EJERCICIOS RESUELTOS

UNIDAD 13: PROBABILIDAD. PROBABILIDAD CONDICIONADA

Cuestión 1:

En un centro educativo el 40 % de los alumnos practica voleibol, el 30 % bádminton y el 20 % ambos deportes.

a) Si un alumno, elegido al azar, juega al voleibol, ¿cuál es la probabilidad de que no juegue al bádminton?

b) ¿Son independientes los sucesos "jugar al voleibol" y "jugar al bádminton"?

Seleccionado un alumno al azar, se consideran los sucesos V = "juega al voleibol" y B = "juega al bádminton". Se tiene que:

$$P(V)=0,4 \qquad P(B)=0,3 \qquad P(V\cap B)=0,2$$

a) En este caso, se trata de calcular la probabilidad de que el alumno seleccionado no juegue al bádminton, sabiendo que juega voleibol:

$$P\left(\bar{B}|V\right)=\frac{P\left(V\cap \bar{B}\right)}{P(V)}=\frac{P(V)-P(V\cap B)}{P(V)}=\frac{0,4-0,2}{0,4}=0,5$$

b) Los sucesos V y B no son independientes ya que

$$P(V\cap B)=0,2\neq P(V)\cdot P(B)=0,4\cdot 0,3=0,12$$

Cuestión 2:

***Se consideran los sucesos A y B tales que $P(A)=0,84$; $P(B)=0,5$ y $P\left(\bar{A}|\bar{B}\right)=0,12$. Entonces:**

a) ¿Son independientes los sucesos A y B?

b) Calcula la probabilidad de que ocurran A y $\bar{B}$.

De los datos que se proporcionan, se obtiene que:

$$P\left(\bar{A}|\bar{B}\right)=\frac{P\left(\bar{A}\cap \bar{B}\right)}{P\left(\bar{B}\right)}=\frac{P\left(\overline{A\cup B}\right)}{1-P(B)}=\frac{1-P(A\cup B)}{1-0,5}=0,12$$

De donde:

$$1-P(A\cup B)=0,12\cdot(1-0,5)\Rightarrow P(A\cup B)=0,94$$

Y la probabilidad de la intersección de A y B es:

$$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=0,84+0,5-0,94=0,4$$

a) Los sucesos A y B no son independientes, puesto que:

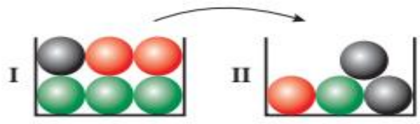
$$P(A\cap B)=0,4\neq P(A)\cdot P(B)=0,84\cdot 0,5=0,42$$

b) La probabilidad del suceso $A\cap \bar{B}$ se obtiene de la siguiente manera:

$$P\left(A\cap \bar{B}\right)=P(A)-P(A\cap B)=0,84-0,4=0,44$$

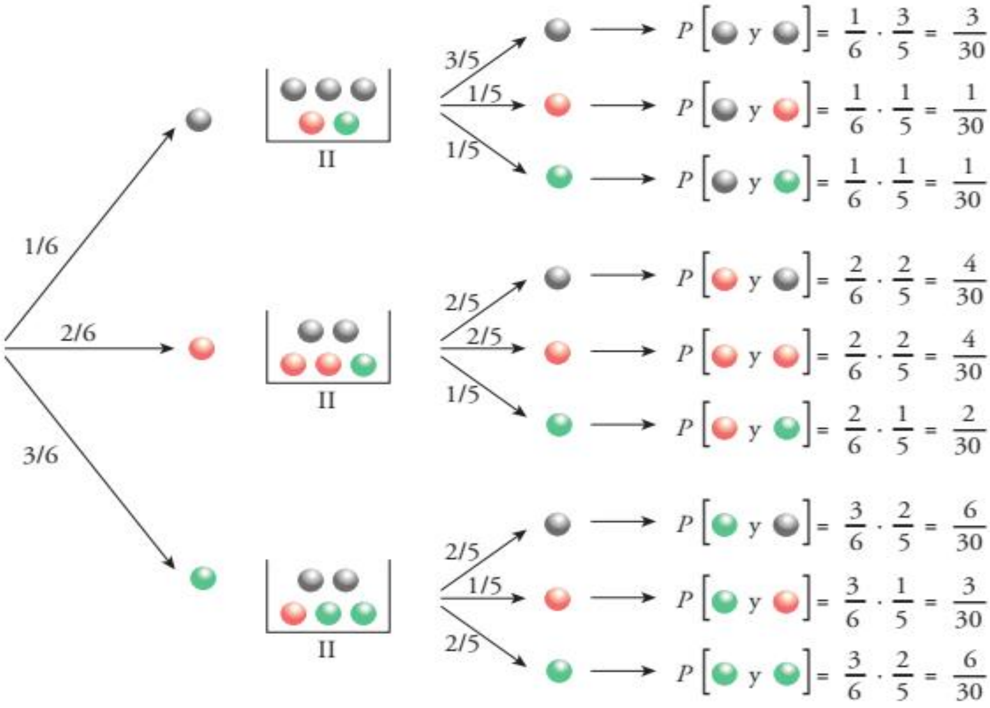
Cuestión 3:

Tenemos dos urnas:



La experiencia consiste en extraer una bola de I, introducirla en II, remover y extraer, finalmente, una bola de II. Calcula la probabilidad de que la segunda bola extraída sea:

a) roja **b) verde** **c) negra**



a) $P[2.^a\,●] = \frac{1}{30} + \frac{4}{30} + \frac{3}{30} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$

b) $P[2.^a\,●] = \frac{1}{30} + \frac{2}{30} + \frac{6}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$

c) $P[2.^a\,●] = \frac{3}{30} + \frac{4}{30} + \frac{6}{30} = \frac{13}{30}$

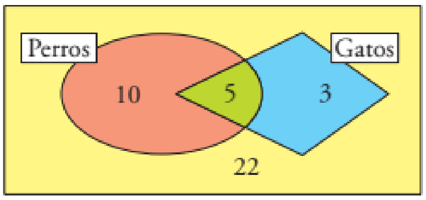
<u>Cuestión 4</u>:

En una comunidad de 40 vecinos, 15 de ellos tienen perros, 8 tienen gatos y 5 tienen perros y gatos. Se elige al azar un vecino de esta comunidad. Calcular las siguientes probabilidades:

a) P[PERRO o GATO]

b) P[ni PERRO ni GATO]

c) P[PERRO/GATO]



	PERROS	NO PERROS	TOTAL
GATOS	5	3	8
NO GATOS	10	22	32
TOTAL	15	25	40

a) $P[\text{PERRO o GATO}] = \frac{10+5+3}{40} = \frac{18}{40} = 0{,}45$

b) $P[\text{ni PERRO ni GATO}] = \frac{22}{40} = 0{,}55$

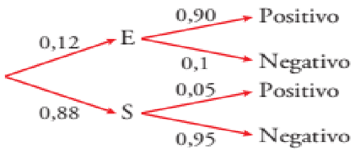
c) $P[\text{PERRO/GATO}] = \frac{5}{8} = 0{,}625$ (de los 8 que tienen gato, 5 también tienen perro).

Cuestión 5:

El 12 % de la población de un país padece cierta enfermedad. Se dispone de una prueba para detectarla, pero no es fiable.

- ***Da positivo en el 90 % de los casos de personas realmente enfermas.***
- ***Da positivo en el 5 % de personas sanas.***

¿Cuál es la probabilidad de que esté sana una persona a la que la prueba le ha dado positivo?



$P[\text{POSITIVO}] = 0{,}12 \cdot 0{,}9 + 0{,}88 \cdot 0{,}05 = 0{,}152$

$$P[\text{SANAS/POSITIVO}] = \frac{P[\text{SANAS y POSITIVO}]}{P[\text{POSITIVO}]} = \frac{0{,}88 \cdot 0{,}05}{0{,}152} = 0{,}29$$

Cuestión 6:

Sean A y B dos sucesos tales que:

$$P[A \cup B] = \frac{3}{4} \qquad P[B'] = \frac{2}{3} \qquad P[A \cap B] = \frac{1}{4}$$

Calcula $P[A]$, $P[B]$ y $P[A' \cap B]$.

$$P[B] = 1 - P[B'] = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B]$$

$$\frac{3}{4} = P[A] + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \rightarrow P[A] = \frac{2}{3}$$

$$P[A' \cap B] = P[B] - P[A \cap B] = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

Cuestión 7:

Sean A y B dos sucesos de manera que $P[A] = 0{,}4$; $P[B] = 0{,}3$ y $P[A \cap B] = 0{,}1$. Halla razonadamente:

a) $P[A \cup B]$ **b) $P[A' \cup B']$** **c) $P[A \cap B']$** **d) $P[A' \cap B']$**

a) $P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] = 0{,}4 + 0{,}3 - 0{,}1 = 0{,}6$

b) $P[A' \cup B'] = P[(A \cap B)'] = 1 - P[A \cap B] = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$

c) $P[A \cap B'] = P[A] - P[A \cap B] = 0{,}4 - 0{,}1 = 0{,}3$

d) $P[A' \cap B'] = P[(A \cup B)'] = 1 - P[A \cup B] = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$

Cuestión 8:

Se sabe que $P[A] = \frac{1}{4}$, $P[B] = \frac{1}{2}$ y $P[A \cup B] = \frac{2}{3}$. Determina si los sucesos A y B son compatibles o incompatibles.

Dos sucesos A y B son incompatibles cuando $P[A \cap B] = 0$.

Como:

$$P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B]$$

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - P[A \cap B] \rightarrow P[A \cap B] = \frac{1}{12} \neq 0$$

Los sucesos A y B son compatibles.

Cuestión 9:

Lanzamos cuatro monedas. Calcula la probabilidad de obtener:

a) Ninguna cara.

b) Alguna cara.

a) $P[\text{NINGUNA CARA}] = P[\text{CUATRO CRUCES}] = P[+] \cdot P[+] \cdot P[+] \cdot P[+] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

b) $P[\text{ALGUNA CARA}] = 1 - P[\text{NINGUNA CARA}] = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$

Cuestión 10:

De una baraja se extraen dos cartas. Calcula la probabilidad de que:

a) Dos sean copas.

b) Al menos una sea copas.

c) Una sea copas y la otra espadas.

Considera dos procesos distintos:

I. Después de extraer una se devuelve al mazo.

II. Se extraen las dos a la vez.

I. Se devuelve la primera al mazo

a) $P[1.^{\text{a}} \text{ COPA y } 2.^{\text{a}} \text{ COPA}] = \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{40} = \frac{1}{16}$

b) $P[1.^{\text{a}} \text{ COPA o } 2.^{\text{a}} \text{ COPA}] = P[(\text{NINGUNA COPA})'] = 1 - \frac{30}{40} \cdot \frac{30}{40} = \frac{7}{16}$

c) $P[1.^{\text{a}} \text{ COPA y } 2.^{\text{a}} \text{ ESPADA}] + P[1.^{\text{a}} \text{ ESPADA y } 2.^{\text{a}} \text{ COPA}] = \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{40} + \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{40} = \frac{1}{8}$

II. Se extraen las dos a la vez.

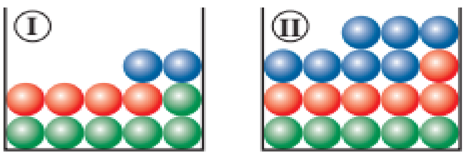
a) $P[1.^{\text{a}} \text{ COPA y } 2.^{\text{a}} \text{ COPA}] = \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} = \frac{3}{52}$

b) $P[1.^{\text{a}} \text{ COPA o } 2.^{\text{a}} \text{ COPA}] = P[(\text{NINGUNA COPA})'] = 1 - \frac{30}{40} \cdot \frac{29}{39} = \frac{23}{52}$

c) $P[1.^{\text{a}} \text{ COPA y } 2.^{\text{a}} \text{ ESPADA}] + P[1.^{\text{a}} \text{ ESPADA y } 2.^{\text{a}} \text{ COPA}] = \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{39} + \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{39} = \frac{5}{39}$

Cuestión 11:

Extraemos una bola de cada una de estas urnas:



¿Cuál es la probabilidad de que sean del mismo color? ¿Y de distinto color?

$P[\text{mismo color}] = \frac{6}{12} \cdot \frac{5}{18} + \frac{4}{12} \cdot \frac{6}{18} + \frac{2}{12} \cdot \frac{7}{18} = \frac{30}{216} + \frac{24}{216} + \frac{14}{216} = \frac{68}{216} = \frac{17}{54}$

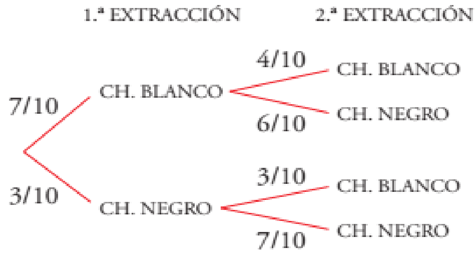
$P[\text{distinto color}] = 1 - P[\text{mismo color}] = 1 - \frac{17}{54} = \frac{37}{54}$

Cuestión 12:

Hay dos cajas de bombones; la primera tiene 7 bombones de chocolate blanco y 3 de chocolate negro y la segunda, 3 de chocolate blanco y 6 de chocolate negro.

Se extrae sin mirar un bombón de la primera caja y se pone en la segunda. ¿Qué probabilidad hay de que al coger un bombón de la segunda caja sea de chocolate blanco?

Para resolver el ejercicio construimos el siguiente diagrama en árbol:



$$P[2.^{a}\text{ chocolate blanco}] = \frac{7}{10}\cdot\frac{4}{10}+\frac{3}{10}\cdot\frac{3}{10}=\frac{37}{100}$$

Cuestión 13:

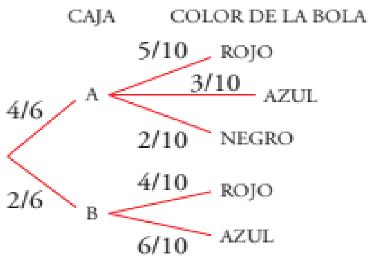
Observa estas cajas con bolas de colores:

Tenemos un dado que tiene cuatro caras marcadas con la letra A y las otras dos, con la letra B. Tiramos el dado, elegimos la caja que indica y sacamos, al azar, una bola.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea roja? ¿Y negra?

b) La bola extraída ha resultado ser roja. ¿Cuál es la probabilidad de que proceda de la caja B?

Describimos el experimento en el siguiente diagrama en árbol:



a) $P[\text{ROJA}] = \frac{4}{6}\cdot\frac{5}{10}+\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{10}=\frac{7}{15}$

$P[\text{NEGRA}] = \frac{4}{6}\cdot\frac{2}{10}=\frac{2}{15}$

b) $P[\text{CAJA B/ROJA}] = \dfrac{P[\text{CAJA B y ROJA}]}{P[\text{ROJA}]} = \dfrac{\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{10}}{\frac{7}{15}} = \frac{2}{7}$

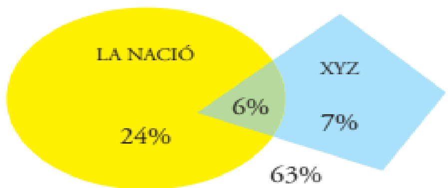
Cuestión 14:

El 30 % de los habitantes de una ciudad lee el diario *La Nació*; el 13 %, el diario *XYZ* y el 6 % lee los dos.

a) ¿Qué porcentaje de habitantes de esa ciudad no lee ninguno de los dos diarios?

b) De entre los habitantes de esta ciudad que no leen el diario *XYZ*, se elige uno al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que lea el diario *La Nació*?

Organizamos los datos en un gráfico:



a) $P[\text{NO LEE NINGÚN PERIÓDICO}] = 63\,\%$

b) $P[\text{LEE LA NACIÓ/NO LEE } XYZ] = \dfrac{24/100}{87/100} = \dfrac{8}{29} = 27{,}6\,\%$

Cuestión 15:

En una encuesta a pie de calle, el 80 % de los entrevistados dice que ve la televisión o lee; el 35 % realiza ambas cosas y el 60 %, no lee. Calcula la probabilidad de que una persona elegida al azar:

a) Vea la televisión y no lea.

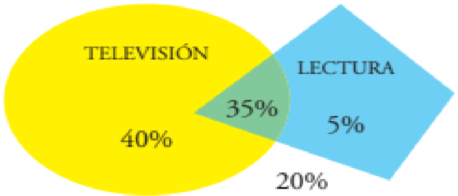
b) Lea y no vea la televisión.

c) Haga solamente una de las dos cosas.

d) No haga ninguna de las dos cosas.

e) ¿Son independientes los sucesos "ver la tele" y "leer"?

Como el 60 % no lee, sí lo hace el 40 %. Así, podemos construir el gráfico:



a) $P[\text{VER TELEVISIÓN Y NO LEER}] = \dfrac{40}{100} = 40\,\%$

b) $P[\text{LEER Y NO VER TELEVISIÓN}] = \dfrac{5}{100} = 5\,\%$

c) $P[\text{HACER SOLO UNA DE LAS DOS}] = \dfrac{2}{5} + \dfrac{1}{20} = \dfrac{9}{20} = 45\,\%$

d) $P[\text{NO HACER NINGUNA DE LAS DOS}] = \dfrac{20}{100} = \dfrac{1}{5} = 20\,\%$

e) Por una parte:

$$P[\text{VER TELEVISIÓN Y LEER}] = \frac{35}{100} = \frac{7}{20} = 35\,\%$$

Por otra:

$$P[\text{VER TELEVISIÓN}] \cdot P[\text{LEER}] = \frac{75}{100} \cdot \frac{40}{100} = \frac{3}{10} = 30\,\%$$

Luego los sucesos no son independientes.

Cuestión 16:

Un 20 % de los estudiantes de una universidad no utiliza el transporte público para ir a clase y un 65 % de los que sí lo utilizan, también hacen uso del comedor universitario.

Halla la probabilidad de que, seleccionado al azar un estudiante de esa universidad, resulte ser usuario de los transportes públicos y del comedor universitario.

El 80 % de los estudiantes sí usan el transporte público. Por tanto:

$P[\text{TRANSPORTE PÚBLICO Y COMEDOR UNIVERSITARIO}] =$

$= P[\text{TRANSPORTE PÚBLICO}] \cdot P[\text{COMEDOR UNIVERSITARIO/TRANSPORTE PÚBLICO}] = \dfrac{80}{100} \cdot \dfrac{65}{100} = \dfrac{13}{25}$

Cuestión 17:

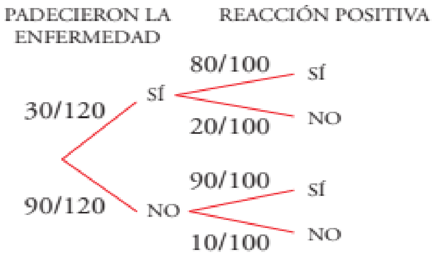
Se ha hecho un estudio de un nuevo tratamiento sobre 120 personas con cierta enfermedad. Se sabe que 30 de ellas ya habían padecido esta enfermedad con anterioridad. Entre las que la habían padecido, el 80 % ha reaccionado positivamente al nuevo tratamiento. Entre aquellas que no la habían padecido, ha sido el 90 % el que reaccionó positivamente.

a) Si elegimos dos pacientes al azar, ¿cuál es la probabilidad de que los dos hayan padecido la enfermedad?

b) Determina la probabilidad de que al elegir un paciente al azar, no reaccione positivamente al nuevo tratamiento.

c) Si un paciente ha reaccionado positivamente, ¿cuál es la probabilidad de que no haya padecido la enfermedad con anterioridad?

Nos basamos en el siguiente diagrama en árbol:



a) P[LOS DOS PADECIERON LA ENFERMEDAD] $= \dfrac{30}{120} \cdot \dfrac{29}{119} = \dfrac{29}{476}$

b) P[NO REACCIONAR POSITIVAMENTE] $= \dfrac{30}{120} \cdot \dfrac{20}{120} + \dfrac{90}{120} \cdot \dfrac{10}{100} = \dfrac{1}{8}$

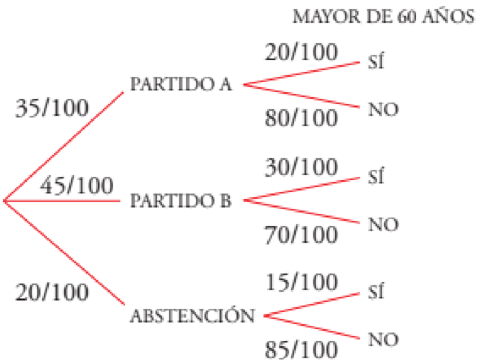
c) P[NO HABER PADECIDO LA ENFERMEDAD/NO REACCIONAR POSITIVAMENTE] $= \dfrac{\dfrac{90}{120} \cdot \dfrac{10}{100}}{\dfrac{1}{8}} = \dfrac{3}{5}$

<u>Cuestión 18</u>:

En una ciudad, el 35 % de los censados vota al partido A; el 45 %, al partido B y el 20 % se abstiene. Se sabe, además, que el 20 % de los votantes de A, el 30 % de los de B y el 15 % de los que se abstienen, son mayores de 60 años. Elegimos una persona al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea mayor de 60 años?

b) Si es menor de 60 años, ¿qué probabilidad hay de que haya votado al partido B?



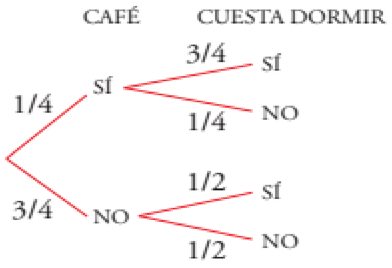
a) P[MAYOR DE 60] $= \dfrac{35}{100} \cdot \dfrac{20}{100} + \dfrac{45}{100} \cdot \dfrac{30}{100} + \dfrac{20}{100} \cdot \dfrac{15}{100} = \dfrac{47}{200}$

b) P[MENOR DE 60] $= 1 - \dfrac{47}{200} = \dfrac{153}{200}$

$$P[\text{B/MENOR DE 60}] = \frac{P[\text{B y MENOR DE 60}]}{P[\text{MENOR DE 60}]} = \frac{\dfrac{45}{100} \cdot \dfrac{70}{100}}{\dfrac{153}{200}} = \frac{7}{17}$$

<u>Cuestión 19</u>:

Una de cada cuatro veces me tomo un café después de comer. Por la noche me cuesta dormir las tres cuartas partes de los días que he tomado café y la mitad de los que no tomé nada. No me acuerdo bien si me tomé un café al mediodía, pero si hoy tengo mucho sueño, ¿cuánto más probable es no haberme tomado café que habérmelo tomado?



$$P[\text{NO CUESTA DORMIR}] = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} = \frac{7}{16}$$

$$P[\text{TOMAR CAFÉ/NO CUERTA DORMIR}] = \frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}}{\frac{7}{16}} = \frac{1}{7}$$

$$P[\text{NO TOMAR CAFÉ/NO CUESTA DORMIR}] = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

Por tanto, es 6 veces más probable no haber tomado café que haberlo hecho.

Cuestión 20:

En una ciudad, los ascensos de barrendero a jefe de grupo son muy disputados. Se puede acceder por tres conductos: por oposición, por concurso de méritos o por enchufe. La probabilidad de que un barrendero alcance la plaza si oposita es de 0,2; si concursa, es de 0,8 y si tiene enchufe, seguro que la consigue. Los aspirantes a jefes de grupo se reparten de este modo:

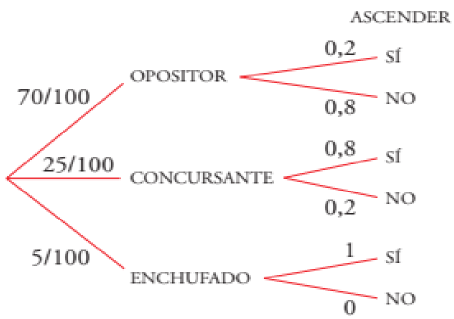
- **70 % son opositores**
- **25 % concursan**
- **5% tienen enchufe**

Calcula:

a) ¿Cuántos de los 120 jefes de grupo consiguieron el ascenso por enchufe?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un cierto jefe de grupo haya alcanzado la plaza por concurso?

c) ¿Qué probabilidad tiene un jefe de grupo escogido al azar, de haber obtenido la plaza opositando?



a) $P[\text{ASCENDER POR ENCHUFE}] = \frac{5}{100}\cdot 1 = \frac{1}{20} = 0{,}05$

El número de jefes que ascendieron por enchufe fue:

$120 \cdot 0{,}05 = 6$

b) $P[\text{HABER CONCURSADO Y ASCENDER}] = \frac{25}{100}\cdot 0{,}2 = 0{,}05$

c) $P[\text{ASCENDER}] = \frac{70}{100}\cdot 0{,}2 + \frac{25}{100}\cdot 0{,}8 + \frac{5}{100}\cdot 1 = 0{,}39$

$P[\text{HABER OPOSITADO/ASCENDER}] = \frac{0{,}14}{0{,}39} = 0{,}39$

Cuestión 21:

El 70 % de los estudiantes aprueba una asignatura A y un 60 % aprueba otra asignatura B. Sabemos, además, que un 35 % del total aprueba ambas.

a) Calcular la probabilidad de que un estudiante elegido al azar apruebe la asignatura B, supuesto que ha aprobado la A.

b) Calcular la probabilidad de que dicho estudiante apruebe la asignatura B, supuesto que no ha aprobado la A.

Tenemos las siguientes probabilidades:

$A =$ «Aprobar la asignatura A» $\qquad B =$ «Aprobar la asignatura B»

$P(A) = 0{,}7 \qquad P(B) = 0{,}6 \qquad P(A \cap B) = 0{,}35$

a) $$P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{0{,}35}{0{,}7} = 0{,}5$$

b) $$P(B/\overline{A}) = \frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(\overline{A})} = \frac{P(B) - P(A\cap B)}{1 - P(A)} = \frac{0{,}6 - 0{,}35}{0{,}3} = \frac{0{,}25}{0{,}3} = 0{,}83$$

Cuestión 22:

A una excursión van 40 hombres, de los que 25 son mayores de 65 años, así como 60 mujeres, de las que 25 son menores de 65 años. Elegida una persona menor de 65 años, ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre?

Se construye la siguiente tabla de contingencia:

	>65	≤ 65	
Hombres	25	15	40
Mujeres	35	25	60
	60	40	100

Nos piden hallar esta probabilidad:

$$P(\text{Hombre}/{\leq}65) = \frac{P(\text{Hombre} \cap {\leq}65)}{P({\leq}65)} = \frac{\frac{15}{100}}{\frac{40}{100}} = \frac{15}{40} = 0,375$$

Cuestión 23:

A una reunión asisten 100 varones, de los que 25 son rubios, así como 300 mujeres, de las que 125 son rubias. Se elige una persona al azar.

a) Si tal persona es rubia ¿cuál es la probabilidad de que sea un varón?

b) ¿Son independientes los sucesos «Ser rubio» y «Ser varón»?

Definimos los siguientes sucesos:

$V =$ «Ser varón» $\quad M =$ «Ser mujer» $\quad R =$ «Ser rubio»

Se construye esta tabla de contingencia:

	No Rubio	Rubio	
V	75	25	100
M	175	125	300
	250	150	400

a) $P(V/R) = \dfrac{P(V \cap R)}{P(R)} = \dfrac{\frac{25}{400}}{\frac{150}{400}} = \dfrac{25}{150} = 0{,}17$

b) Los sucesos «Ser rubio» y «Ser varón» son independiente si se cumple que $P(V/R) = P(V)$.

$P(V/R) = 0{,}17 \qquad P(V) = \dfrac{100}{400} = 0{,}25$

Luego los sucesos no son independientes.

Cuestión 24:

Se realiza una encuesta sobre la aceptación de dos productos *A* y *B* entre la población. El 45 % de la población consume el producto *A*, el 30 % consume el producto *B* y el 20 % consume ambos productos. Seleccionado un individuo de esa población al azar, se pide:

a) Si consume el producto *A*, calcular la probabilidad de que consuma el producto *B*.

b) Si consume el producto *B*, calcular la probabilidad de que no consuma el producto *A*.

c) Calcular la probabilidad de que no consuma ni *A* ni *B*.

Definimos los siguientes sucesos:

$A =$ «Consume el producto A» $\qquad B =$ «Consume el producto B»

Tenemos estas probabilidades.

$P(A) = 0{,}45 \qquad P(B) = 0{,}3 \qquad P(A \cap B) = 0{,}2$

a) $$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0{,}2}{0{,}45} = 0{,}44$$

b) $$P(\bar{A}/B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}3 - 0{,}2}{0{,}3} = 0{,}33$$

c) $$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \big(P(A) + P(B) - P(A \cap B)\big) =$$
$$= 1 - (0{,}45 + 0{,}3 - 0{,}2) = 0{,}45$$

Cuestión 25:

Se han metido 6 bolas rojas y 4 negras en la urna 1, y 3 bolas rojas y 4 negras en la urna 2. Se saca una bola de la primera urna y se pasa a la segunda. A continuación se saca una bola de la segunda urna.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola sacada sea negra?

b) Si finalmente salió una bola roja, ¿cuál es la probabilidad de que hubiéramos pasado una bola roja?

a) $$P(N_2) = P(R_1) \cdot (N_2/R_1) + P(N_1) \cdot P(N_2/N_1) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{8} = \frac{11}{20}$$

b) $$P(R_1/R_2) = \frac{P(R_1) \cdot P(R_2/R_1)}{P(R_1) \cdot P(R_2/R_1) + P(N_1) \cdot P(R_2/N_1)} = \frac{\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8}} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{9}{20}} = \frac{2}{3}$$

Cuestión 26:

El 1 % de los peces de una variedad europea presenta una malformación congénita. Ese defecto está presente en el 3 % de los peces de la variedad africana. En un criadero de peces, el 80 % de sus ejemplares es de procedencia europea y el resto africana.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un pez del criadero no tenga esa malformación?

b) Si el criadero tiene aproximadamente dos millones de peces, ¿cuántos no tendrán esa malformación?

a) $P(\bar{D}) = P(E) \cdot P(\bar{D}/E) + P(A) \cdot P(\bar{D}/A) = 0{,}8 \cdot 0{,}01 + 0{,}2 \cdot 0{,}03 = 0{,}014$

b) $0{,}014 \cdot 2.000.000 = 28.000$ ejemplares no tendrán esa malformación.

Cuestión 27:

En cierta población, un 20 % de los trabajadores trabaja en la agricultura, un 25 % en la industria y el resto en el sector servicios. Un 63 % de los que trabajan en la agricultura son mayores de 45 años, siendo el porcentaje de mayores de 45 años del 38 % y el 44 % en los otros sectores respectivamente.

a) Seleccionando un trabajador al azar, ¿qué probabilidad hay de que tenga menos de 45 años?

b) Si sabemos que un trabajador es mayor de 45 años, ¿qué probabilidad hay de que proceda de la agricultura?

Definimos los siguientes sucesos:

$A =$ «Trabaja en la agricultura»

$B =$ «Trabaja en la industria»

$C =$ «Trabaja en el sector servicios»

$M =$ «Mayor de 45 años»

a) Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(\bar{M}) = P(A) \cdot P(\bar{M}/A) + P(B) \cdot P(\bar{M}/B) + P(C) \cdot P(\bar{M}/C) =$$

$$= 0{,}2 \cdot 0{,}37 + 0{,}25 \cdot 0{,}62 + 0{,}55 \cdot 0{,}56 = 0{,}54$$

b) Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(A/M) = \frac{P(A) \cdot P(M/A)}{P(M)} = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}63}{1 - 0{,}54} = \frac{0{,}126}{0{,}46} = 0{,}27$$

Cuestión 28:

En un cine hay tres salas. En la sala *A* hay 240 espectadores; en la sala *B*, 180, y en la sala *C*, 80. Se sabe que la película de la sala *A* agrada al 40 % de los espectadores, mientras que las películas de las otras salas tienen un 50 % y un 90 % de aceptación.

A la salida del cine elegimos un espectador al azar. Calcula la probabilidad de que:

a) La película le haya gustado.

b) Le haya gustado si ha estado en la sala *C*.

c) Salga de la sala *C* si la película le ha gustado.

a) $P(G) = P(A)\cdot P(G/A) + P(B)\cdot P(G/B) + P(C)\cdot P(G/C) =$

$$= \frac{240}{500}\cdot\frac{40}{100} + \frac{180}{500}\cdot\frac{50}{100} + \frac{80}{500}\cdot\frac{90}{100} = \frac{129}{250}$$

b) $P(G/C) = \dfrac{9}{10}$

c) $$P(C/G) = \frac{P(C)\cdot P(G/C)}{P(A)\cdot P(G/A) + P(B)\cdot P(G/B) + P(C)\cdot P(G/C)} = \frac{\frac{80}{500}\cdot\frac{90}{100}}{\frac{129}{250}} = \frac{36}{129}$$

Cuestión 29:

Sean *A* y *B* dos sucesos tales que $P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,5$ y $P(A\cup B) = 0,65$.

a) ¿Son independientes ambos sucesos? Razona la respuesta.

b) Calcular $P(A\,|\,B)$.

a) Se calcula la probabilidad del suceso intersección de *A* y *B*:

$$P(A\cap B) = P(A) + P(B) - P(A\cup B) = 0,2 + 0,5 - 0,65 = 0,05$$

Si se tiene en cuenta este resultado, se deduce que los sucesos no son independientes ya que:

$$P(A)\cdot P(B) = 0,2\cdot 0,5 = 0,1 \neq P(A\cap B) = 0,05$$

b) Por la definición de probabilidad condicionada: $P(A|B) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)} = \dfrac{0,05}{0,5} = 0,1.$

Cuestión 30:

Sean *A* y *B* dos sucesos asociados a un experimento aleatorio, con $P(A) = 0,4$; $P(B)=0,5$ y $P(B\,|\,A) = 0,3$. Calcula:

a) $P(A\cup B)$

b) $P(\overline{B}\,|\,A)$

c) $P(A\,|\,\overline{B})$

d) $P(\overline{B}\,|\,\overline{A})$

En primer lugar se calcula la probabilidad del suceso intersección de A y B:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = 0,4 \cdot 0,3 = 0,12$$

a) Utilizando las propiedades de la probabilidad:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,4 + 0,5 - 0,12 = 0,78$$

b) De la definición de probabilidad del suceso contrario:

$$P(\bar{B}|A) = 1 - P(B \mid A) = 1 - 0,3 = 0,7$$

c) Por la definición de probabilidad condicionada y las propiedades de la probabilidad:

$$P(A|\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{0,4 - 0,12}{1 - 0,5} = 0,56$$

d) De la misma forma que en el apartado anterior:

$$P(\bar{B}|\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{P(\overline{A \cup B})}{1 - P(A)} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)} = \frac{1 - 0,78}{1 - 0,4} = 0,3667$$