HOJA 1 DE EJERCICIOS PROPUESTOS
UNIDAD 11: **INTEGRALES INDEFINIDAS**

Ejercicio 1: Calcular las siguientes integrales indefinidas:

a) $I=\int x^4 dx$	b) $I=\int \frac{4}{3}x^2 dx$	c) $I=\int\left(4x^6+2x^3-13x\right)dx$
d) $I=\int \frac{1}{x^2}dx$	e) $I=\int \frac{-2}{7x^4}dx$	f) $I=\int \frac{2}{5}x^{\frac{2}{5}}dx$
g) $I=\int \sqrt{x}dx$	h) $I=\int \sqrt[5]{x^3}dx$	j) $I=\int \frac{1}{x^{-3/2}}dx$
k) $I=\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx$	l) $I=\int \frac{1}{\sqrt[4]{x^5}}dx$	m) $I=\int x\left(x^2+3\right)^4 dx$
n) $I=\int\left(x^5-2x^3+1\right)\cdot\left(5x^4-6x^2\right)dx$	ñ) $I=\int\left(4x^6+2x^3\right)\cdot\left(4x^5+x^2\right)dx$	o) $I=\int \frac{3x^2-2}{\left(x^3-2x\right)^7}dx$
p) $I=\int \sqrt{x^8}\cdot\sqrt[3]{\left(x^5+1\right)^2}\cdot\sqrt[4]{x^5+1}\cdot\sqrt{x^5+1}dx$	q) $I=\int\left(x^2-2x\right)\cdot\left(x-1\right)dx$	r) $I=\int \frac{4x-2}{\left(x^2-x+1\right)^7}dx$
s) $I=\int \frac{\sqrt[4]{\left(x+1\right)^3}}{\left(x+1\right)^{1/4}}dx$	t) $I=\int \operatorname{sen} x\cdot\cos^2 x\, dx$	u) $I=\int \frac{sen\ x}{\cos^3 x}dx$

Ejercicio 2: Calcular las siguientes integrales indefinidas:

a) $I=\int \frac{\ln^3 x}{x}dx$	b) $I=\int\left(\ln x\cdot sen\ x\right)^{17}\cdot\left(\frac{sen\ x}{x}+\cos x\cdot\ln x\right)dx$	c) $I=\int 4\operatorname{sen}\left(4x-9\right)dx$
d) $I=\int x\cdot\operatorname{sen}\left(5x^2+3\right)dx$	e) $I=\int\left(1+tg^2x\right)\cdot\operatorname{sen}^{-4}x\cdot\cos^4 x\ dx$	f) $I=\int \operatorname{sen}\left(7x+3\right)dx$
g) $I=\int\left(x^2+1\right)\cdot sen\left(x^3+3x\right)dx$	h) $I=\int sen\ x\cdot sen\left(\cos x\right)dx$	j) $I=\int\left(x-1\right)\cdot sen\left(x^2-2x\right)dx$
k) $I=\int e^x\cdot\operatorname{sen}\left(e^x\right)dx$	l) $I=\int \frac{sen\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}dx$	m) $I=\int \frac{sen\left(\ln x\right)}{x}dx$
n) $I=\int\cos\left(4x-3\right)dx$	ñ) $I=\int\left(x^2+1\right)\cdot\cos\left(x^3+3x\right)dx$	o) $I=\int x^2\cdot\cos\left(x^3+1\right)dx$

Ejercicio 3: Calcular las siguientes integrales indefinidas:

a) $I=\int \frac{4}{4x-9}dx$	b) $I=\int \frac{1}{7x+3}dx$	c) $I=\int \frac{x}{5x^2+3}dx$
d) $I=\int \frac{x^2+1}{x^3+3x}dx$	e) $I=\int \frac{x-1}{x^2-2x}dx$	f) $I=\int tgx\ dx$
g) $I=\int \frac{1}{x\cdot\ln x}dx$	h) $I=\int \frac{e^x}{1+e^x}dx$	j) $I=\int \frac{1}{sen\ x\cdot\cos x}dx$
k) $I=\int e^{7x+3}dx$	l) $I=\int x^2\cdot e^{x^3+1}dx$	m) $I=\int\left(x-1\right)\cdot e^{x^2-2x}dx$
n) $I=\int \frac{1}{\sqrt{x}}e^{10\sqrt{x}}dx$	ñ) $I=\int\left(3x^2e^{x^3+2x}+2e^{x^3+2x}\right)dx$	o) $I=\int 5^{7x+3}dx$

Ejercicio 4: Calcular las siguientes integrales indefinidas:

a) $I=\int \frac{1}{x}\cdot 3^{\ln x}\ dx$	b) $I=\int \frac{7^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\ dx$	c) $I=\int \frac{2^x}{3^x}\ dx$
d) $I=\int \frac{2}{1+x^2}\ dx$	e) $I=\int \frac{3x^2}{1+x^6}\ dx$	f) $I=\int \frac{1}{3+3x^2}\ dx$
g) $I=\int \frac{x}{1+x^4}\ dx$	h) $I=\int \frac{\cos x}{1+sen^2 x}\ dx$	j) $I=\int \frac{e^x}{1+e^{2x}}\ dx$
k) $I=\int \frac{1}{9+x^2}\ dx$	l) $I=\int x\cdot e^x\ dx$	m) $I=\int x\cdot sen\ x\ dx$
n) $I=\int \ln x\ dx$	ñ) $I=\int arcsen\ x\ dx$	o) $I=\int arctg\ x\ dx$

Ejercicio 5: Calcular las siguientes integrales indefinidas:

a) $I=\int x\cdot\ln x\ dx$	b) $I=\int \cos x\cdot\ln\left(sen\ x\right)\ dx$	c) $I=\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\ dx$
d) $I=\int x^2\cdot\ln x\ dx$	e) $I=\int x\cdot\sqrt{1+x}\ dx$	f) $I=\int \left(2x+2\right)\cdot e^{-2x}\ dx$
g) $I=\int \ln\frac{1}{x}\ dx$	h) $I=\int x^2\cdot\cos x\ dx$	j) $I=\int x^2\cdot e^x\ dx$

Ejercicio 6: Calcular las siguientes integrales indefinidas:

a) $I=\int \ln^2 x\ dx=\int \left(\ln x\right)^2\ dx$	b) $I=\int \left(4x^2+3x\right)\cdot\cos x\ dx$	c) $I=\int e^x\cdot sen\ x\ dx$
d) $I=\int sen(\ln x)\ dx$	e) $I=\int \frac{x^2-x+6}{x}\ dx$	f) $I=\int \frac{x^2+1}{x-1}\ dx$
g) $I=\int \frac{x^3}{x^2+1}\ dx$	h) $I=\int \frac{x^2+x+3}{x^2+1}\ dx$	j) $I=\int \frac{x^2+6x-1}{\left(x+3\right)^2}\ dx$
k) $I=\int \frac{x}{\left(x-1\right)\cdot\left(x+5\right)}\ dx$	l) $I=\int \frac{5-x}{\left(x-1\right)\cdot\left(x+4\right)}\ dx$	m) $I=\int \frac{x+2}{x^2-2x-3}\ dx$
n) $I=\int \frac{-3x-2}{x^2+5x+6}\ dx$	ñ) $I=\int \frac{x}{8x^2-2x-1}\ dx$	o) $I=\int \frac{6}{x^2-1}\ dx$

Ejercicio 7: Calcular las siguientes integrales indefinidas:

a) $I=\int \frac{7}{4x^2+4x+1}\ dx$	b) $I=\int \frac{x-5}{x^3-x^2-10x-8}\ dx$	c) $I=\int \frac{x+2}{x^3+5x^2+7x+3}\ dx$
d) $I=\int \frac{x+2}{x^3-x^2-x+1}\ dx$	e) $I=\int \frac{\sqrt[3]{x}+\sqrt{5x^3}}{3x}\ dx$	f) $I=\int \frac{x^2-2x+6}{\left(x-1\right)^3}\ dx$

g) $I=\int \frac{x^3+22x^2-12x+8}{x^4-4x^2}\,dx$	h) $I=\int\left(x-sen\ x\right)\,dx$	j) $I=\int\left(e^x+3e^{-x}\right)\,dx$
k) $I=\int\left(x^2+4x\right)\cdot\left(x^2-1\right)\,dx$	l) $I=\int\left(3^x-x^3\right)\,dx$	m) $I=\int\frac{\left(1+\ln x\right)^2}{x}\,dx$

Ejercicio 8: Calcula esta integral, haciendo el cambio $\sqrt{1-x}=t$:

$$\int x^2\cdot\sqrt{1-x}\,dx$$

Ejercicio 9: Resuelve, utilizando la sustitución $\sqrt{e^x+1}=t$, la siguiente integral:

$$\int\frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x+1}}\,dx$$

Ejercicio 10: Halla la siguiente integral, haciendo el cambio $x=sen\ t$:

$$\int\frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$$ (Recuerda que $sen^2x=\frac{1}{2}-\frac{\cos 2x}{2}$)

Ejercicio 11: Resuelve por sustitución:

a) $\int x\cdot\sqrt{x+1}\,dx$	b) $\int\frac{dx}{x-\sqrt[4]{x}}$	c) $\int\frac{x}{\sqrt{x+1}}\,dx$
d) $\int\frac{1}{x\sqrt{x+1}}\,dx$	e) $\int\frac{1}{x+\sqrt{x}}\,dx$	f) $\int\frac{\sqrt{x}}{1+x}\,dx$

Ejercicio 12: Encuentra la primitiva de $f(x)=\frac{1}{1+3x}$ que se anula para $x=0$.

Ejercicio 13: De todas las primitivas de la función $y=4x-6$, ¿cuál de ellas toma el valor de 4 para $x=1$.

Ejercicio 14: Halla $f(x)$ sabiendo que $f''(x)=6x$, $f'(0)=1$ y $f(2)=5$.

Ejercicio 15: Resuelve las siguientes integrales por sustitución:

a) $\int\frac{e^x}{1-\sqrt{e^x}}\,dx$ b) $\int\sqrt{e^x-1}\,dx$

Ejercicio 16: Determina la función $f(x)$ sabiendo que $f''(x)=x\cdot\ln x$, $f'(1)=0$ y $f(e)=\frac{e}{4}$.

Ejercicio 17: Encuentra la función derivable $f:\left[-1,1\right]\to\mathbb{R}$ que cumple que $f(1)=-1$ y

$$f'(x)=\begin{cases}x^2-2x & si\quad -1\le x<0\\ e^x-1 & si\quad 0\le x\le 1\end{cases}$$

Ejercicio 18: De una función derivable se sabe que pasa por el punto $A(-1,-4)$ y que su derivada es:

$$f'(x)=\begin{cases} 2-x & si \quad x\le 1 \\ \dfrac{1}{x} & si \quad x>1 \end{cases}$$

a) Halla la expresión de $f(x)$.
b) Obtén la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en $x=2$.

Ejercicio 19: De la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ se sabe que $f''(x)=x^2+2x+2$ y que su gráfica tiene tangente horizontal en el punto $P(1,2)$. Halla la expresión de f.

Ejercicio 20: Sea $I=\int \frac{5}{1+\sqrt{e^{-x}}}dx$

a) Expresa I haciendo el cambio de variable $t^2=e^{-x}$.
b) Determina I.