

HOJA 1 DE EJERCICIOS
UNIDAD 6: PROPIEDADES GLOBALES DE LAS FUNCIONES

Ejercicio 1: Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a: $f(x) = 9 - 4x^2$	b: $g(x) = \frac{x}{9 - x^2}$	c: $h(x) = \frac{x-1}{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}$
d: $y = 1 + \frac{1}{x} - \frac{x}{x-1}$	e: $f(x) = \sqrt[5]{\frac{x}{49 - x^2}}$	f: $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}$
g: $y = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$	h: $y = \frac{-2}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}$	i: $y = \frac{-2}{\sqrt[7]{x^2 - 5x + 6}}$
j: $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{3x-5}}$	k: $g(x) = \sqrt[4]{x^2 + 5x + 8}$	l: $l(x) = \sqrt{3 + 2x - x^2}$
m: $f(x) = \ln(2x+3)$	n: $k(x) = \ln(2x+3) + \frac{1}{x}$	ñ: $y = e^{\frac{1}{x}} + 2^{-\frac{1}{x-7}}$

a) $f(x) = 9 - x^2$

$\text{Dom}(f) = \{x \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$

b) $g(x) = \frac{x}{9 - x^2}$

$\text{Dom}(g) = \{x \in \mathbb{R} / 9 - x^2 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$

$9 - x^2 = 0$

$9 = x^2$

$x = \pm 3$

c) $h(x) = \frac{x-1}{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}$

$\text{Dom}(h) = \{x \in \mathbb{R} / x^3 - 2x^2 - 5x + 6 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-2, 1, 3\}$

$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$

	1	-2	-5	6	
1		1	-1	-6	0
3	1	-1	-6	0	
		2	0	6	
-2	1	2	-2	0	
		1	0	0	

$$d) y = 1 + \frac{1}{x} - \frac{x}{x-1} = \frac{x(x-1) + (x-1) - x^2}{x(x-1)} = \frac{x^2 - x + x - 1 - x^2}{x(x-1)} = \frac{-1}{x(x-1)}$$

$$\text{Dom } y = \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$$

$$e) f(x) = \sqrt[5]{\frac{x}{49-x^2}}$$

$$\text{Dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid 49 - x^2 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-7, 7\}$$

$$f) f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}$$

$$\text{Dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0 \wedge \sqrt{x} \neq 0\} = (0, +\infty)$$

$$g) y = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$$

$$\text{Dom}(y) = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 5x + 6 \geq 0\}$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} < \frac{3}{2}$$

$$\begin{array}{ccccc} (-\infty, 2) & (2, 3) & (3, +\infty) \\ x^2 - 5x + 6 & + & - & + \end{array}$$

$$\text{Dom}(y) = (-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$$

$$h) y = \frac{-2}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}$$

$$\text{Dom } y = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 5x + 6 > 0\} = (-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$$

$$x^2 - 5x + 6 > 0 \iff \begin{array}{l} x < 2 \\ x > 3 \end{array}$$

$$i) y = \frac{-2}{\sqrt[7]{x^2 - 5x + 6}}$$

$$\text{Dom}(y) = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 5x + 6 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$$

$$d) f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{3x-5}}$$

$$\text{Dom}(f) = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{x+2}{3x-5} \geq 0 \wedge 3x-5 \neq 0 \right\} = (-\infty, -2] \cup \left(\frac{5}{3}, +\infty\right)$$

$x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$	$(-\infty, -2)$	$(-2, \frac{5}{3})$	$(\frac{5}{3}, +\infty)$
$3x-5 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{5}{3}$	$x+2$	$x+2$	$x+2$
	-	+	+
	$3x-5$	$3x-5$	$3x-5$
	-	-	+
	$\frac{x+2}{3x-5}$	$\frac{x+2}{3x-5}$	$\frac{x+2}{3x-5}$
	+	-	+

$$k) g(x) = \sqrt[4]{x^2 + 5x + 8}$$

$$\text{Dom}(g) = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 5x + 8 \geq 0 \right\}$$

$$x^2 + 5x + 8 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 8}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{-7}}{2} \quad \text{No tiene solución}$$

$$x^2 + 5x + 8 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow \text{Dom}(g) = \mathbb{R}$$

$$e) p(x) = \sqrt{3 + 2x - x^2}$$

$$\text{Dom}(p) = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid 3 + 2x - x^2 \geq 0 \right\}$$

$$3 + 2x - x^2 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 3 \cdot (-1)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{-2} = \frac{-2 \pm 4}{-2} \begin{matrix} -1 \\ 3 \end{matrix}$$

$$(-\infty, -1) \quad (-1, 3) \quad (3, +\infty)$$

$$3 + 2x - x^2 \quad - \quad + \quad -$$

$$\text{Dom}(p) = [-1, 3]$$

$$m) f(x) = \ln(2x+3)$$

$$\text{Dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x+3 > 0\} = \left(-\frac{3}{2}, +\infty\right)$$

$$2x+3=0$$

$$2x=-3$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

$$\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \quad \left(-\frac{3}{2}, +\infty\right)$$

$$2x+3 \quad - \quad +$$

$$n) k(x) = \ln(2x+3) + \frac{1}{x}$$

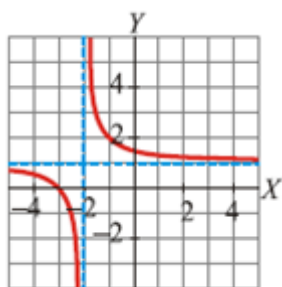
$$\text{Dom}(k) = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x+3 > 0 \wedge x \neq 0\} = \left(-\frac{3}{2}, 0\right) \cup (0, +\infty)$$

$$\tilde{n}) y = e^{1/x} + 2^{-1/x}$$

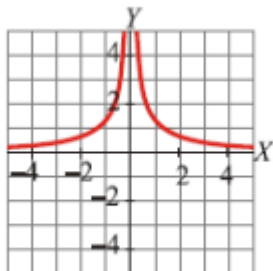
$$\text{Dom}(y) = \mathbb{R} \setminus \{0, 7\}$$

Ejercicio 2: Calcula el dominio y la imagen de las siguientes funciones dadas por sus representaciones gráficas:

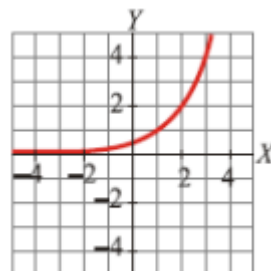
a:



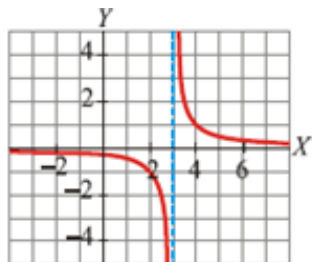
b:



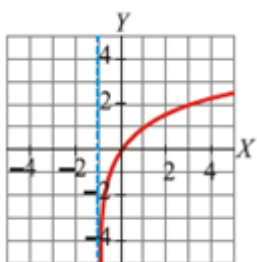
c:



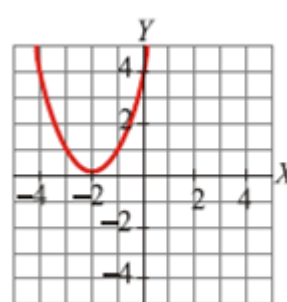
d:



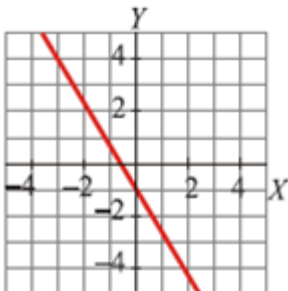
e:



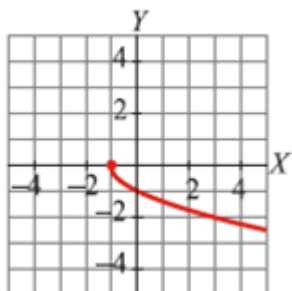
f:



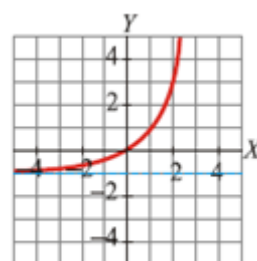
g:



h:



i:



$$a) \text{ Dom} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

$$\text{Im} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$b) \text{ Dom} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\text{Im} = (0, +\infty)$$

$$c) \text{ Dom} = \mathbb{R}$$

$$\text{Im} = (0, +\infty)$$

$$d) \text{ Dom} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$$

$$\text{Im} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$e) \text{ Dom} = (-1, +\infty)$$

$$\text{Im} = \mathbb{R}$$

$$f) \text{ Dom} = \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$$

$$\text{Dom} = \mathbb{R}$$

$$\text{Im} = [0, +\infty)$$

$$g) \text{ Dom} = \mathbb{R}$$

$$\text{Im} = \mathbb{R}$$

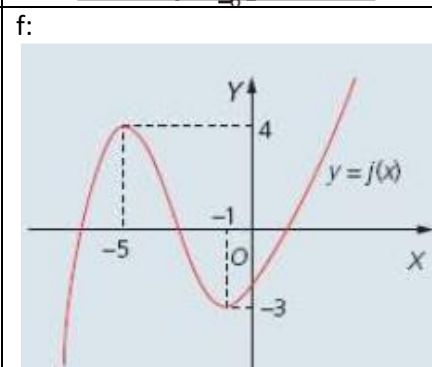
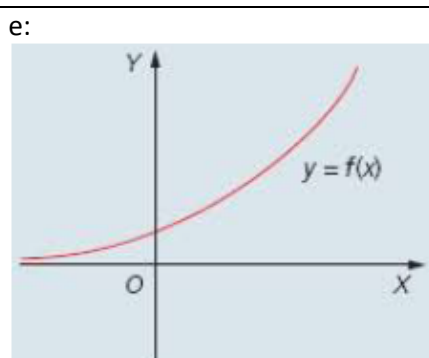
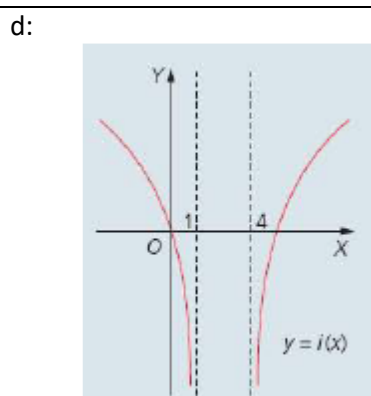
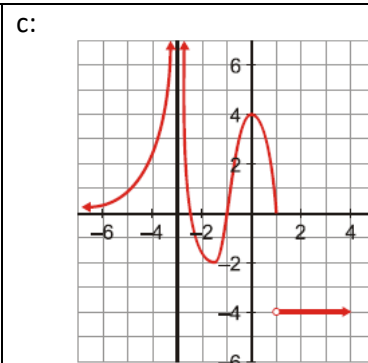
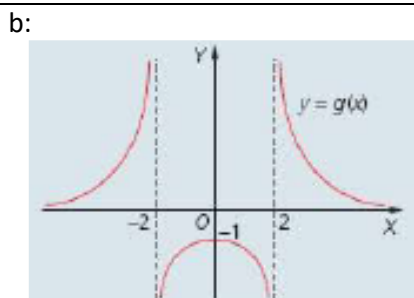
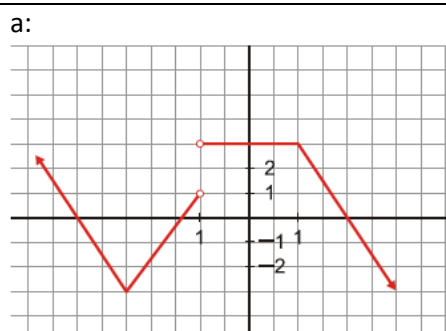
$$h) \text{ Dom} = [-1, +\infty)$$

$$\text{Im} = (-\infty, 0]$$

$$i) \text{ Dom} = \mathbb{R}$$

$$\text{Im} = (-1, +\infty)$$

Ejercicio 3: Analiza y estudia el dominio, recorrido, simetría, monotonía y extremos relativos de las siguientes funciones:



$$a) \text{ Dom} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

$$\text{Im} = \mathbb{R}$$

NO es simétrica

Decrece $(-\infty, -5) \cup (2, +\infty)$

Crece $(-5, -2)$

mínimo relativo $(-5, -3)$

b) $\text{Dom} = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

$\text{Im} = (-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$

Simétrica par

Decrece en $(0, 2) \cup (2, +\infty)$

Crece en $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$

máximo relativo $(0, -1)$

c) $\text{Dom} = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$

$\text{Im} = \{-4\} \cup [-2, +\infty)$

No simétrica

Crece $(-\infty, -3) \cup (-2, 0)$

Decrece $(-3, -2) \cup (0, 1)$

mínimo rel $(-2, -2)$

max rel $(0, 4)$

d) $\text{Dom} = (-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$

$\text{Im} = \mathbb{R}$

No simétrica

decece en $(-\infty, 1)$

Crece en $(4, +\infty)$

No tiene extremos

e) $\text{Dom} = \mathbb{R}$

$\text{Im} = (0, +\infty)$

No simétrica

Crece siempre

No extremos

f) $\text{Dom} = \mathbb{R}$

$\text{Im} = \mathbb{R}$

No simétrica

 Crece en $(-\infty, -5) \cup (-1, +\infty)$

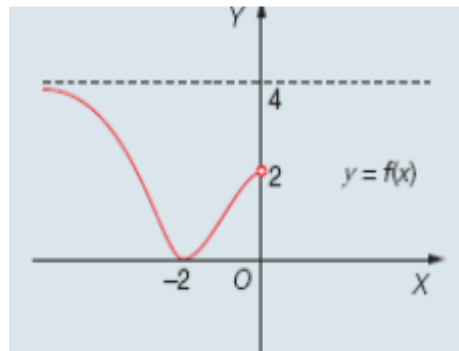
 decrece en $(-5, -1)$

 max rel $(-3, 4)$

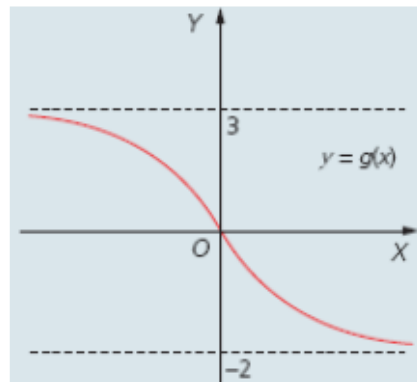
 min rel $(-1, -3)$

Ejercicio 4: Estudia la acotación, simetría, tendencias y la posible existencia de supremo, ínfimo y extremos absolutos en cada una de las siguientes funciones:

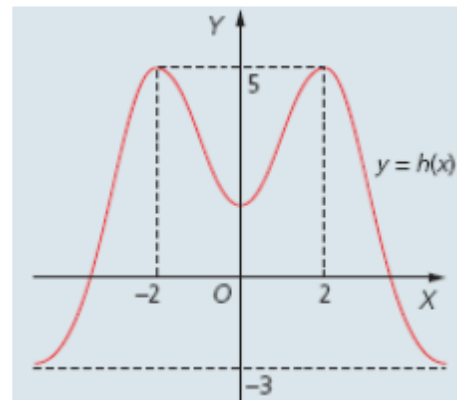
a:



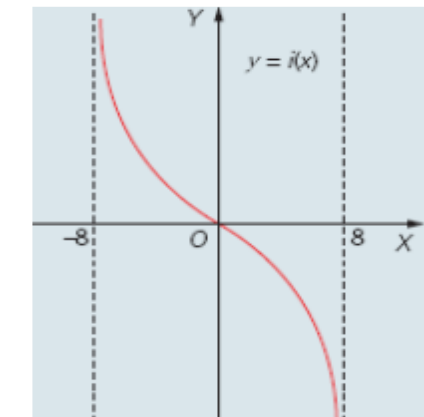
b:



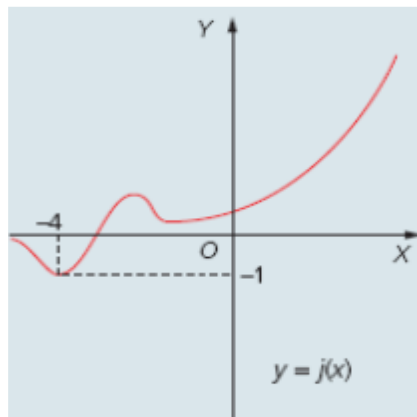
c:



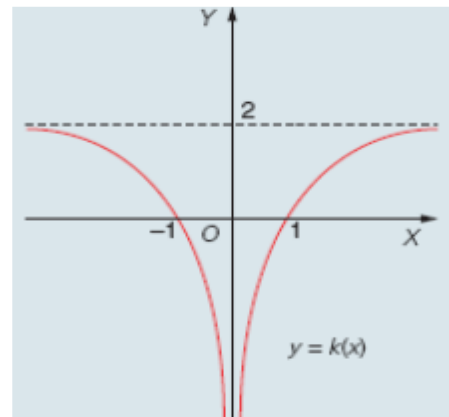
d:



e:



f:



- a) acotada superiormente por 4. Supremo 4
 acotada inferiormente por 0. Infimo 0. Mínimo Absoluto $(-2, 0)$
 No simétrica

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 4$$

- b) Acotada sup. por 3. Supremo 3. No extremos abs.
 Acotada inf por -2. Infimo -2

No simétrica

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$$

- c) Acotada sup por 5. Supremo 5. Max abs $(-2, 5)$ y $(2, 5)$
 Acotada inf por -3. Infimo -3. No ~~extremos~~ abs
 Simétrica par

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -3$$

- d) No acotada

Simétrica par

$$\lim_{x \rightarrow -8^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 8^-} f(x) = -\infty$$

- e) No acotada sup

Acotada infer. por -1. -1 Infimo. Min Absoluto $(-4, -1)$

No simétrica.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

- f) Acotada sup por 2. Supremo 2. No extremos absolutos
 No acotada inf.

Simétrica par

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$$

Ejercicio 5: Estudia la simetría de las siguientes funciones:

a: $f(x) = 9 - 4x^2$	b: $g(x) = x - 2$	c: $h(x) = \frac{4}{x}$
d: $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$	e: $f(x) = x \cdot e^{x^2}$	f: $f(x) = (x - x^3)x$

a) $f(x) = 9 - x^2$
 $f(-x) = 9 - (-x)^2 = 9 - x^2 = f(x) \Rightarrow f$ simétrica par

b) $g(x) = x - 2$
 $g(-x) = -x - 2 \neq g(x)$
 $g(-x) = -x - 2 \neq -g(x)$ No simétrica

c) $h(x) = \frac{4}{x}$
 $h(-x) = \frac{4}{-x} = -\frac{4}{x} = -h(x) \Rightarrow h$ sim. imp.

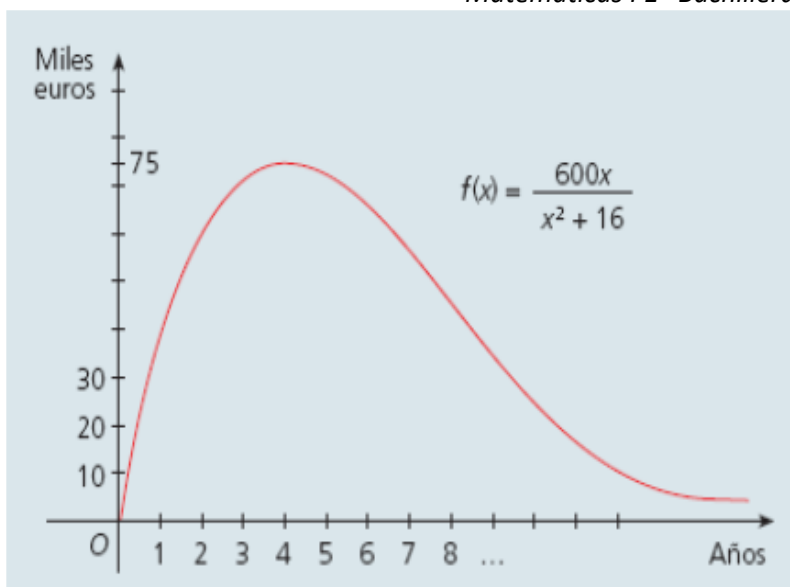
d) $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$
 $f(-x) = \frac{(-x)^3}{(-x)^2 - 1} = \frac{-x^3}{x^2 - 1} = -\frac{x^3}{x^2 - 1} = -f(x) \Rightarrow$ Sim. impar

e) $f(x) = x e^{x^2}$
 $f(-x) = -x e^{(-x)^2} = -x e^{x^2} = -f(x) \Rightarrow f$ sim. impar

f) $f(x) = (x - x^3)x$
 $f(-x) = (-x - (-x)^3) \cdot (-x) = (-x + x^3) \cdot (-x) = (x - x^3)x = f(x)$
 $\Rightarrow f$ sim. par

Ejercicio 6: La gráfica siguiente muestra los beneficios en miles de euros de una empresa desde el momento en que se fundó. Contesta razonadamente a cada una de las siguientes cuestiones:

- ¿Qué variables se relacionan?
- ¿Cuál es el dominio y recorrido de la función? ¿Qué sentido tienen en el contexto del problema?
- ¿Al cabo de cuántos años tiene la empresa beneficios máximos? ¿A cuánto ascienden éstos?
- ¿Cómo varían los beneficios en los primeros años? ¿Y después?
- ¿Crees que habrá un punto en el que no existan ni beneficios ni pérdidas?



- miles de euros de Beneficios por año
- $\text{Dom}(f) = [0, +\infty)$ Años ^{desde que} la empresa se fundó
 $\text{Im}(f) = [0, 75]$ miles de euros de Beneficios
- Al cabo de 4 años 75 mil euros de Beneficios
- Los Beneficios aumentan en los primeros 4 años
 A partir del 4º empiezan a disminuir los Beneficios
-

Ejercicio 7: Dadas las funciones $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ y $g(x) = x - 3$, calcula:

a: $f + g$; $f - g$ y sus dominios	b: $f \cdot g$; $\frac{f}{g}$ y sus dominios	c: $\frac{1}{g}$ y su dominio
--	--	----------------------------------

$$\begin{aligned}
 a) \quad (f+g)(x) &= f(x) + g(x) = \frac{x}{x^2-4} + x-3 = \frac{x + (x-3)(x^2-4)}{x^2-4} = \\
 &= \frac{x + x^3 - 4x - 3x^2 + 12}{x^2-4} = \frac{x^3 - 3x^2 - 3x + 12}{x^2-4} \\
 \text{Dom}(f+g) &= \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}
 \end{aligned}$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x) = \frac{x}{x^2-4} - (x-3) = \frac{x - (x-3)(x^2-4)}{x^2-4} =$$

$$= \frac{x - x^3 + 4x + 3x^2 - 12}{x^2-4} = \frac{-x^3 + 3x^2 + 5x - 12}{x^2-4}$$

$$\text{Dom}(f-g) = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$$

$$b) (f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = \frac{x}{x^2-4} \cdot (x-3) = \frac{x^2-3x}{x^2-4}$$

$$\text{Dom}(f \cdot g) = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$$

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\frac{x}{x^2-4}}{x-3} = \frac{x}{(x^2-4)(x-3)} = \frac{x}{x^3-3x^2-4x+12}$$

$$\text{Dom}\left(\frac{f}{g}\right) = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2, 3\}$$

$$c) \frac{1}{g}(x) = \frac{1}{x-3} \quad \text{Dom}\left(\frac{1}{g}\right) = \mathbb{R} \setminus \{3\}$$

Ejercicio 8: Dadas las funciones $f(x) = \frac{x^2}{3}$ y $g(x) = x+1$, calcula:

a) $f \circ g$

b) $g \circ f$

c) $g \circ g \circ f$

Ejercicio 8:

$$f(x) = \frac{x^2}{3}$$

$$g(x) = x+1$$

$$a) f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x+1) = \frac{(x+1)^2}{3}$$

$$b) g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{x^2}{3}\right) = \frac{x^2}{3} + 1$$

$$c) g \circ g \circ f = g(g(f(x))) = g\left(g\left(\frac{x^2}{3}\right)\right) = g\left(\frac{x^2}{3} + 1\right) = \frac{x^2}{3} + 1 + 1 = \frac{x^2}{3} + 2$$

Ejercicio 9: Dadas las funciones $f(x) = 2x^2 - 1$ y $g(x) = \sqrt{x}$, calcula:

a) $f \circ g$

b) $g \circ f$

c) $f \circ g \circ f$

Ejercicio 9: $f(x) = 2x^2 - 1$ $g(x) = \sqrt{x}$

a) $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = 2(\sqrt{x})^2 - 1 = 2x - 1$

b) $g \circ f(x) = g(f(x)) = g(2x^2 - 1) = \sqrt{2x^2 - 1}$

c) $f \circ g \circ f(x) = f(g(f(x))) = f(\sqrt{2x^2 - 1}) = 2(\sqrt{2x^2 - 1})^2 - 1 =$
 $= 2(2x^2 - 1) - 1 = 4x^2 - 2 - 1 = 4x^2 - 3$

Ejercicio 10: Dadas las funciones $f(x) = 1 + 3x^2$, $g(x) = \sqrt{x}$ y $h(x) = \frac{3}{x^2 + 1}$, calcula:

a) $f \circ g$

b) $f \circ h$

c) $(g \circ f)(-1)$

d) $h \circ g$

e) $(f \circ f)(1)$

f) $(h \circ h)(0)$

Ejercicio 10: $f(x) = 1 + 3x^2$ $g(x) = \sqrt{x}$ $h(x) = \frac{3}{x^2 + 1}$

a) $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = 1 + 3(\sqrt{x})^2 = 1 + 3x = 3x + 1$

b) $f \circ h(x) = f(h(x)) = f\left(\frac{3}{x^2 + 1}\right) = 1 + 3\left(\frac{3}{x^2 + 1}\right)^2 = 1 + \frac{27}{(x^2 + 1)^2}$

c) $(g \circ f)(-1) = g(f(-1)) = g(1 + 3(-1)^2) = g(1 + 3) = g(4) = \sqrt{4} = 2$

d) $(h \circ g)(x) = h(g(x)) = h(\sqrt{x}) = \frac{3}{(\sqrt{x})^2 + 1} = \frac{3}{x + 1}$

e) $(f \circ f)(1) = f(f(1)) = f(1 + 3 \cdot 1^2) = f(4) = 1 + 3 \cdot 4^2 = 49$

f) $(h \circ h)(0) = h(h(0)) = h\left(\frac{3}{0^2 + 1}\right) = h(3) = \frac{3}{3^2 + 1} = \frac{3}{10}$

Ejercicio 11

Ejercicio 11: Determina las funciones inversas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \sqrt{x}$

b) $f(x) = (x-1)^2$

c) $g(x) = 3x + 2$

d) $h(x) = \frac{2x}{3x-5}$

e) $f(x) = \frac{x}{5} - 7$

f) $h(x) = x^3 - 2$

a) $f(x) = \sqrt{x}$

$y = \sqrt{x}$

$x = \sqrt{y} \quad x^2 = y \quad \boxed{f^{-1}(x) = x^2}$

b) $f(x) = (x-1)^2$

$y = (x-1)^2$

$x = (y-1)^2$

$\sqrt{x} = y-1$

$\Rightarrow y = \sqrt{x} + 1$

$\boxed{f^{-1}(x) = \sqrt{x} + 1}$

c) $g(x) = 3x + 2$

$y = 3x + 2$

$x = 3y + 2$

$\frac{x-2}{3} = y$

$g^{-1}(x) = \frac{x-2}{3}$

d) $h(x) = \frac{2x}{3x-5}$

$y = \frac{2x}{3x-5}$

$x = \frac{2y}{3y-5}$

$x(3y-5) = 2y$

$3xy - 5x = 2y$

$3xy - 2y = 5x$

$(3x-2)y = 5x$

$y = \frac{5x}{3x-2}$

$\boxed{h^{-1}(x) = \frac{5x}{3x-2}}$

$$e) f(x) = \frac{x}{5} - 7$$

$$y = \frac{x}{5} - 7$$

$$x = \frac{y}{5} - 7 \quad (x+7) \cdot 5 = y \quad f^{-1}(x) = 5(x+7)$$

$$f) h(x) = x^3 - 2$$

$$y = x^3 - 2$$

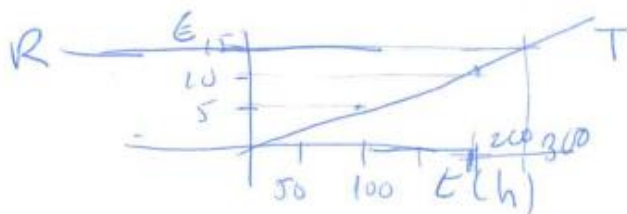
$$x = y^3 - 2 \quad x+2 = y^3 \rightarrow y = \sqrt[3]{x+2} \quad h^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+2}$$

Ejercicio 12: Una empresa, Rapidaztel, ofrece una tarifa de utilización de internet de 15 € mensuales. La empresa TrucoPhone ofrece una tarifa de 0,05 € por hora. Discute que tarifa te parece más conveniente a la hora de elegir.

Ejercicio 12: $R \Rightarrow 15 \text{ €}/\text{ms}$

$T \Rightarrow 0,05 \text{ €}/\text{h}$

$f(t) = 0,05t$ $t = \text{nº horas}$



Si vas a usar más de 300 h/ms
conviene la tarifa de Rapidaztel
Si no, conviene más TrucoPhone

Ejercicio 13: Calcula la expresión de la función área, A, de los rectángulos de 20 m de perímetro en función de su base x

Ejercicio 13: Área rectángulo de $p = 20 \text{ cm}$ en función de base x

$$P = 2x + 2y = 20 \quad x + y = 10 \quad y = 10 - x$$

$$A = x \cdot y = x(10 - x) = 10x - x^2$$

$$A(x) = 10x - x^2$$

Ejercicio 14: Dadas las funciones $f(x) = \frac{3}{x-2}$ y $g(x) = \frac{x-2}{3}$, calcula

a) $(f \circ g)^{-1}(0)$

b) $\left(\frac{g}{f}\right)^{-1}$

Ejercicio 14: $f(x) = \frac{3}{x-2}$ $g(x) = \frac{x-2}{3}$

a) $(f \circ g)^{-1}(0)$

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{x-2}{3}\right) = \frac{3}{\frac{x-2}{3} - 2} = \frac{3}{\frac{x-2-6}{3}} = \frac{9}{x-8}$$

$$y = \frac{9}{x-8} \quad x = \frac{9}{y-8} \quad y-8 = \frac{9}{x} \quad y = \frac{9}{x} + 8$$

$$(f \circ g)^{-1}(x) = \frac{9}{x} + 8$$

$$(f \circ g)^{-1}(0) = \frac{9}{0} + 8 \quad \text{No está definido}$$

b) $\left(\frac{g}{f}\right)^{-1}$

$$\left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{\frac{x-2}{3}}{\frac{3}{x-2}} = \frac{(x-2)^2}{9} \quad y = \frac{(x-2)^2}{9}$$

$$\cancel{9y = (x-2)^2} \quad x = \frac{(y-2)^2}{9} \quad 9x = (y-2)^2$$

$$\sqrt{9x} = y-2 \Rightarrow 3\sqrt{x} = y-2 \Rightarrow y = 3\sqrt{x} + 2$$

$$\left(\frac{g}{f}\right)^{-1}(x) = 3\sqrt{x} + 2$$