

HOJA 1 DE EJERCICIOS PROPUESTOS**UNIDAD 13: PROBABILIDAD. PROBABILIDAD CONDICIONADA**

Ejercicio 1: Sea el experimento que consiste en lanzar un dado y una moneda. Si A es el suceso que consiste en que salga cruz en la moneda y B es el suceso de obtener 1 ó 2 en el dado, indicar el significado de los siguientes sucesos:

- a) A^c b) $\overline{B}$ c) $A \cup B$ d) $A^c \cup B^c$.

Ejercicio 2: Sean A, B y C tres sucesos del espacio muestral E. Utilizando estos sucesos, expresa:

- a) Ocurren los tres sucesos simultáneamente.
 b) Ocurre A o B, pero no C.
 c) Ocurre alguno de los tres sucesos.
 d) Ninguno de los tres sucesos ocurre.
 e) Ocurre A y C pero no B.
 f) Se verifican al menos dos sucesos.

Ejercicio 3: Sea una urna con 9 bolas numeradas del 1 al 9. Sacamos una bola, miramos el número y la devolvemos. Sean los sucesos:

A = « salir número primo »

B = « salir número impar »

C = « salir número múltiplo de 3 »

Calcula los sucesos:

- a) $A \cap B$ b) $B \cap C$ c) $(A \cup B) \cap C$ d) $A \cap \overline{B}$ e) $B \setminus C$ f) $\overline{A \cup B}$

Ejercicio 4: Se consideran dos sucesos A y B para los cuales se conocen sus probabilidades:

$$P(A) = a, \quad P(B) = b, \quad P(A \cap B) = c.$$

Calcular en función de a, b y c las probabilidades siguientes:

- a) $P(A \cap B)^c$ b) $P(A^c \cup B^c)$ c) $P(A \cup B)$
 d) $P(A^c \cap B^c)$ e) $P(A^c \cap B)$ f) $P(A^c \cup B)$

Ejercicio 5: Dados dos sucesos A y B, $P(A) = 0,4$ y $P(B) = 0,5$, ¿es posible que $P(A \cup B) = 0,7$? Razona la respuesta

Ejercicio 6: La probabilidad de que un alumno aprueba Matemáticas es de 0,6, la de que apruebe Lengua es 0,5 y la de que apruebe las dos es 0,2.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe al menos una asignatura?
 b) ¿Y de que no apruebe ninguna?
 c) ¿Y de que apruebe Matemáticas y no Lengua?

Ejercicio 7: Se lanza un dado dos veces. Calcula la probabilidad de que en la segunda tirada se obtenga un nº mayor que en la primera.

Ejercicio 8: Dos niños escriben en un papel una vocal cada uno ¿cuál es la probabilidad de que sea la misma?

Ejercicio 9: Se extrae al azar una carta de una baraja española. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

- a) Obtener una carta de oros.
 b) Obtener una carta de oros que no sea figura.

Ejercicio 10: En una clase hay 10 alumnas rubias, 20 morenas, cinco alumnos rubios y 10 morenos. Un día asisten 45 alumnos, encontrar la probabilidad de que un alumno:

- a) Sea hombre.

- b) Sea mujer morena.
- c) Sea hombre o mujer.

Ejercicio 11: Se escuchan tres CD de música y se guardan al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de los CD haya sido guardado en su caja?

Ejercicio 12: Sean dos sucesos tales que $P(A) = \frac{3}{8}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ y $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$. Calcula $P(A^c \cap B^c)$

Ejercicio 13: Cuando se arrojan simultáneamente 4 monedas,

- a) ¿cuáles son los resultados posibles que se pueden obtener
- b) ¿cuántos casos hay en que salgan 2 caras y 2 cruces?

Ejercicio 14: Una caja contiene cuatro bolas blancas y tres negras. Se extrae una bola de la caja. Describir el espacio muestral.

- a) Cuando las bolas del mismo color se distinguen porque están numeradas.
- b) Cuando las bolas del mismo color no se distinguen porque no van numeradas.

Ejercicio 15: En un estudio realizado en una sucursal bancaria se ha determinado que el 70% de los créditos concedidos son hipotecarios y el 25% de los créditos superan los 200.000 €. El 20% de los créditos son hipotecarios y de más de 200.000 €. Se elige al azar un cliente al que le han concedido un crédito. Calcule la probabilidad de que:

- a) El crédito no sea hipotecario y no supere los 200.000 €.
- b) Si su crédito no es hipotecario, este no supere los 200.000 €.
- c) Si su crédito supera los 200.000 €, que este no sea hipotecario.

Ejercicio 16: En su tiempo libre, el 65% de los estudiantes de un centro educativo juega con videojuegos, el 45% lee libros y el 15% no hace ninguna de las dos cosas. Elegido al azar un estudiante de dicho centro, calcule la probabilidad de que:

- a) Juegue con videojuegos o lea libros.
- b) Juegue con videojuegos y no lea libros.
- c) Lea libros sabiendo que no juega con videojuegos.

Ejercicio 17: De las compras realizadas en el último periodo de rebajas del pasado año, el 55% se dedicaron a productos electrónicos, el 72% se hicieron a través de internet y, de las compras que se hicieron por internet, el 64% fueron de productos electrónicos. Se elige una compra al azar.

- a) Calcule la probabilidad de que haya sido de productos electrónicos y se haya realizado por internet.
- b) Calcule la probabilidad de que la compra se haya realizado por internet o que se hayan comprado productos electrónicos.
- c) Calcule la probabilidad de que sabiendo que no se compraron productos electrónicos, la compra no se hiciera a través de internet

Ejercicio 18: La probabilidad de que una persona sana se contagie de otra enferma por un virus es del 80% si coinciden en una reunión.

- a) Si una persona enferma se reúne con dos personas sanas, teniendo en cuenta que contagiar a distintas personas son sucesos independientes entre sí, ¿cuál es la probabilidad de que se contagien las dos personas a la vez? ¿Cuál es la probabilidad de que se contagie alguna de ellas?
- b) Una prueba para detectar la enfermedad da el resultado correcto en el 90% de los casos cuando se les aplica a personas contagiadas y da falsos positivos en el 5% de los casos cuando se aplica a personas sanas. Si una persona sana se reúne con una enferma y resulta positivo en una prueba posterior, ¿qué probabilidad hay de que se haya contagiado en la reunión?

Ejercicio 19: En una determinada región hay tres universidades A, B y C. De los estudiantes que terminaron sus estudios el año pasado, el 60% procedían de la universidad A, el 30% de la B y el resto de la C. Además, se conoce que la probabilidad de que un estudiante de la universidad A no encuentre trabajo en su región es 0'4, y para un estudiante de B es 0'5.

- Si la probabilidad de que un estudiante no encuentre trabajo en su región es 0'395, determine la probabilidad de que un estudiante de la universidad C encuentre trabajo en su región.
- Calcule la probabilidad de que un estudiante no haya encontrado trabajo en su región proceda de la universidad A o de la B.

Ejercicio 20: Se desea probar la eficacia de dos tipos de vacunas, A y B, contra un virus determinado. Para ello, se seleccionan 5000 voluntarios sin anticuerpos para este virus, a los que se les administra una de las vacunas o un placebo, resultando que 3000 reciben la vacuna A, 1500 la vacuna B y el resto el placebo. Se comprueba que el 90% de los vacunados con la A y el 95% de los vacunados con la B, generan anticuerpos, no generando anticuerpos los que han recibido el placebo. Se selecciona uno de esos voluntarios al azar.

- ¿Cuál es la probabilidad de que haya generado anticuerpos?
- Si dicho voluntario no ha generado anticuerpos, ¿qué probabilidad hay de que se le haya administrado placebo?

Ejercicio 21: Una empresa dedicada a la fabricación de coches lanza al mercado un nuevo modelo que fabrica en tres plantas diferentes, A, B y C. La planta A produce el 45% de los vehículos, la planta B el 21% y el resto los produce la planta C. Se ha detectado un defecto en la colocación del airbag, que afecta al 1% de los coches procedentes de la planta A, al 3% de los procedentes de la planta B y al 2% de los de la planta C. Se selecciona un coche al azar de este nuevo modelo.

- ¿Cuál es la probabilidad de que no sea defectuoso y proceda de la planta C?
- Si el coche elegido no es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la planta A?

Ejercicio 22: Un equipo andaluz de baloncesto jugó en la temporada un 40% de los partidos en casa y el resto fuera. De los partidos que jugó en casa, obtuvo un 60% de victorias y el resto fueron derrotas, mientras que de los que jugó fuera, obtuvo un 30% de victorias y el resto derrotas. Se elige un partido de este equipo al azar.

- Calcule la probabilidad de que el partido acabase en victoria.
- Calcule la probabilidad de que el partido haya sido jugado en casa, sabiendo que el resultado final fue una derrota.
- Si además se sabe que el 10% de las victorias obtenidas en casa y el 20% de las obtenidas fuera se produjeron tras una prórroga, calcule la probabilidad de que el partido acabase en victoria y que además esa victoria haya sido tras una prórroga

Ejercicio 23: Sean A y B dos sucesos asociados a un mismo espacio muestral con $P(A^c) = 0,4$ y $P(A \cap B^c) = 0,12$. Calcule:

- Calcule $P(A)$ y $P(A \cap B)$.
- Determine $P(B)$ para que A y B sean independientes.
- Si $P(B^c) = 0,2$, calcule $P(A \cup B)$, $P(A^c \cup B^c)$ y $P(A/B^c)$.

Ejercicio 24: Sean A y B dos sucesos de un mismo experimento aleatorio de los que se sabe que: $P(A - B) = 0,3$, $P(A^c) = 0,35$ y $P(B) = 0,55$.

- Calcule la probabilidad de que suceda al menos uno de ellos.
- Calcule la probabilidad de que ocurra B, sabiendo que no ha ocurrido A.
- Calcule la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos.
- Razone si los sucesos A y B son independientes

Ejercicio 25: Sean A y B dos sucesos asociados a un mismo espacio muestral con:

$$P(A \cup B) = \frac{3}{7}, \quad P(A^c) = \frac{5}{7} \text{ y } P(B^c) = \frac{2}{3}.$$

- ¿Son A y B independientes? ¿Son A y B incompatibles?
- Calcule $P(A^c \cap B^c)$.
- Calcule $P(B / A^c)$.

Ejercicio 26: En una determinada muestra de suelo se han aislado dos tipos de bacterias, A y B, de las cuales el 70% son de A y el 30% de B. La probabilidad de que una bacteria de tipo A reaccione a la prueba del nitrato es 0'15 y para la bacteria B es 0'8. De las bacterias aisladas se selecciona una al azar.

- Calcule la probabilidad de que reaccione a la prueba del nitrato.
- Si la bacteria ha reaccionado a la prueba del nitrato, calcule la probabilidad de que sea del tipo B.
- Calcule la probabilidad de que la bacteria sea del tipo A y no reaccione a la prueba del nitrato.

Ejercicio 27: Una determinada ciudad tiene en la plantilla del ayuntamiento 1000 agentes de la policía local, 600 bomberos y 400 funcionarios de protección civil. En esta plantilla, el 42% de policías, el 20% de bomberos y el 50% de funcionarios de protección civil son mujeres. Se elige una persona al azar de la plantilla.

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer?
- Si la persona elegida es hombre, ¿cuál es la probabilidad de que sea bombero?

Ejercicio 28: Una urna A contiene 4 bolas rojas y 5 verdes y otra urna B contiene 6 bolas rojas y 3 verdes. Lanzamos dos dados y si la suma es mayor o igual a 9, extraemos una bola de la urna A y en caso contrario, la extraemos de la urna B.

- Calcule la probabilidad de que la bola extraída sea verde y de la urna B.
- Halle la probabilidad de que la bola extraída sea roja.

Ejercicio 29: En una comunidad de vecinos, el 90% de sus miembros tiene vehículo propio, el 40% hace uso del transporte público y un 3% ni tiene vehículo propio ni usa el transporte público. Se elige al azar un miembro de esa comunidad.

- Calcule la probabilidad de que tenga vehículo propio o use el transporte público.
- Calcule la probabilidad de que use el transporte público y no tenga vehículo propio.
- Calcule la probabilidad de que use el transporte público, sabiendo que no tiene vehículo propio.

Ejercicio 30: Sean A y B dos sucesos de un mismo experimento aleatorio.

a) Si $P(A) \neq 0$ y $P(B) \neq 0$, ¿pueden ser los sucesos A y B independientes e incompatibles a la vez? Justifique la respuesta.

b) Sabiendo que $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,5$ y $P(A / B) = 0,2$, calcule las siguientes probabilidades:

$$P(A \cap B), \quad P(A \cup B), \quad P(A^c \cup B^c) \text{ y } P(A - B)$$