

HOJA 1 DE EJERCICIOS
UNIDAD 9: INTRODUCCIÓN A LAS DERIVADAS

Ejercicio 1: Calcula la derivada de las siguientes funciones:

a) $y = x^4 + 3x^2 - 6$	b) $y = 6x^3 - x^2$	c) $y = \frac{x^5}{a+b} - \frac{x^2}{a-b}$	d) $y = \frac{x^3 - x^2 + 1}{5}$
e) $y = 2ax^3 - \frac{x^2}{b} + c$	f) $y = 6x^{\frac{7}{2}} + 4x^{\frac{5}{2}} + 2x$	g) $y = \sqrt{3x} + \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x}$	h) $y = \frac{(x+1)^3}{x^{\frac{3}{2}}}$
i) $y = \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt{x} + 5$	j) $y = \frac{ax^2}{\sqrt[3]{x}} + \frac{b}{x\sqrt{x}} - \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}$	k) $y = (1 + 4x^3)(1 + 2x^2)$	l) $y = x(2x - 1)(3x + 2)$
m) $y = (2x - 1)(x^2 - 6x + 3)$	n) $y = \frac{2x^4}{b^2 - x^2}$	o) $y = \frac{a-x}{a+x}$	p) $f(t) = \frac{t^3}{1+t^2}$
q) $f(s) = \frac{(s+4)^2}{s+3}$	r) $y = \frac{x^3+1}{x^2-x-2}$	s) $y = (2x^2 - 3)^2$	t) $y = (x^2 + a^2)^5$
u) $y = \sqrt{x^2 + a^2}$	v) $y = (a+x)\sqrt{a-x}$	x) $y = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$	y) $y = \sqrt[3]{x^2 + x + 1}$

Ejercicio 2: Calcula la derivada de las siguientes funciones:

a) $y = (1 + \sqrt[3]{x})^3$	b) $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$	c) $y = x \ln x$	d) $y = \ln(x^3 - 2x + 5)$
e) $y = \ln(x^2 + x)$	f) $y = \ln^3 x$	g) $y = e^{(4x+5)}$	h) $y = a^{x^2}$
i) $y = 7^{(x^2+2x)}$	j) $y = e^x(1 - x^2)$	k) $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$	l) $y = \ln \left(\frac{2x}{3x+1} \right)$
m) $y = 3\operatorname{sen} x - \cos x + 7$	n) $f(x) = \operatorname{cotg} x$	ñ) $f(x) = \frac{2}{\cos x}$	o) $y = L \frac{1 + \operatorname{sen} x}{1 - \operatorname{sen} x}$
p) $h(x) = 5^{3x^2+2x-1}$	q) $g(x) = \operatorname{arctg}(\sqrt{x}) - 7$	r) $g(x) = \operatorname{arcsin}(e^{2x})$	s) $g(x) = \frac{3}{(x-5)^2}$

Ejercicio 3: Calcula:

- Derivada de $f(x) = x^4 + 4x - 1$ en el punto de abscisa $x = 1$
- Derivada de $f(x) = L(x + 3)$ en $x = 2$
- Derivada de $f(x) = \cos(5x + 4)$ en $x = \pi$

Ejercicio 4: Calcula la derivada de orden n de la función $f(x) = e^{2x}$

Ejercicio 5: ¿Qué valores han de tener a y b para que la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 3 & \text{si } x \leq 2 \\ ax^2 + b & \text{si } x > 2 \end{cases}$

sea derivable en $x = 2$?

Ejercicio 6: Halla la ecuación de la recta tangente y la recta normal a la curva $y = 3\text{sen}2x$ en el punto de abscisa $x = 0$.

Ejercicio 7: Di si la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x - 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ es derivable en $x = 1$.

Ejercicio 8: Deriva y simplifica:

a) $y = L\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ b) $y = L\frac{a+x}{a-x}$ c) $y = \frac{\text{sen}x}{1+\cos x}$ d) $y = \text{arc cos} \frac{1-x^2}{1+x^2}$
 Sol. a) $\frac{1}{1-x^2}$ b) $\frac{2a}{a^2-x^2}$ c) $\frac{1}{1+\cos x}$ d) $\frac{2}{1+x^2}$

Ejercicio 9: Obtén la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \frac{x-2}{x+1}$ en su punto de corte con el eje de abscisas

Ejercicio 10:

a) Sea la función definida para todo número real x por $f(x) = ax^3 + bx$. Determine a y b sabiendo que su gráfica pasa por el punto $(1, 1)$ y que en ese punto la pendiente de la recta tangente es -3 .

Ejercicio 11:

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x-k}{x+1} & \text{si } x > 0 \\ x^2 + 2x + 1 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$.

- a) Calcule el valor de k para que la función f sea continua en $x = 0$. Para ese valor de k , ¿es f derivable en $x = 0$?
- b) Para $k = 0$, calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.