

EJERCICIOS RESUELTOS**UNIDAD 14: DISTRIBUCIÓN BINOMIAL Y NORMAL****Cuestión 1:****Halla las siguientes probabilidades:**

- | | | | |
|---------------------|------------------|---------------|------------------|
| a) $P[z \leq 0,84]$ | b) $P[z < 1,5]$ | c) $P[z < 2]$ | d) $P[z < 1,87]$ |
| e) $P[z < 2,35]$ | f) $P[z \leq 0]$ | g) $P[z < 4]$ | h) $P[z = 1]$ |

Mirando directamente la tabla, obtenemos:

- | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| a) 0,7996 | b) 0,9332 | c) 0,9772 | d) 0,9693 |
| e) 0,9906 | f) 0,5000 | g) 1 | h) 0 |

Cuestión 2:**Di el valor de k en cada caso:**

- | | |
|---------------------------|------------------------|
| a) $P[z \leq k] = 0,7019$ | b) $P[z < k] = 0,8997$ |
| c) $P[z \leq k] = 0,5040$ | d) $P[z < k] = 0,7054$ |
| a) $k = 0,53$ | b) $k = 1,28$ |
| c) $k = 0,01$ | d) $k = 0,54$ |

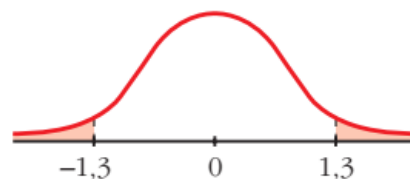
Cuestión 3:**Di el valor aproximado de k en cada caso:**

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| a) $P[z < k] = 0,9533$ | b) $P[z \leq k] = 0,62$ |
| a) $k \approx 1,68$ | b) $k \approx 0,305$ |

Cuestión 4:**Halla:**

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------|
| a) $P[z > 1,3]$ | b) $P[z < -1,3]$ | c) $P[z > -1,3]$ |
| d) $P[1,3 < z < 1,96]$ | e) $P[-1,96 < z < -1,3]$ | f) $P[-1,3 < z < 1,96]$ |
| g) $P[-1,96 < z < 1,96]$ | | |

- a) $P[z > 1,3] = 1 - P[z < 1,3] = 1 - 0,9032 = 0,0968$
- b) $P[z < -1,3] = 0,0968$
- c) $P[z > -1,3] = 1 - 0,0968 = 0,9032$
- d) $P[1,3 < z < 1,96] = 0,9750 - 0,9032 = 0,0718$
- e) $P[-1,96 < z < -1,3] = 0,0718$



$$f) P[-1,3 < z < 1,96] = 0,9750 - (1 - 0,9032) = 0,8782$$

$$g) P[-1,96 < z < 1,96] = 0,95$$

Cuestión 5:

Halla, a partir de la tabla, las siguientes probabilidades:

a) $P[-1 \leq z \leq 1]$

b) $P[-2 \leq z \leq 2]$

c) $P[-3 \leq z \leq 3]$

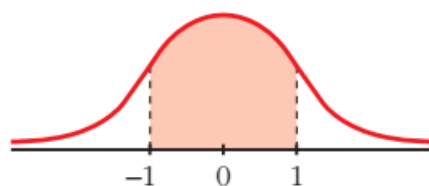
d) $P[-4 \leq z \leq 4]$

a) $P[-1 \leq z \leq 1] = 2(P[z \leq 1] - 0,5) = 0,6826$

b) $P[-2 \leq z \leq 2] = 2(P[z \leq 2] - 0,5) = 0,9544$

c) $P[-3 \leq z \leq 3] = 0,9974$

d) $P[-4 \leq z \leq 4] = 1$

**Cuestión 6:**

En una distribución $N(173, 6)$, halla las siguientes probabilidades:

a) $P[x \leq 173]$

b) $P[x \geq 180,5]$

c) $P[174 \leq x \leq 180,5]$

d) $P[161 \leq x \leq 180,5]$

e) $P[161 \leq x \leq 170]$

f) $P[x = 174]$

g) $P[x > 191]$

h) $P[x < 155]$

a) $P[x \leq 173] = 0,5$

b) $P[x \geq 180,5] = P\left[z \geq \frac{180,5 - 173}{6}\right] = P[z \geq 1,25] = 1 - 0,8944 = 0,1056$

c) $P[174 \leq x \leq 180,5] = P[0,17 \leq z \leq 1,25] = 0,3269$

d) $P[161 \leq x \leq 180,5] = P[-2 \leq z \leq 1,25] = 0,8716$

e) $P[161 \leq x \leq 170] = P[-2 \leq z \leq -0,5] = 0,2857$

f) $P[x = 174] = P[z = 0,1667] = 0$

g) $P[x > 191] = P[z > 3] = 1 - \phi(3) = 1 - 0,9987 = 0,0013$

h) $P[x < 155] = P[z < -3] = 1 - \phi(3) = 0,0013$

Cuestión 7:

En una distribución $N(0, 1)$, calcula las siguientes probabilidades:

a) $P[z = 1,6]$

b) $P[-2,71 \leq z \leq -1,83]$

c) $P[1,5 \leq z \leq 2,5]$

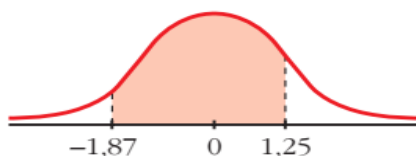
d) $P[-1,87 \leq z \leq 1,25]$

a) $P[z = 1,6] = 0$

b) $P[-2,71 \leq z \leq -1,83] = P[1,83 \leq z \leq 2,71] = P[z \leq 2,71] - P[z \leq 1,83] = 0,0302$

c) $P[1,5 \leq z \leq 2,5] = P[z \leq 2,5] - P[z \leq 1,5] = 0,0606$

d) $P[-1,87 \leq z \leq 1,25] = P[z \leq 1,25] - P[z \leq -1,87] = P[z \leq 1,25] - P[z \geq 1,87] =$
 $= P[z \leq 1,25] - (1 - P[z < 1,87]) = 0,8637$

**Cuestión 8:**

Calcula k en cada uno de los siguientes casos:

a) $P[z < k] = 0,8365$

b) $P[z > k] = 0,8365$

c) $P[z < k] = 0,1894$

a) $k = 0,98$

b) $k = -0,98$

c) $k = -0,88$

Cuestión 9:

En una distribución $N(43, 10)$, calcula las siguientes probabilidades:

a) $P[x \geq 43]$

b) $P[x \leq 30]$

c) $P[40 \leq x \leq 55]$

d) $P[30 \leq x \leq 40]$

a) $P[x \geq 43] = 0,5$

b) $P[x \leq 30] = P\left[z \leq \frac{30 - 43}{10}\right] = P[z \leq -1,3] = 1 - 0,9032 = 0,0968$

c) $P[40 \leq x \leq 55] = P\left[\frac{40 - 43}{10} \leq z \leq \frac{55 - 43}{10}\right] = P[-0,3 \leq z \leq 1,2] = 0,5028$

d) $P[30 \leq x \leq 40] = P[-1,3 \leq z \leq -0,3] = P[0,3 \leq z \leq 1,3] = P[z \leq 1,3] - P[z \leq 0,3] =$
 $= 0,9032 - 0,6179 = 0,2853$

Cuestión 10:

En una distribución $N(151, 15)$, calcula:

a) $P[x \leq 136]$

b) $P[120 \leq x \leq 155]$

c) $P[x \geq 185]$

d) $P[140 \leq x \leq 160]$

a) $P[x \leq 136] = P\left[z \leq \frac{136 - 151}{15}\right] = P[z \leq -1] = P[z \leq 1] = 1 - P[z < 1] = 0,1587$

b) $P[120 \leq x \leq 155] = P[2,07 \leq z \leq 0,27] = 0,5873$

c) $P[x \geq 185] = P[z \geq 2,27] = 0,0116$

d) $P[140 \leq x \leq 160] = P[-0,73 \leq z \leq 0,6] = 0,5149$

Cuestión 11:

En una distribución $N(22, 5)$, calcula:

a) $P[x \leq 27]$

b) $P[x \geq 27]$

c) $P[x \geq 12,5]$

d) $P[15 \leq x \leq 20]$

e) $P[17 \leq x \leq 30]$

a) $P[x \leq 27] = P[z \leq 1] = 0,8413$

b) $P[x \geq 27] = 0,1587$

c) $P[x \geq 12,5] = P[z \leq 1,9] = 0,9713$

d) $P[15 \leq x \leq 20] = P[-1,4 \leq z \leq -0,4] = 0,2638$

e) $P[17 \leq x \leq 30] = P[-1 \leq z \leq 1,6] = 0,7865$

Cuestión 12:

La talla media de los 200 alumnos de un centro escolar es de 165 cm, y la desviación típica, de 10 cm.

Si las tallas se distribuyen normalmente, calcula la probabilidad de que un alumno elegido al azar mida más de 180 cm.

¿Cuántos alumnos puede esperarse que midan más de 180 cm?

x es $N(165, 10)$; $n = 200$ alumnos

$$P[x > 180] = P\left[z > \frac{180 - 165}{10}\right] = P[z > 1,5] = 1 - 0,9332 = 0,0668$$

$$200 \cdot 0,0668 = 13,36 \approx 13 \text{ alumnos}$$

Cuestión 13:

Los pesos de 2 000 soldados presentan una distribución normal de media 65 kg y desviación típica 8 kg. Calcula la probabilidad de que un soldado elegido al azar pese:

- a) Más de 61 kg.
- b) Entre 63 y 69 kg.
- c) Menos de 70 kg.
- d) Más de 75 kg.

x es $N(65, 8)$

$$a) P[x > 61] = P\left[z > \frac{61 - 65}{8}\right] = P[z > -0,5] = P[z < 0,5] = 0,6915$$

$$b) P[63 < x < 69] = P[-0,25 < z < 0,5] = 0,2902$$

$$c) P[x < 70] = P[z < 0,625] = 0,7357$$

$$d) P[x > 75] = P[z > 1,25] = 1 - P[z \leq 1,25] = 0,1056$$

Cuestión 14:

Para aprobar un examen de ingreso en una escuela, se necesita obtener 50 puntos o más. Por experiencia de años anteriores, sabemos que la distribución de puntos obtenidos por los alumnos es normal, con media 55 puntos y desviación típica 10.

- a) ¿Qué probabilidad hay de que un alumno apruebe?
- b) Si se presentan al examen 400 alumnos, ¿cuántos cabe esperar que ingresen en esa escuela?

x es $N(55, 10)$

$$a) P[x \geq 50] = P\left[z \geq \frac{50 - 55}{10}\right] = P[z \geq -0,5] = P[z \leq 0,5] = 0,6915$$

$$b) 400 \cdot 0,6915 = 276,6 \approx 277 \text{ alumnos}$$

Cuestión 15:

En una ciudad, las temperaturas máximas diarias durante el mes de julio se distribuyen normalmente con una media de 26 °C y una desviación típica de 4 °C. ¿Cuántos días se puede esperar que tengan una temperatura máxima comprendida entre 22 °C y 28 °C?

x es $N(26, 4)$

$$P[22 < x < 28] = P[-1 < z < 0,5] = 0,5328$$

$$0,5328 \cdot 31 = 16,52 \approx 17 \text{ días}$$

Cuestión 16:

Si lanzamos un dado mil veces, ¿cuál es la probabilidad de que el número de cincos obtenidos sea menor que 100?

$$x \text{ es } B(1000; 0,1667) \rightarrow x' \text{ es } N(166,67; 11,79)$$

$$P[x < 100] = P[x' \leq 99,5] = P[z \leq -5,70] = 0$$

Cuestión 17:

Una moneda se lanza 400 veces. Calcula la probabilidad de que el número de caras:

a) Sea mayor que 200.

b) Esté entre 180 y 220.

$$x \text{ es } B(400; 0,5) \rightarrow x' \text{ es } N(200, 10)$$

$$a) P[x > 200] = P[x' \geq 200,5] = P[z \geq 0,05] = 0,4801$$

$$b) P[180 < x < 220] = P[180,5 \leq x' \leq 219,5] = P[-1,95 \leq z \leq 1,95] = 0,9488$$

Cuestión 18:

Calcula las probabilidades de las siguientes distribuciones binomiales mediante aproximación a la normal correspondiente (en todas ellas, ten en cuenta el ajuste de media unidad que hay que hacer al pasar de una variable discreta a una continua):

a) x es $B(100; 0,1)$. Calcula $P[x = 10]$, $P[x < 2]$ y $P[5 < x < 15]$.

b) x es $B(1000; 0,02)$. Calcula $P[x > 30]$ y $P[x < 80]$.

c) x es $B(50; 0,9)$. Calcula $P[x > 45]$ y $P[x \leq 30]$.

$$a) x \text{ es } B(100; 0,1) \approx x' \text{ es } N(10; 3)$$

$$P[x = 10] = P[9,5 < x' < 10,5] = P[-0,17 < z < 0,17] = 0,135$$

$$P[x < 2] = P[x' \leq 1,5] = P[z \leq -2,83] = 0,0023$$

$$P[5 < x < 15] = P[5,5 \leq x' \leq 14,5] = P[-1,5 \leq z \leq 1,5] = 0,8664$$

$$b) x \text{ es } B(1000; 0,02) \approx x' \text{ es } N(20; 4,427)$$

$$P[x > 30] = P[x' \geq 30,5] = P[z \geq 2,37] = 0,0089$$

$$P[x < 80] = P[x' \leq 79,5] = P[z \leq 13,44] = 1$$

$$c) x \text{ es } B(50; 0,9) \approx x' \text{ es } N(45; 2,12)$$

$$P[x > 45] = P[x' \geq 45,5] = P[z \geq 0,24] = 0,4052$$

$$P[x \leq 30] = P[x' \leq 30,5] = P[z \leq -6,83] = 0$$