (12 + 3x)$ |

a)  $12x - 8 = 34 + 5x \rightarrow 12x - 5x = 34 + 8 \rightarrow 7x = 42 \rightarrow x = \frac{42}{7} \rightarrow x = 6$

b)  $4(2 - x) - (4 - x) = 7(2x + 3) \rightarrow 8 - 4x - 4 + x = 14x + 21 \rightarrow 4 - 3x = 14x + 21 \rightarrow$   
 $\rightarrow 4 - 21 = 14x + 3x \rightarrow -17 = 17x \rightarrow x = -1$

c)  $2[x + 3(x + 1)] = 5x \rightarrow 2(x + 3x + 3) = 5x \rightarrow 2(4x + 3) = 5x \rightarrow 8x + 6 = 5x \rightarrow$   
 $\rightarrow 8x - 5x = -6 \rightarrow 3x = -6 \rightarrow x = \frac{-6}{3} \rightarrow x = -2$

d)  $5(x - 2) - 2(x - 5) = 2x - (12 + 3x) \rightarrow 5x - 10 - 2x + 10 = 2x - 12 - 3x \rightarrow$   
 $\rightarrow 3x = -x - 12 \rightarrow 3x + x = -12 \rightarrow$   
 $\rightarrow 4x = -12 \rightarrow x = \frac{-12}{4} \rightarrow x = -3$

**Ejercicio 6:**

Resuelve y comprueba que tus soluciones coinciden con las que se ofrecen debajo.

- a)  $11x - 3 + x = 10x - 13$   
 b)  $x - 3 - 4x = 3x - 4 + x$   
 c)  $9 - 3x - 2 - 3x = 1 - 3x + 3 - x$   
 d)  $8x = 6x - 4x - 3 + x + 7 + 5x - 2$   
 e)  $7x + 12 - 4x - 3 = 10 + 2x - 1 + x$

**Soluciones:** a)  $-5$ ; b)  $1/7$ ; c)  $3/2$ ; d) Sin solución; e) Infinitas soluciones.

$$\begin{aligned} \text{a) } 11x - 3 + x = 10x - 13 &\rightarrow 12x - 3 = 10x - 13 \rightarrow 12x - 10x = -13 + 3 \rightarrow \\ &\rightarrow 2x = -10 \rightarrow x = \frac{-10}{2} \rightarrow x = -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } x - 3 - 4x = 3x - 4 + x &\rightarrow -3x - 3 = 4x - 4 \rightarrow -3 + 4 = 4x + 3x \rightarrow 1 = 7x \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{1}{7} = x \end{aligned}$$

$$\text{c) } 9 - 3x - 2 - 3x = 1 - 3x + 3 - x \rightarrow 7 - 6x = 4 - 4x \rightarrow 7 - 4 = 6x - 4x \rightarrow 3 = 2x \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 8x = 6x - 4x - 3 + x + 7 + 5x - 2 &\rightarrow 8x = 8x + 2 \rightarrow 8x - 8x = 2 \rightarrow 0x = 2 \rightarrow \\ &\rightarrow \text{No tiene solución.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } 7x + 12 - 4x - 3 = 10 + 2x - 1 + x &\rightarrow 3x + 9 = 9 + 3x \rightarrow 3x - 3x = 9 - 9 \rightarrow 0x = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow \text{Tiene infinitas soluciones.} \end{aligned}$$

**Ejercicio 7:**

**Resuelve y comprueba que tus soluciones coinciden con las que se ofrecen debajo.**

a)  $2x + 3(3x - 2) + x = 10(x - 3) + 14$

b)  $x - 3 - 4x = 3(x - 1) + x - 1$

c)  $6 = 8x - (x - 5) - 10x$

d)  $9 - 4x - 2(1 - x) = 1 - 3(x - 1) - x$

e)  $-4 = 5(1 - x) - x - 3(1 + 7x)$

f)  $8x = 6x - 4x - 3 + x + 7 + 5x - 2$

g)  $7x - 2(x - 1) - 4 = 10 - 4(3 - x) + x$

**Soluciones:** a)  $-5$ ; b)  $1/7$ ; c)  $-1/3$ ; d)  $-3/2$ ; e)  $2/9$ ; f) Sin solución; g) Infinitas soluciones.

$$\begin{aligned} \text{a) } 2x + 9x - 6 + x = 10x - 30 + 14 &\rightarrow 12x - 6 = 10x - 16 \rightarrow 12x - 10x = -16 + 6 \rightarrow \\ &\rightarrow 2x = -10 \rightarrow x = \frac{-10}{2} \rightarrow x = -5 \end{aligned}$$

$$\text{b) } x - 3 - 4x = 3x - 3 + x - 1 \rightarrow -3x - 3 = 4x - 4 \rightarrow -3 + 4 = 4x + 3x \rightarrow 1 = 7x \rightarrow \frac{1}{7} = x$$

$$\text{c) } 6 = 8x - x + 5 - 10x \rightarrow 6 = 5 - 3x \rightarrow 3x = 5 - 6 \rightarrow 3x = -1 \rightarrow x = \frac{-1}{3}$$

$$\text{d) } 9 - 4x - 2 + 2x = 1 - 3x + 3 - x \rightarrow 7 - 2x = 4 - 4x \rightarrow 4x - 2x = 4 - 7 \rightarrow 2x = -3 \rightarrow x = \frac{-3}{2}$$

$$\text{e) } -4 = 5 - 5x - x - 3 - 21x \rightarrow -4 = 2 - 27x \rightarrow 27x = 2 + 4 \rightarrow 27x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{27} \rightarrow x = \frac{2}{9}$$

$$\text{f) } 8x = 8x + 2 \rightarrow 8x - 8x = 2 \rightarrow 0x = 2 \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } 7x - 2x + 2 - 4 = 10 - 12 + 4x + x &\rightarrow 5x - 2 = 5x - 2 \rightarrow 5x - 5x = 2 - 2 \rightarrow 0x = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow \text{Infinitas soluciones.} \end{aligned}$$

**Ejercicio 8:****Quita denominadores y resuelve.**

a)  $\frac{1}{2} + \frac{x}{3} = x - \frac{x}{2} + \frac{3x}{10}$

b)  $2 - \frac{x}{4} + x = \frac{5x}{8} + 1$

c)  $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} - \frac{2x}{5} = 1$

d)  $x - \frac{1}{5} = \frac{2x}{3} - \frac{13x}{15} + 1$

e)  $1 - \frac{5x}{9} + \frac{x}{6} = x - \frac{2}{3}$

**Soluciones: a) 15/14; b) -8; c) 20/7; d) 1; e) 6/5**

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{1}{2} + \frac{x}{3} = x - \frac{x}{2} + \frac{3x}{10} &\rightarrow 30 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{3}\right) = 30 \cdot \left(x - \frac{x}{2} + \frac{3x}{10}\right) \rightarrow 15 + 10x = 30x - 15x + 9x \rightarrow \\ &\rightarrow 15 + 10x = 24x \rightarrow 15 = 24x - 10x \rightarrow \\ &\rightarrow 15 = 14x \rightarrow x = \frac{15}{14} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 2 - \frac{x}{4} + x = \frac{5x}{8} + 1 &\rightarrow 8 \cdot \left(2 - \frac{x}{4} + x\right) = 8 \cdot \left(\frac{5x}{8} + 1\right) \rightarrow 16 - 2x + 8x = 5x + 8 \rightarrow \\ &\rightarrow 16 + 6x = 5x + 8 \rightarrow 6x - 5x = 8 - 16 \rightarrow x = -8 \end{aligned}$$

$$\text{c) } \frac{x}{2} + \frac{x}{4} - \frac{2x}{5} = 1 \rightarrow 20 \cdot \left(\frac{x}{2} + \frac{x}{4} - \frac{2x}{5}\right) = 20 \cdot 1 \rightarrow 10x + 5x - 8x = 20 \rightarrow 7x = 20 \rightarrow x = \frac{20}{7}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } x - \frac{1}{5} = \frac{2x}{3} - \frac{13x}{15} + 1 &\rightarrow 15 \cdot \left(x - \frac{1}{5}\right) = 15 \cdot \left(\frac{2x}{3} - \frac{13x}{15} + 1\right) \rightarrow 15x - 3 = 10x - 13x + 15 \rightarrow \\ &\rightarrow 15x - 3 = -3x + 15 \rightarrow 15x + 3x = 3 + 15 \rightarrow 18x = 18 \rightarrow x = \frac{18}{18} \rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } 1 - \frac{5x}{9} + \frac{x}{6} = x - \frac{2}{3} &\rightarrow 18 \cdot \left(1 - \frac{5x}{9} + \frac{x}{6}\right) = 18 \cdot \left(x - \frac{2}{3}\right) \rightarrow 18 - 10x + 3x = 18x - 12 \rightarrow \\ &\rightarrow 18 - 7x = 18x - 12 \rightarrow 18 + 12 = 18x + 7x \rightarrow 30 = 25x \rightarrow x = \frac{30}{25} \rightarrow x = \frac{6}{5} \end{aligned}$$

**Ejercicio 9:****Resuelve estas ecuaciones con paréntesis.**

a)  $3(3x - 5) + 3(2x - 6) = 42$

b)  $2(-3x + 3) - 3(x + 5) = x + 11$

c)  $-(-2x - 1) - (x + 3) = x + 16$

d)  $(5 - 2x)(x + 4) = 6x - 2x^2$

a)  $3(3x - 5) + 3(2x - 6) = 42 \Rightarrow 9x - 15 + 6x - 18 = 42 \Rightarrow 9x + 6x = 42 + 15 + 18 \Rightarrow 15x = 75 \Rightarrow x = 5$

b)  $2(-3x + 3) - 3(x + 5) = x + 11 \Rightarrow -6x + 6 - 3x - 15 = x + 11 \Rightarrow 6 - 15 - 11 = x + 6x + 3x \Rightarrow -20 = 10x \Rightarrow -2 = x$

c)  $-(-2x - 1) - (x + 3) = x + 16 \Rightarrow 2x + 1 - x - 3 = x + 16 \Rightarrow 2x - x - x = 16 - 1 + 3 \Rightarrow 0x = 18 \Rightarrow \text{Sin solución}$

d)  $(5 - 2x)(x + 4) = 6x - 2x^2 \Rightarrow -3x - 2x^2 + 20 = 6x - 2x^2 \Rightarrow 20 = 6x - 2x^2 + 3x + 2x^2 \Rightarrow 20 = 9x \Rightarrow x = \frac{20}{9}$

**Ejercicio 10:**Calcula el valor de  $x$  en cada caso:

a)  $\frac{x-1}{5} + \frac{3x}{4} = x - \frac{2x-1}{10}$

b)  $\frac{x+2}{6} - \frac{1}{3} = x - \frac{1-3x}{4}$

c)  $\frac{3(1+2x)}{8} - \frac{x}{2} = 1 - \frac{3-x}{4}$

d)  $\frac{x-2}{10} - \frac{3x-1}{8} = \frac{2(x+1)}{5} - 1$

e)  $\frac{4(x-2)}{9} - \frac{3(1-x)}{2} = \frac{21x-11}{8} - \frac{7}{24}$

**Soluciones:** a) 2; b) 3/19; c) Sin solución; d) 7/9; e) -52/49

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{x-1}{5} + \frac{3x}{4} = x - \frac{2x-1}{10} &\rightarrow 20 \cdot \left( \frac{x-1}{5} + \frac{3x}{4} \right) = 20 \cdot \left( x - \frac{2x-1}{10} \right) \rightarrow \\ &\rightarrow 4(x-1) + 5 \cdot 3x = 20x - 2(2x-1) \rightarrow 4x - 4 + 15x = 20x - 4x + 2 \rightarrow \\ &\rightarrow 19x - 4 = 16x + 2 \rightarrow 19x - 16x = 2 + 4 \rightarrow 3x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{3} \rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{x+2}{6} - \frac{1}{3} = x - \frac{1-3x}{4} &\rightarrow 12 \cdot \left( \frac{x+2}{6} - \frac{1}{3} \right) = 12 \cdot \left( x - \frac{1-3x}{4} \right) \rightarrow 2(x+2) - 4 = 12x - 3(1-3x) \rightarrow \\ &\rightarrow 2x + 4 - 4 = 12x - 3 + 9x \rightarrow 2x = 21x - 3 \rightarrow 3 = 21x - 2x \rightarrow 3 = 19x \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{3}{19} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{3(1+2x)}{8} - \frac{x}{2} = 1 - \frac{3-x}{4} &\rightarrow 8 \cdot \left( \frac{3(1+2x)}{8} - \frac{x}{2} \right) = 8 \cdot \left( 1 - \frac{3-x}{4} \right) \rightarrow 3(1+2x) - 4x = 8 - 2(3-x) \rightarrow \\ &\rightarrow 3 + 6x - 4x = 8 - 6 + 2x \rightarrow 3 + 2x = 2 + 2x \rightarrow 3 - 2 = 2x - 2x \rightarrow \\ &\rightarrow 1 = 0x \rightarrow \text{No tiene solución.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{x-2}{10} - \frac{3x-1}{8} = \frac{2(x+1)}{5} - 1 &\rightarrow 40 \cdot \left( \frac{x-2}{10} - \frac{3x-1}{8} \right) = 40 \cdot \left( \frac{2(x+1)}{5} - 1 \right) \rightarrow \\ &\rightarrow 4(x-2) - 5(3x-1) = 16(x+1) - 40 \rightarrow \\ &\rightarrow 4x - 8 - 15x + 5 = 16x + 16 - 40 \rightarrow -11x - 3 = 16x - 24 \rightarrow \\ &\rightarrow 24 - 3 = 16x + 11x \rightarrow 21 = 27x \rightarrow x = \frac{21}{27} \rightarrow x = \frac{7}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{4(x-2)}{9} - \frac{3(1-x)}{2} = \frac{21x-11}{8} - \frac{7}{24} &\rightarrow 72 \cdot \left( \frac{4(x-2)}{9} - \frac{3(1-x)}{2} \right) = 72 \cdot \left( \frac{21x-11}{8} - \frac{7}{24} \right) \rightarrow \\ &\rightarrow 32(x-2) - 108(1-x) = 9(21x-11) - 21 \rightarrow \\ &\rightarrow 32x - 64 - 108 + 108x = 189x - 99 - 21 \rightarrow \\ &\rightarrow 140x - 172 = 189x - 120 \rightarrow 120 - 172 = 189x - 140x \rightarrow \\ &\rightarrow -52 = 49x \rightarrow x = \frac{-52}{49} \end{aligned}$$

**Ejercicio 11:****Resuelve estas ecuaciones sin aplicar la fórmula:**

a)  $5x^2 - 5 = 0$

b)  $5x^2 + 5 = 0$

c)  $2x^2 + 3 = 35$

d)  $x^2 - 9x = 0$

e)  $2x^2 - 6x = 0$

f)  $5x^2 + 5x = 0$

g)  $8x^2 - 16x = 0$

h)  $4x^2 = 36$

i)  $x^2 + 1 = 0$

j)  $x^2 + x = 0$

a)  $5x^2 - 5 = 0 \rightarrow 5x^2 = 5 \rightarrow x^2 = \frac{5}{5} = 1 \rightarrow x = \pm\sqrt{1} \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

b)  $5x^2 + 5 = 0 \rightarrow 5x^2 = -5 \rightarrow x^2 = \frac{-5}{5} = -1 \rightarrow x = \pm\sqrt{-1} \rightarrow$  No tiene solución.

c)  $2x^2 + 3 = 35 \rightarrow 2x^2 = 35 - 3 \rightarrow 2x^2 = 32 \rightarrow x^2 = \frac{32}{2} = 16 \rightarrow x = \pm\sqrt{16} \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$

d)  $x^2 - 9x = 0 \rightarrow x(x - 9) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x - 9 = 0 \rightarrow x = 9 \end{cases}$

e)  $2x^2 - 6x = 0 \rightarrow 2x(x - 3) = 0 \begin{cases} 2x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$

f)  $5x^2 + 5x = 0 \rightarrow 5x(x + 1) = 0 \begin{cases} 5x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \end{cases}$

g)  $8x^2 - 16x = 0 \rightarrow 8x(x - 2) = 0 \begin{cases} 8x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \end{cases}$

h)  $4x^2 = 36 \rightarrow x^2 = \frac{36}{4} = 9 \rightarrow x = \pm\sqrt{9} \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$

i)  $x^2 + 1 = 0 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow x = \pm\sqrt{-1} \rightarrow$  No tiene solución.

j)  $x^2 + x = 0 \rightarrow x(x + 1) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \end{cases}$

**Ejercicio 12:****Resuelve estas ecuaciones aplicando la fórmula:**

a)  $x^2 - 6x + 5 = 0$

b)  $x^2 + 6x - 7 = 0$

c)  $2x^2 + 2x - 24 = 0$

d)  $x^2 + 4x + 3 = 0$

e)  $x^2 - 10x + 25 = 0$

f)  $x^2 - x + 1 = 0$

g)  $x^2 + 2x + 1 = 0$

h)  $-x^2 + 5x - 6 = 0$

i)  $-2x^2 - 12x + 14 = 0$

j)  $-x^2 - 2x - 1 = 0$

a)  $x^2 - 6x + 5 = 0 \rightarrow a = 1, b = -6, c = 5$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{6+4}{2} \rightarrow x = \frac{10}{2} \rightarrow x = 5 \\ \frac{6-4}{2} \rightarrow x = \frac{2}{2} \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

b)  $x^2 + 6x - 7 = 0 \rightarrow a = 1, b = 6, c = -7$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7)}}{2 \cdot 1} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 28}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{-6 \pm 8}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-6+8}{2} \rightarrow x = \frac{2}{2} \rightarrow x = 1 \\ \frac{-6-8}{2} \rightarrow x = \frac{-14}{2} \rightarrow x = -7 \end{cases}$$

c)  $2x^2 + 2x - 24 = 0 \rightarrow a = 2, b = 2, c = -24$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-24)}}{2 \cdot 2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 192}}{4} = \frac{-2 \pm \sqrt{196}}{4} = \frac{-2 \pm 14}{4}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-2+14}{4} \rightarrow x = \frac{12}{4} \rightarrow x = 3 \\ \frac{-2-14}{4} \rightarrow x = \frac{-16}{4} \rightarrow x = -4 \end{cases}$$

$$d) x^2 + 4x + 3 = 0 \rightarrow a = 1, b = 4, c = 3$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{-4 \pm 2}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-4+2}{2} \rightarrow x = \frac{-2}{2} \rightarrow x = -1 \\ \frac{-4-2}{2} \rightarrow x = \frac{-6}{2} \rightarrow x = -3 \end{cases}$$

$$e) x^2 - 10x + 25 = 0 \rightarrow a = 1, b = -10, c = 25$$

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$f) x^2 - x + 1 = 0 \rightarrow a = 1, b = -1, c = 1$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2} \rightarrow \text{Sin solución}$$

$$g) x^2 + 2x + 1 = 0 \rightarrow a = 1, b = 2, c = 1$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$h) -x^2 + 5x - 6 = 0 \rightarrow a = -1, b = 5, c = -6$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-6)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{-2} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{-2} = \frac{-5 \pm 1}{-2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-5+1}{-2} \rightarrow x = \frac{-4}{-2} \rightarrow x = 2 \\ \frac{-5-1}{-2} \rightarrow x = \frac{-6}{-2} \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

$$i) -2x^2 - 12x + 14 = 0 \rightarrow a = -2, b = -12, c = 14$$

$$x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 14}}{2 \cdot (-2)} = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 112}}{-4} = \frac{12 \pm \sqrt{256}}{-4} = \frac{12 \pm 16}{-4}$$

$$x = \begin{cases} \frac{12+16}{-4} \rightarrow x = \frac{28}{-4} \rightarrow x = -7 \\ \frac{12-16}{-4} \rightarrow x = \frac{-4}{-4} \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

$$j) -x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow a = -1, b = -2, c = -1$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{-2} = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{-2} = \frac{2}{-2} = -1$$

**Ejercicio 13:**

**Resuelve las ecuaciones siguientes:**

a)  $(x - 3)x + 1 = x^2 - 5x(x + 1)$

b)  $3(x - 1) - 4x = 2(x + 1)(x - 1) + 2$

c)  $3x^2 - (x + 3)^2 = x^2 - 17$

d)  $2x^2 - (x - 5)^2 = 11 - (x - 6)^2$

a)  $(x - 3)x + 1 = x^2 - 5x(x + 1) \rightarrow x^2 - 3x + 1 = x^2 - 5x^2 - 5x \rightarrow x^2 - 3x + 1 = -4x^2 - 5x \rightarrow$   
 $\rightarrow x^2 + 4x^2 - 3x + 5x + 1 = 0 \rightarrow 5x^2 + 2x + 1 = 0$

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 20}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-16}}{2} \rightarrow$  Sin solución

b)  $3(x - 1) - 4x = 2(x + 1)(x - 1) + 2 \rightarrow 3x - 3 - 4x = 2(x^2 - 1) + 2 \rightarrow -x - 3 = 2x^2 - 2 + 2 \rightarrow$   
 $\rightarrow 2x^2 + x + 3 = 0$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{2 \cdot 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 24}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{-23}}{4} \rightarrow$  Sin solución

c)  $3x^2 - (x + 3)^2 = x^2 - 17 \rightarrow 3x^2 - (x^2 + 6x + 9) = x^2 - 17 \rightarrow 3x^2 - x^2 - 6x - 9 = x^2 - 17 \rightarrow$   
 $\rightarrow 3x^2 - x^2 - x^2 - 6x - 9 + 17 = 0 \rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$

$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} \begin{cases} \frac{6+2}{2} \rightarrow x = \frac{8}{2} \rightarrow x = 4 \\ \frac{6-2}{2} \rightarrow x = \frac{4}{2} \rightarrow x = 2 \end{cases}$

d)  $2x^2 - (x - 5)^2 = 11 - (x - 6)^2 \rightarrow 2x^2 - (x^2 - 10x + 25) = 11 - (x^2 - 12x + 36) \rightarrow$   
 $\rightarrow 2x^2 - x^2 + 10x - 25 = 11 - x^2 + 12x - 36 \rightarrow$   
 $\rightarrow 2x^2 - x^2 + x^2 - 12x + 10x - 25 - 11 + 36 = 0 \rightarrow$

$\rightarrow 2x^2 - 2x = 0 \rightarrow 2x(x - 1) = 0 \begin{cases} 2x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \end{cases}$

**Ejercicio 14:**

**Por un videojuego, un cómic y un helado, Andrés ha pagado 14,30 €. El videojuego es cinco veces más caro que el cómic, y este cuesta el doble que el helado. ¿Cuál es el precio de cada artículo?**

Llamamos  $x$  al precio del helado. Por tanto, tenemos que:

– Precio del cómic  $\rightarrow 2x$

– Precio del videojuego  $\rightarrow 5 \cdot 2x = 10x$

$x + 2x + 10x = 14,30 \rightarrow 13x = 14,30 \rightarrow x = \frac{14,30}{13} \rightarrow x = 1,10$

– El precio del helado es 1,10 €.

– El precio del cómic es  $2 \cdot 1,10 = 2,20$  €.

– El precio del videojuego es  $5 \cdot 2,20 = 11$  €.

**Ejercicio 15:**

**Dos albañiles que trabajan asociados reciben 1 400 € como pago de cierto trabajo. ¿Cuánto debe cobrar cada uno si el primero trabajó las dos quintas partes de lo que trabajó el otro?**

Llamamos  $x$  al tiempo que trabajó uno de los albañiles, entonces, el otro albañil trabajó  $\frac{2}{5}x$ .

$$x + \frac{2}{5}x = 1400 \rightarrow \frac{5x + 2x}{5} = 1400 \rightarrow \frac{7}{5}x = 1400 \rightarrow x = \frac{1400 \cdot 5}{7} = 200 \cdot 5 \rightarrow x = 1000$$

Uno de los albañiles debe cobrar 1 000 € y el otro, debe cobrar,  $1000 \cdot \frac{2}{5} = 400$  €.

**Ejercicio 16:**

**Si divido un número entre 5, el resultado es dos unidades mayor que si lo divido entre 6. ¿Qué número es?**

Llamamos  $x$  al número que buscamos.

$$\frac{x}{5} - 2 = \frac{x}{6} \rightarrow 30 \cdot \left(\frac{x}{5} - 2\right) = 30 \cdot \frac{x}{6} \rightarrow 6x - 60 = 5x \rightarrow 6x - 5x = 60 \rightarrow x = 60$$

El número que buscamos es 60.

**Ejercicio 17:**

**Me faltan 1,80 € para comprar una revista. Si tuviera el doble de lo que tengo ahora, me sobrarían 2 €. ¿Cuánto tengo? ¿Cuánto cuesta la revista?**

Llamamos  $x$  al dinero que tengo.

$$x + 1,80 = 2x - 2 \rightarrow 1,80 + 2 = 2x - x \rightarrow x = 3,80 \text{ €}$$

Tengo 3,80 euros.

Por tanto, la revista cuesta  $3,80 + 1,80 = 5,60$  €.

**Ejercicio 18:**

 **Calcula un número cuya mitad es 20 unidades menor que su triple.**

Llamamos  $x$  al número que buscamos.

$$\frac{x}{2} + 20 = \frac{x}{3} \rightarrow 6\left(\frac{x}{2} + 20\right) = 6 \cdot \frac{x}{3} \rightarrow 3x + 120 = 2x \rightarrow 3x - 2x = -120 \rightarrow x = -120$$

El número que buscamos es  $-120$ .

**Ejercicio 19:**

 **Si a un número le restas 12, se reduce a su tercera parte. ¿Cuál es ese número?**

Llamamos  $x$  al número que buscamos.

$$x - 12 = \frac{x}{3} \rightarrow 3(x - 12) = 3 \cdot \frac{x}{3} \rightarrow 3x - 36 = x \rightarrow 3x - x = 36 \rightarrow 2x = 36 \rightarrow x = 18$$

Es el número 18.

**Ejercicio 20:**

**Resuelve, por el método de sustitución, los siguientes sistemas:**

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 6 \\ 3x - 5y = 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x + 10y = -1 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 6 \\ 3x - 5y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 6 - x \\ 3x - 5y = 2 \end{cases}$$

$$3x - 5(6 - x) = 2 \rightarrow 3x - 30 + 5x = 2 \rightarrow 8x = 2 + 30 \rightarrow 8x = 32 \rightarrow x = \frac{32}{8} \rightarrow x = 4$$

$$y = 6 - 4 \rightarrow y = 2$$

$$\text{Solución: } x = 4, y = 2$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x + 10y = -1 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 10y = -1 \\ x = 1 - 2y \end{cases}$$

$$3(1 - 2y) + 10y = -1 \rightarrow 3 - 6y + 10y = -1 \rightarrow 3 + 4y = -1 \rightarrow 4y = -1 - 3 \rightarrow 4y = -4 \rightarrow y = -1$$

$$x = 1 - 2 \cdot (-1) \rightarrow x = 1 + 2 \rightarrow x = 3$$

$$\text{Solución: } x = 3, y = -1$$

$$\text{c) } \begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ y = 23 - 4x \end{cases}$$

$$5x - 3(23 - 4x) = 50 \rightarrow 5x - 69 + 12x = 50 \rightarrow 17x - 69 = 50 \rightarrow 17x = 50 + 69 \rightarrow$$

$$\rightarrow 17x = 119 \rightarrow x = \frac{119}{17} \rightarrow x = 7$$

$$y = 23 - 4 \cdot 7 = 23 - 28 = -5$$

$$\text{Solución: } x = 7, y = -5$$

$$\text{d) } \begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - 2 = y \end{cases}$$

$$5x + 3x - 2 = 6 \rightarrow 8x - 2 = 6 \rightarrow 8x = 6 + 2 \rightarrow 8x = 8 \rightarrow x = 1$$

$$y = 3 \cdot 1 - 2 = 3 - 2 = 1$$

$$\text{Solución: } x = 1, y = 1$$

**Ejercicio 21:**

**Resuelve, por el método de igualación, los siguientes sistemas:**

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x + 10y = -1 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 6 - x \\ y = x - 2 \end{cases}$$

$$6 - x = x - 2 \rightarrow 6 + 2 = x + x \rightarrow 8 = 2x \rightarrow x = \frac{8}{2} \rightarrow x = 4$$

$$y = 6 - 4 \rightarrow y = 2$$

$$\text{Solución: } x = 4, y = 2$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x + 10y = -1 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{-1 - 10y}{3} \\ x = 1 - 2y \end{cases}$$

$$\frac{-1 - 10y}{3} = 1 - 2y \rightarrow 3 \cdot \frac{-1 - 10y}{3} = 3 \cdot (1 - 2y) \rightarrow -1 - 10y = 3 - 6y \rightarrow$$

$$\rightarrow -10y + 6y = 3 + 1 \rightarrow -4y = 4 \rightarrow y = -1$$

$$x = 1 - 2 \cdot (-1) \rightarrow x = 1 + 2 \rightarrow x = 3$$

$$\text{Solución: } x = 3, y = -1$$

$$\text{c) } \begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 6 - 5x \\ y = 3x - 2 \end{cases}$$

$$6 - 5x = 3x - 2 \rightarrow 6 + 2 = 3x + 5x \rightarrow 8 = 8x \rightarrow x = 1$$

$$y = 6 - 5 \cdot 1 = 6 - 5 = 1$$

$$\text{Solución: } x = 1, y = 1$$

$$d) \begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{5x - 50}{3} = y \\ y = 23 - 4x \end{cases}$$

$$\frac{5x - 50}{3} = 23 - 4x \rightarrow 3 \cdot \frac{5x - 50}{3} = 3 \cdot (23 - 4x) \rightarrow 5x - 50 = 69 - 12x \rightarrow$$

$$\rightarrow 5x + 12x = 69 + 50 \rightarrow 17x = 119 \rightarrow x = \frac{119}{17} \rightarrow x = 7$$

$$y = 23 - 4 \cdot 7 = 23 - 28 = -5$$

$$\text{Solución: } x = 7, y = -5$$

**Ejercicio 22:**

**Resuelve, por el método de reducción, los siguientes sistemas:**

$$a) \begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x - 5y = -26 \\ 4x + 10y = 32 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$2x = 8 \rightarrow x = \frac{8}{2} \rightarrow x = 4$$

$$4 + y = 6 \rightarrow y = 6 - 4 \rightarrow y = 2$$

$$\text{Solución: } x = 4, y = 2$$

$$b) \begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases}$$

$$4x = 8 \rightarrow x = \frac{8}{4} \rightarrow x = 2$$

$$2 + 5y = 7 \rightarrow 5y = 7 - 2 \rightarrow 5y = 5 \rightarrow y = 1$$

$$\text{Solución: } x = 2, y = 1$$

$$c) \begin{cases} 3x - 5y = -26 \\ 4x + 10y = 32 \end{cases} \rightarrow \text{Multiplicamos por 2} \rightarrow \begin{cases} 6x - 10y = -52 \\ 4x + 10y = 32 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 10x \\ \hline = -20 \end{array} \rightarrow x = \frac{-20}{10} \rightarrow x = -2$$

$$3 \cdot (-2) - 5y = -26 \rightarrow -6 - 5y = -26 \rightarrow -5y = -26 + 6 \rightarrow -5y = -20 \rightarrow$$

$$\rightarrow y = \frac{-20}{-5} \rightarrow y = 4$$

Solución:  $x = -2, y = 4$

$$d) \begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \end{cases} \rightarrow \text{Multiplicamos por 3} \rightarrow \begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 12x + 3y = 69 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 17x \\ \hline = 119 \end{array} \rightarrow x = \frac{119}{17} \rightarrow x = 7$$

$$5 \cdot 7 - 3y = 50 \rightarrow 35 - 3y = 50 \rightarrow -3y = 50 - 35 \rightarrow -3y = 15 \rightarrow y = \frac{15}{-3} \rightarrow y = -5$$

Solución:  $x = 7, y = -5$

**Ejercicio 23:**

**Calcula dos números cuya suma sea 191, y su diferencia, 67.**

Un número  $\rightarrow x$

Otro número  $\rightarrow y$

$$\begin{cases} x + y = 191 \\ x - y = 67 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 2x \\ \hline = 258 \end{array} \rightarrow x = \frac{258}{2} \rightarrow x = 129$$

Sustituimos en la primera ecuación:

$$129 + y = 191 \rightarrow y = 191 - 129 \rightarrow y = 62$$

Los números son 129 y 62.

**Ejercicio 24:**

**Una empresa aceitera ha envasado 3 000 litros de aceite en 1 200 botellas de dos y de cinco litros. ¿Cuántas botellas de cada clase se han utilizado?**

Número de botellas de 2 litros  $\rightarrow x$

Número de botellas de 5 litros  $\rightarrow y$

$$\begin{cases} x + y = 1200 \\ 2x + 5y = 3000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1200 - y \\ 2x + 5y = 3000 \end{cases}$$

$$2(1200 - y) + 5y = 3000 \rightarrow 2400 - 2y + 5y = 3000 \rightarrow 3y = 600 \rightarrow y = 200$$

$$x = 1200 - 200 = 1000$$

Se han utilizado 1 000 botellas de dos litros y 200 botellas de cinco litros.