

**HOJA 1 DE EJERCICIOS PROPUESTOS**  
**UNIDAD 11: GEOMETRÍA EUCLÍDEA. PRODUCTO ESCALAR**

**Ejercicio 1:** Dados los puntos  $A(2,1,-1)$  y  $B(-2,3,1)$  y la recta  $r$  definida por las ecuaciones  $\begin{cases} x - y - z = -1 \\ 3x - 2z = -5 \end{cases}$ , halla las coordenadas de un punto de la recta  $r$  que equidiste de los puntos  $A$  y  $B$ .

**Ejercicio 2:** Se considera la recta  $r \equiv mx = y = z + 2$ ,  $m \neq 0$  y la recta  $s \equiv \frac{x-4}{4} = y-1 = \frac{z}{2}$ .

- Halla el valor de  $m$  para el que  $r$  y  $s$  son perpendiculares.
- Deduce razonadamente si existe algún valor de  $m$  para el que  $r$  y  $s$  son paralelas.

**Ejercicio 3:** Considera los puntos  $A(2,0,1)$ ,  $B(-1,1,2)$ ,  $C(2,2,1)$  y  $D(3,1,0)$ .

- Calcula la ecuación del plano  $\pi$  que contiene a los puntos  $B, C$  y  $D$ .
- Halla el punto simétrico de  $A$  respecto del plano  $\pi$ .

**Ejercicio 4:** Considera los puntos  $A(0,3,-1)$  y  $B(0,1,5)$ .

- Calcula los valores de  $x$  sabiendo que el triángulo  $ABC$  de vértices  $A$ ,  $B$  y  $C(x,4,3)$  tiene un ángulo recto en  $C$ .
- Halla la ecuación del plano que pasa por los puntos  $(0,1,5)$  y  $(3,4,3)$  y es paralelo a la recta definida por las ecuaciones  $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

**Ejercicio 5:** Dada la recta  $r$  definida por  $\frac{x-1}{\alpha} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{2}$  y el plano  $\pi$  de ecuación  $2x - y + \beta z = 0$ .

Determina  $\alpha$  y  $\beta$  en cada uno de los siguientes casos:

- La recta  $r$  es perpendicular al plano  $\pi$ .
- La recta  $r$  está contenida en el plano  $\pi$ .

**Ejercicio 6:** Calcula la distancia del punto  $P(1,-3,7)$  a su punto simétrico respecto de la recta definida por

$$\begin{cases} 3x - y - z - 2 = 0 \\ x + y - z + 6 = 0 \end{cases}$$

**Ejercicio 7:** Considera el punto  $P(1,0,-2)$  y la recta  $r \equiv \begin{cases} 2x - y = 5 \\ 2x + y - 4z = 7 \end{cases}$

- Determina la recta perpendicular a  $r$  que pasa por  $P$ .
- Halla la distancia del punto  $P$  y su simétrico  $Q$  respecto de la recta  $r$ .

**Ejercicio 8:** Considera el plano  $\pi$  de ecuación  $2x + 2y - z - 6 = 0$  y la recta  $r$  definida por  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$

- Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano  $\pi$  con los ejes coordenados.
- Calcula, razonadamente, la distancia de la recta  $r$  al plano  $\pi$ .

**Ejercicio 9:** Dados los puntos  $A(1,0,0)$ ,  $B(0,0,1)$  y  $P(1,-1,1)$  y la recta  $r$  definida por  $\begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ .

- Halla los puntos de la recta  $r$  cuya distancia al punto  $P$  es de 3 unidades.
- Calcula el área del triángulo  $\triangle ABP$ .

**Ejercicio 10:** Sea el punto  $P(2,3,-1)$  y la recta  $r$  dada por las ecuaciones  $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$

- Halla la ecuación del plano perpendicular a  $r$  que pasa por  $P$ .
- Calcula la distancia del punto  $P$  a la recta  $r$  y determina el punto simétrico de  $P$  respecto de  $r$ .

**Ejercicio 11:** Considera los planos  $\pi_1$  y  $\pi_2$  dados respectivamente por las ecuaciones:

$$(x, y, z) = (-2, 0, 7) + \lambda(1, -2, 0) + \mu(0, 1, -1) \quad \text{y} \quad 2x + y - z + 5 = 0.$$

Determina los puntos de la recta  $r$  definida por  $x = y + 1 = \frac{z-1}{-3}$  que equidistan de  $\pi_1$  y  $\pi_2$ .

**Ejercicio 12:** Dada la recta  $r$  definida por  $\frac{x+7}{2} = \frac{y-7}{-1} = z$  y la recta  $s$  definida por  $\begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \\ z = \lambda \end{cases}$ .

- Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a ambas, recta conocida como perpendicular común.
- Calcula la distancia entre  $r$  y  $s$ .