

HOJA 1 DE EJERCICIOS RESUELTOS
UNIDAD 7: FUNCIONES REALES. LÍMITES Y CONTINUIDAD

Ejercicio 1: Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 4x^2 + x - 8$

Sol.:

Dado que se trata de una función polinómica, su dominio son todos los números reales: $Dom(f) = \mathbb{R}$

b) $f(x) = 4$

Sol.:

Como se trata de una función polinómica, en este caso una función constante, su dominio es: $Dom(f) = \mathbb{R}$

c) $y = \frac{x^3 - 2x - 3}{3}$

Sol.:

Se trata de una función polinómica pues es la función $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{3}x - 1$ que resulta del expandir la fracción.

Su dominio es: $Dom(f) = \mathbb{R}$

d) $y = \frac{-1}{x-8}$

Sol.:

Se trata de averiguar que números reales anulan el denominador pues para esos números no podríamos dividir por 0.

$x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8$. Por tanto, su dominio son todos los números reales salvo el 8: $Dom(f) = \mathbb{R} - \{8\}$

e) $f(x) = \frac{x-4}{5x+10}$

Sol.:

Se trata de averiguar que números reales anulan el denominador pues para esos números no podríamos dividir por 0.

$5x + 10 = 0 \Rightarrow 5x = -10 \Rightarrow x = -2$. Por tanto, su dominio son todos los números reales salvo el -2:

$Dom(f) = \mathbb{R} - \{-2\}$

f) $f(x) = 6 + \frac{x^2}{3x-2}$

Sol.:

Se trata de averiguar que números reales anulan el denominador pues para esos números no podríamos dividir por 0.

$3x - 2 = 0 \Rightarrow 3x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$. Por tanto, su dominio es: $Dom(f) = \mathbb{R} - \left\{\frac{2}{3}\right\}$

g) $f(x) = \frac{3}{x^2-1}$

Sol.:

Veamos dónde se anula el denominador:

$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$. Por tanto, su dominio es: $Dom(f) = \mathbb{R} - \{1, -1\}$

h) $y = -3 + x + \frac{6}{x^2 + 6x}$

Sol.:

Veamos dónde se anula el denominador:

$$x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x(x+6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6 \end{cases} . \text{ Por tanto, su dominio es: } Dom(f) = \mathbb{R} - \{-6, 0\}$$

$$i) \quad y = \frac{-5x+1}{x^2+x-6}$$

Sol.:

Veamos dónde se anula el denominador:

$$x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{2} = 2 \\ x = \frac{-6}{2} = -3 \end{cases} . \text{ Por tanto, su dominio es: } Dom(f) = \mathbb{R} - \{-3, 2\}$$

$$j) \quad y = \frac{x+9}{x^2+x+12}$$

Sol.:

Veamos dónde se anula el denominador:

$$x^2 + x + 12 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-48}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-47}}{2} , \text{ que no tiene soluciones, es decir, no se anula nunca el denominador, y así su dominio son todos los números reales. Por tanto, su dominio es: } Dom(f) = \mathbb{R}$$

$$k) \quad y = \frac{2x+3}{x \cdot (x+2) \cdot (x+1)}$$

Sol.:

Veamos dónde se anula el denominador:

$$x \cdot (x+2) \cdot (x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x+2 = 0 \Rightarrow x = -2 \\ x+1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases} , \text{ por lo que: } Dom(f) = \mathbb{R} - \{0, -2, -1\}$$

Ejercicio 2: Calcula el dominio de las siguientes funciones irracionales:

$$a) \quad y = \sqrt[3]{x+2}$$

Sol.:

Primero nos fijamos en el índice de radicando que es 3, impar, luego la raíz se puede calcular siempre que el radicando tenga sentido. En este caso, como el radicando es $x+2$ que es un polinomio y siempre tiene sentido, se tiene que:

$$Dom(f) = \mathbb{R}$$

$$b) \quad f(x) = \sqrt[7]{\frac{x}{5x+10}}$$

Sol.:

El índice es impar, 7, y entonces nos fijamos en el radicando $\frac{x}{5x+10}$ en el cual hemos de descartar los números reales que anulen el denominador.

$$5x+10 = 0 \Rightarrow 5x = -10 \Rightarrow x = -2 . \text{ Por tanto, su dominio son todos los números reales salvo el -2:}$$

$$Dom(f) = \mathbb{R} - \{-2\}$$

$$c) \quad f(x) = \sqrt[3]{\frac{2}{x}}$$

Sol.:

El índice es impar, 3, y entonces nos fijamos en el radicando $\frac{2}{x}$ en el cual hemos de descartar los números reales que anulen el denominador.

$x = 0$. Por tanto, su dominio son todos los números reales salvo el -2: $Dom(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

d) $f(x) = \sqrt{-2x+5}$

Sol.:

El índice es par, luego la raíz tiene sentido cuando el radicando sea positivo o 0. Para hacerlo vemos primero dónde se anula el radicando: $-2x+5=0 \Rightarrow -2x=-5 \Rightarrow 2x=5 \Rightarrow x=\frac{5}{2}$

Ahora construimos una tabla de signos para saber dónde es positivo: con los dos intervalos que nos salen al usar $\frac{5}{2}$ para dividir la recta real.

En cada uno de esos intervalos cogemos un número y sustituimos en el radicando y consideramos el signo del número resultante.

	$(-\infty, \frac{5}{2})$	$(\frac{5}{2}, +\infty)$
$-2x+5$	Probando con $x=0$ nos resulta $-2 \cdot 0 + 5 = 5$ que es positivo +	Probando con $x=7$ nos resulta $-2 \cdot 7 + 5 = -14 + 5 = -9$ que es negativo -

El dominio es ese intervalo donde ha salido positivo, incluyendo el extremo $x = \frac{5}{2}$, pues la raíz cuadrada de 0 tiene

sentido. Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, \frac{5}{2}]$

e) $y = \sqrt[8]{3x-6}$

Sol.:

El índice es par, luego la raíz tiene sentido cuando el radicando sea positivo o 0. Para hacerlo vemos primero dónde se anula el radicando: $3x-6=0 \Rightarrow x=2$

Ahora construimos una tabla de signos para saber dónde es positivo: con los dos intervalos que nos salen al usar $x=2$ para dividir la recta real.

En cada uno de esos intervalos cogemos un número y sustituimos en el radicando y consideramos el signo del número resultante.

	$(-\infty, 2)$	$(2, +\infty)$
$3x-6$	Probando con $x=0$ nos resulta $3 \cdot 0 - 6 = -6$ que es negativo -	Probando con $x=4$ nos resulta $3 \cdot 4 - 6 = 6$ que es positivo +

Por tanto, $Dom(f) = [2, +\infty)$

f) $y = \sqrt{x^2-3x-4}$ Como el índice es par, vemos dónde se anula el radicando:

Sol.:

$$x^2-3x-4=0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-1 \end{cases} \text{ Construimos la tabla de signos:}$$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 4)$	$(4, +\infty)$
x^2-3x-4	Probando con $x=-2$ nos resulta $(-2)^2 - 3 \cdot (-2) - 4 = 4 + 6 - 4 = 6$ que es positivo +	Probando con $x=0$ nos resulta $0^2 - 3 \cdot 0 - 4 = -4$ que es negativo -	Probando con $x=5$ nos resulta $5^2 - 3 \cdot 5 - 4 = 25 - 15 - 4 = 6$ que es positivo +

Como los extremos tienen sentido: $Dom(y) = (-\infty, -1] \cup [4, +\infty)$

g) $y = \sqrt[6]{2x^2 - 1}$ Como el índice es par, vemos dónde se anula el radicando:

Sol.:

$$2x^2 - 1 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \text{ Construimos la tabla de signos:}$$

	$(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}})$	$(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$	$(\frac{1}{\sqrt{2}}, +\infty)$
$2x^2 - 1$	Probando con $x = -2$ nos resulta $2 \cdot (-2)^2 - 1 = 8 - 1 = 7$ que es positivo +	Probando con $x = 0$ nos resulta $2 \cdot 0^2 - 1 = -1$ que es negativo -	Probando con $x = 5$ nos resulta $2 \cdot 5^2 - 1 = 50 - 1 = 49$ que es positivo +

Como los extremos tienen sentido: $Dom(y) = (-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}}] \cup [\frac{1}{\sqrt{2}}, +\infty)$

h) $y = \sqrt{x^2 + x + 1}$ Como el índice es par, vemos dónde se anula el radicando:

Sol.:

$x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$ No existen soluciones. Se trata de un caso especial, en el cual el radicando siempre es positivo o siempre es negativo. Comprobamos con un valor de x si es positivo o negativo, por ejemplo, para $x = 0$ sustituimos: $0^2 + 0 + 1 = 1 > 0$. Podemos deducir que siempre es positivo, así, por tanto, $Dom(y) = \mathbb{R}$

i) $f(x) = \sqrt{\frac{-2x}{x-3}}$ Como el índice es par, vemos dónde se anula el numerador y el denominador del radicando:

Sol.:

$$\begin{cases} -2x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases} \text{ Construimos la tabla de signos:}$$

	$(-\infty, 0)$	$(0, 3)$	$(3, +\infty)$
$\frac{-2x}{x-3}$	Probando con $x = -2$ nos resulta $\frac{4}{-5} = -\frac{4}{5}$ que es negativo -	Probando con $x = 1$ nos resulta $\frac{-2}{-2} = 1$ que es positivo +	Probando con $x = 5$ nos resulta $\frac{-10}{2} = -5$ que es negativo -

Por lo que obtenemos que es factible en el intervalo $(0, 3)$. Veamos que ocurre en $x = 0$ y en $x = 3$ para ver si son del dominio.

En $x = 0$ al sustituir nos queda $f(0) = \sqrt{\frac{-2 \cdot 0}{0-3}} = \sqrt{0} = 0$ luego $x = 0$ es del dominio.

En $x = 3$ al sustituir nos queda $f(0) = \sqrt{\frac{-2 \cdot 3}{3-3}} = \sqrt{\frac{-6}{0}} \Rightarrow \text{No } \exists$ luego $x = 3$ NO es del dominio.

Concluimos entonces que $Dom(f) = [0, 3)$

j) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{-2x}{x-3}}$ Es parecida a la función anterior, pero como el índice es impar, vemos dónde se anula el denominador del radicando que serán los puntos que no son del dominio:

Sol.:

$$x-3=0 \Rightarrow x=3 \Rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{3\}$$

Ejercicio 3: Calcula el dominio de las siguientes funciones:

FUNCIÓN	DOMINIO
a. $f(x) = 9 - 4x^2$	$\text{Dom } f = \mathbb{R}$
b. $g(x) = \frac{x}{7-x^2}$	$\text{Dom } g = \mathbb{R} - \{\sqrt{7}, -\sqrt{7}\}$
c. $h(x) = \frac{x-1}{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}$	$\text{Dom } h = \mathbb{R} - \{-2, 1, 3\}$
d. $y = 1 + \frac{1}{x} - \frac{x}{x-1}$	$\text{Dom } y = \mathbb{R} - \{0, 1\}$
e. $f(x) = \sqrt[5]{\frac{x}{7-x^2}}$	$\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{\sqrt{7}, -\sqrt{7}\}$
f. $f(x) = x - \frac{2}{\sqrt{x}}$	$\text{Dom } f = (0, +\infty)$
g. $y = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$	$\text{Dom } y = (-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$
h. $y = \frac{-2}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}$	$\text{Dom } y = (-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$
i. $y = \frac{-2}{\sqrt[3]{x^2 - 5x + 6}}$	$\text{Dom } y = \mathbb{R} - \{2, 3\}$
j. $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{3x-5}}$	$\text{Dom } f = (-\infty, -2] \cup \left(\frac{5}{3}, +\infty\right)$
k. $g(x) = \sqrt[4]{x^2 + 5x + 8}$	$\text{Dom } g = \mathbb{R}$
l. $l(x) = \sqrt{3 + 2x - x^2}$	$\text{Dom } l = [-1, 3]$
m. $m(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x+1}$	$\text{Dom } m = [-3, 3] - \{-1\}$
n. $y = e^{\frac{1}{x}} + 2^{-\frac{1}{x-7}}$	$\text{Dom } y = \mathbb{R} - \{0, 7\}$
ñ. $\tilde{n}(x) = \ln(2x+3)$	$\text{Dom } \tilde{n} = \left(-\frac{3}{2}, +\infty\right)$
o. $k(x) = \ln(2x+3) + \frac{1}{x}$	$\text{Dom } k = \left(-\frac{3}{2}, +\infty\right) - \{0\}$
p. $f(x) = \text{sen}\sqrt{1-x^2}$	$\text{Dom } f = [-1, 1]$
q. $f(x) = x^2 - 3x + \ln 5^{\cos x}$	$\text{Dom } f = \mathbb{R}$

Ejercicio 4:

Determina el dominio de estas funciones.

a) $f(x) = \frac{x-3}{7}$ b) $f(x) = \frac{7}{x-3}$ c) $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$ d) $f(x) = \frac{x-1}{x^2+2x}$
 a) $\text{Dom } f = \mathbb{R}$ c) $\text{Dom } f = \mathbb{R}$
 b) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{3\}$ d) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-2, 0\}$

Ejercicio 5:

Estudia el dominio de las siguientes funciones.

a) $y = \sqrt{x+3}$

c) $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

e) $y = \sqrt{x^2 + 2x + 9}$

b) $y = \sqrt{2x^2 + 3x - 2}$

d) $y = \sqrt{5 - 2x}$

f) $y = \sqrt{6 + x - x^2}$

a) $\text{Dom } f = [-3, +\infty)$

b) $2x^2 + 3x - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

$$\text{Dom } f = (-\infty, -2) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

c) $x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow x = 2$

$$\text{Dom } f = \mathbb{R}$$

d) $\text{Dom } f = \left[-\infty, \frac{5}{2}\right]$

e) $x^2 + 2x + 9 = 0 \rightarrow \Delta = -32 < 0 \rightarrow \text{La ecuación no tiene soluciones.}$

$$\text{Dom } f = \mathbb{R}$$

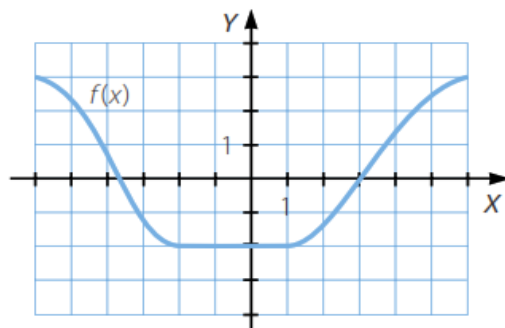
f) $6 + x - x^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$

$$\text{Dom } f = [-2, 3]$$

Ejercicio 6:

Estudia el crecimiento de la función.

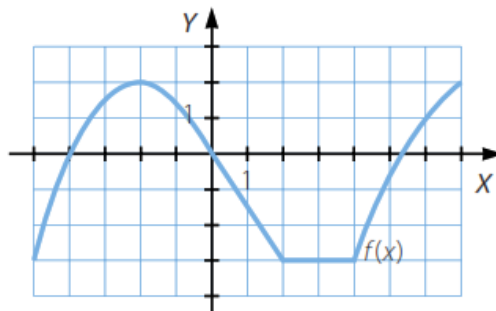
La función es decreciente en $(-\infty, -2)$, es constante en $(-2, 1)$ y es creciente en $(1, +\infty)$.

**Ejercicio 7:**

¿En qué puntos de la función hay máximos relativos? ¿Y mínimos relativos? ¿Tiene máximos o mínimos absolutos?

Existe un máximo relativo en el punto $x = -2$.

No tiene mínimos relativos ni absolutos y no hay máximos absolutos.



Ejercicio 8:

Estudia el dominio, el recorrido, el crecimiento y los máximos y mínimos de $f(x)$.

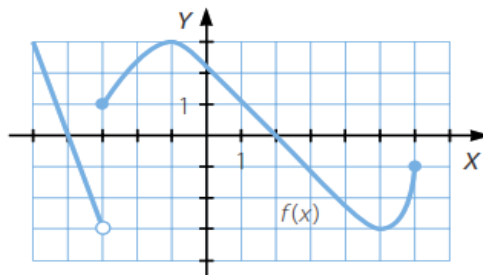
$$\text{Dom } f = (-\infty, 6]$$

$$\text{Im } f = [-3, +\infty)$$

La función es decreciente en $(-\infty, -3) \cup (-1, 5)$ y es creciente en $(-3, -1) \cup (5, 6)$.

Existe un máximo relativo en $x = -1$ y un mínimo absoluto en $x = 5$.

No hay máximos absolutos.

**Ejercicio 9:**

Justifica si estas funciones son simétricas.

a) $f(x) = \frac{x^4 + 2}{x^2}$

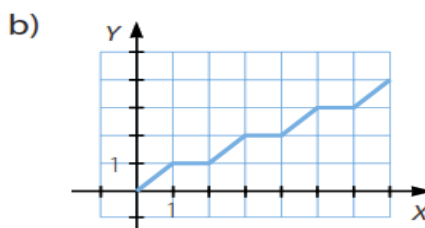
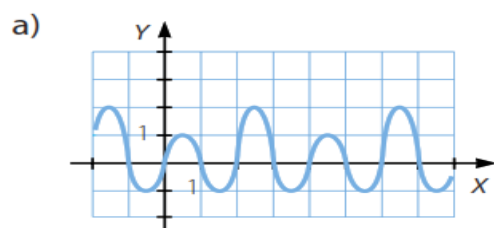
b) $g(x) = \sqrt{x^3 - 3}$

a) $f(-x) = \frac{(-x)^4 + 2}{(-x)^2} = \frac{x^4 + 2}{x^2} = f(x) \rightarrow f(x)$ es simétrica respecto del eje Y.

b) $g(-x) = \sqrt{(-x)^3 - 3} = \sqrt{-x^3 - 3} \rightarrow g(x)$ no es simétrica.

Ejercicio 10:

Razona si las siguientes gráficas corresponden a funciones periódicas.

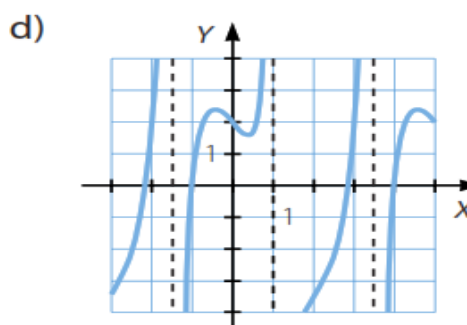
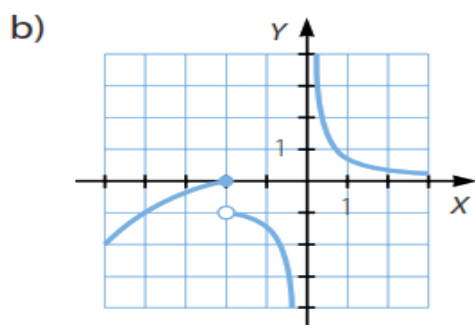
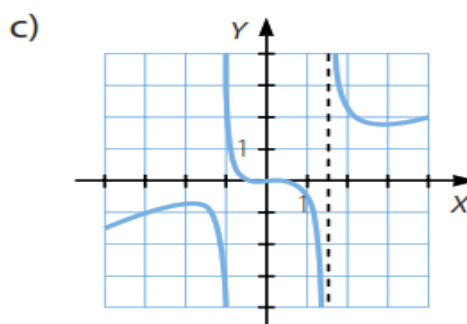
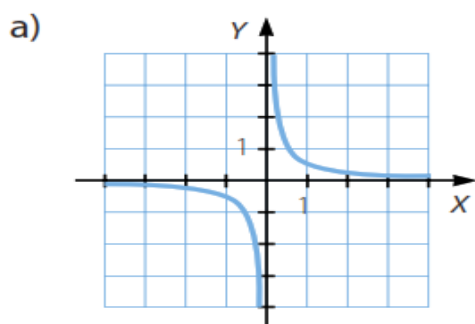


a) La función es periódica y su período es 2.

b) La función no es periódica, porque la gráfica no se repite.

Ejercicio 11:

Estudia las características de las siguientes funciones.



- a) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{0\}$ $\text{Im } f = \mathbb{R} - \{0\}$
 La función es decreciente en $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$.
 No existen máximos ni mínimos relativos y absolutos.
 Es convexa en $(-\infty, 0)$ y es cóncava en $(0, +\infty)$.
 La función es simétrica respecto del origen de coordenadas.
 No hay periodicidad.
- b) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{0\}$ $\text{Im } f = \mathbb{R}$
 La función es creciente en $(-\infty, -2)$ y es decreciente en $(-2, 0) \cup (0, +\infty)$.
 No existen máximos ni mínimos relativos y absolutos.
 Es convexa en $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$ y es cóncava en $(0, +\infty)$.
 La función no es simétrica ni periódica.
- c) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \left\{-1, \frac{3}{2}\right\}$ $\text{Im } f = \mathbb{R}$
 La función es creciente en $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ y es decreciente en $(-2, -1) \cup \left(-1, \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}, 2\right)$.
 Existe un máximo relativo en $x = -2$ y un mínimo relativo en $x = 2$.
 Es convexa en $(-\infty, -1) \cup \left(0, \frac{3}{2}\right)$ y es cóncava en $(-1, 0) \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$.
 La función no es simétrica ni periódica.
- d) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-1,5; 1; 3,5\}$ $\text{Im } f = \mathbb{R}$
 La función es creciente en $(-\infty; -1,5) \cup (-1,5; -0,5) \cup (0,5; 1) \cup (1; 3,5) \cup (3,5; 4,5)$ y es decreciente en $(-0,5; 0,5) \cup (4,5; +\infty)$.
 Máximo relativo en $x = -0,5$ y en $x = 4,5$ y mínimo relativo en $x = 0,5$.
 Es cóncava en $(-\infty; -1,5) \cup (0, 1) \cup (1; 3,5)$ y es convexa en $(-0,5; 0) \cup (3,5; 5)$.
 La función no es simétrica ni periódica.

Ejercicio 12:

Estudia las simetrías de la función.

$$f(x) = x^3 - 3x$$

$f(-x) = (-x)^3 - 3(-x) = -x^3 + 3x = -f(x) \rightarrow$ La función es simétrica respecto del origen de coordenadas.

Ejercicio 13: Dadas las siguientes funciones, se pide:

- | | | | |
|-----------------|---------------------------|-----------------------|--------------|
| a) Dominio | b) Representación gráfica | c) Imagen o recorrido | d) Monotonía |
| e) Acotación | f) Extremos relativos | g) Extremos absolutos | h) Simetría |
| i) Periodicidad | | | |

$$1^\circ) f(x) = \begin{cases} -2x^2 + x + 3 & \text{si } x < 1 \\ 2x - 1 & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ \ln x & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$2^\circ) g(x) = \begin{cases} |x| & \text{si } x \in (-\infty, 2) \\ 2 & \text{si } x \in [2, +\infty) \end{cases}$$

$$3^\circ) h(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & \text{si } x < 0 \\ 3^x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

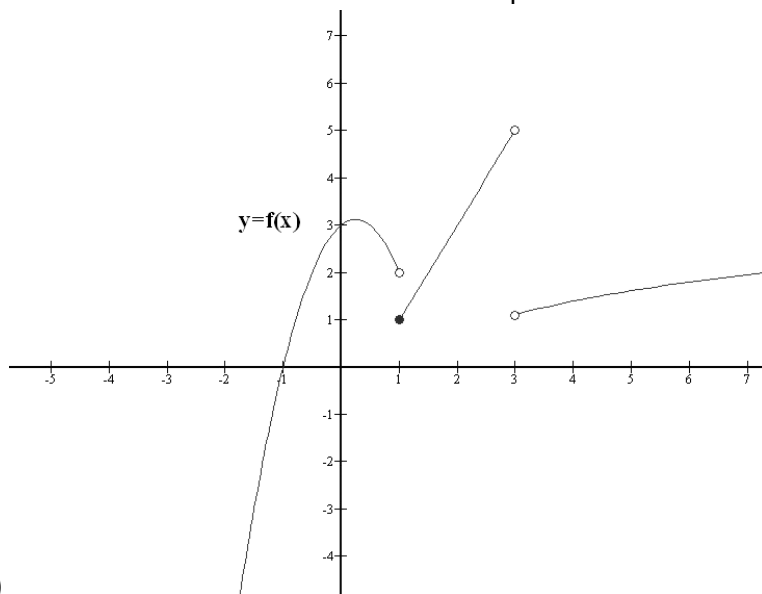
$$4^\circ) m(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < -2\pi \\ \sin x & \text{si } -2\pi < x < 2\pi \\ -2 & \text{si } x > 2\pi \end{cases}$$

$$5^\circ) n(x) = \begin{cases} \left| \frac{1}{x^3} \right| & \text{si } x < 0 \\ 2 & \text{si } x = 0 \\ \log_{\frac{1}{2}} x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$6^\circ) r(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3 & \text{si } -5 \leq x < -1 \\ 2 & \text{si } x = -1 \\ -2x^2 + 2 & \text{si } -1 < x < 1 \\ 2 & \text{si } x = 1 \\ x^2 - 4x + 3 & \text{si } 1 < x \leq 5 \end{cases}$$

Soluciones:

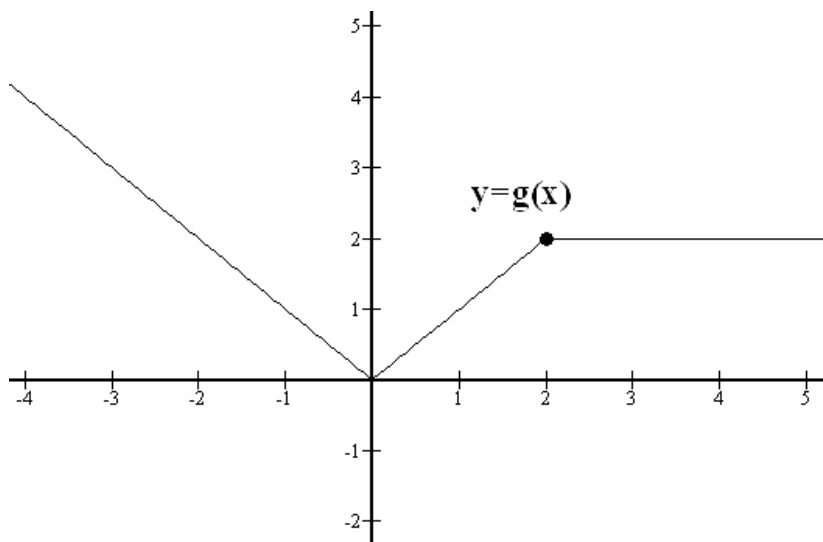
- 1º) a) Dom $f = \mathbb{R} - \{3\}$ c) Im $f = \mathbb{R}$ d) f creciente en $\left(-\infty, \frac{1}{4}\right) \cup (1, 3) \cup (3, +\infty)$; f decreciente en $\left(\frac{1}{4}, 1\right)$ e) No está acotada f) Máximo relativo en $x_0 = \frac{1}{4}$ g) No tiene h) e i) No hay



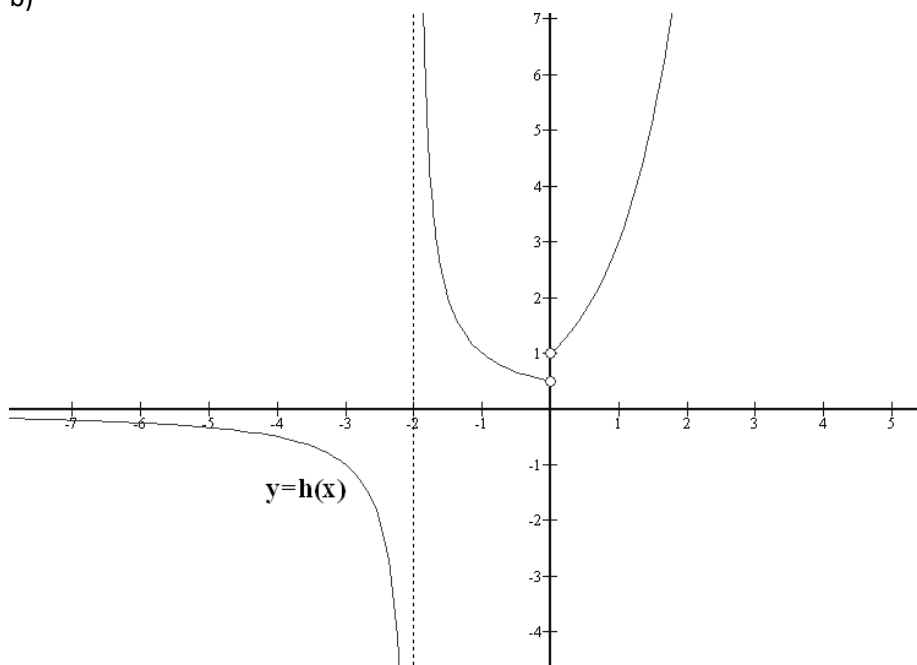
b)

- 2º) a) Dom $g = \mathbb{R}$ c) Recorrido $(g) = [0, +\infty)$ d) f creciente en $(0, 2)$; f decreciente en $(-\infty, 0)$; f constante en $(2, +\infty)$ e) Acotada inferiormente con ínfimo 0 f) y g) Mínimo relativo y absoluto en $(0, 0)$ h) e i) No hay

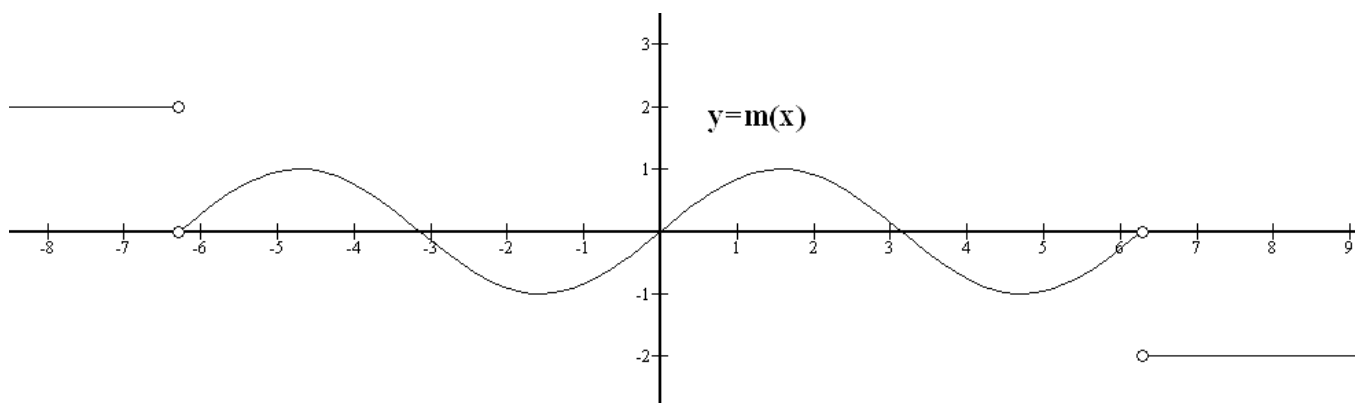
b)



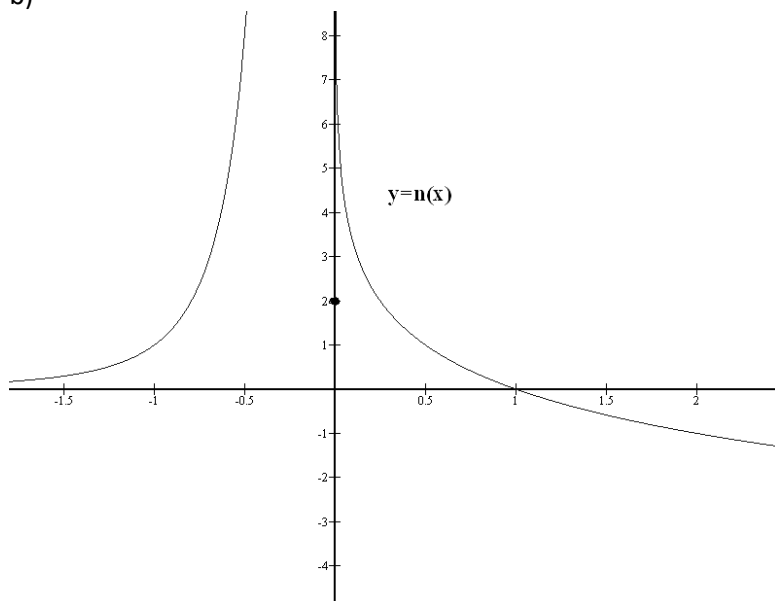
- 3º) a) $\text{Dom } h = \mathbb{R} - \{-2, 0\}$ c) $\text{Im } h = (-\infty, 0) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ d) f creciente en $(0, +\infty)$; f decreciente en $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$
 e) No está acotada f) y g) No tiene h) e i) No tiene
 b)



- 4º) a) $\text{Dom } m = \mathbb{R} - \{2\pi, -2\pi\}$ c) $\text{Im } h = [-1, 1] \cup \{2, -2\}$ d) f creciente en $\left(-2\pi, -\frac{3\pi}{2}\right) \cup \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$; f decreciente en $\left(-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$; f constante en $(-\infty, -2\pi)$; f constante en $(2\pi, +\infty)$ e) Acotada con supremo 2 e ínfimo -2 f) Máximos relativos en $\left(-\frac{3\pi}{2}, 1\right)$ y en $\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$; Mínimos relativos en $\left(-\frac{\pi}{2}, -1\right)$ y $\left(\frac{3\pi}{2}, -1\right)$ g) Infinitos máximos absolutos para todo $x_0 < -2\pi$;) Infinitos mínimos absolutos para todo $x_0 > 2\pi$ h) Impar i) No tiene
 b)



- 5º) a) Dom $n = \mathbb{R}$ c) Im $h = \mathbb{R}$ d) f creciente en $(-\infty, 0)$; f decreciente en $(0, +\infty)$ e) No está acotada f) y g) No tiene h) e i) No tiene b)



- 6º) a) Dom $n = [-5, 5]$ c) Im $h = [-1, 8]$ d) f creciente en $(-2, -1) \cup (-1, 0) \cup (2, 5)$; f decreciente en $(-5, -2) \cup (0, 1) \cup (1, 2)$ e) Acotada con supremo 8 e ínfimo -1 f) y g) Máximo relativo en $(0, 2)$ y mínimos relativos y absolutos en $(-2, -2)$ y $(2, -1)$. Máximos absolutos y relativos en $(-5, 8)$ y $(5, 8)$ en h) Par i) No tiene

