

**HOJA 1 DE EJERCICIOS PROPUESTOS****UNIDAD 2: DETERMINANTES**

**Ejercicio 1:** Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} 2 & t & 0 \\ t & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Calcula los valores de  $t$  para los que el determinante de  $A$  es

positivo y halla el mayor valor que alcanza dicho determinante.

**Ejercicio 2:** Considera las matrices  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ x & 1 & 0 \\ y & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

- Calcula la matriz inversa de  $A$ .
- Calcula  $A^{127}$  y  $A^{128}$ .
- Determina  $x$  y  $y$  tal que  $A \cdot B = B \cdot A$ .

**Ejercicio 3:** Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ a & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

- Halla los valores de  $a$  para los que la matriz  $3A$  tiene inversa.
- Calcula, si es posible, la inversa de  $A^2$  para  $a = 0$ .

**Ejercicio 4:** Determina la matriz  $X$  que verifica la ecuación  $A \cdot X = X - B$  siendo  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  y

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

**Ejercicio 5:** Sin desarrollarlo, calcula el valor del determinante de la matriz  $\begin{pmatrix} k & x & 1+ax \\ 2k & y & 2+ay \\ 3k & z & 3+az \end{pmatrix}$  y enuncia las

propiedades que hayas usado.

**Ejercicio 6:** Sea  $A = \begin{pmatrix} \operatorname{sen} x & -\operatorname{cos} x & 0 \\ \operatorname{cos} x & \operatorname{sen} x & 0 \\ \operatorname{sen} x + \operatorname{cos} x & \operatorname{sen} x - \operatorname{cos} x & 1 \end{pmatrix}$ , ¿para qué valores de  $x$  existe la matriz inversa de  $A$ ? Calcula

dicha matriz inversa.

**Ejercicio 7:** Determina la matriz  $X$  tal que  $A \cdot X - 3 \cdot B = \theta$ , siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -7 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 8:** Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

- Calcula el determinante de las matrices  $2A$ ,  $A^{31}$  y  $(A^{31})^{-1}$
- Halla la matriz  $A^{-1}$

**Ejercicio 9:** Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 1 \\ \lambda & 1 & \lambda \\ 0 & \lambda & 1 \end{pmatrix}$ .

- Determina para qué valores del parámetro  $\lambda$ , la matriz  $A$  no tiene inversa.
- Calcula, si es posible, la matriz inversa de  $A$  para  $\lambda = -2$ .

**Ejercicio 10:** Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & -1 \\ 1 & \alpha & -1 \\ -1 & -1 & \alpha \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- Calcula el rango de  $A$  dependiendo de los valores de  $\alpha$ .
- Para  $\alpha = 2$ , resuelve la ecuación matricial  $AX = B$ .

**Ejercicio 11:** Sean  $A$  y  $B$  dos matrices que verifican:

$$A + B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } A - B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

- Halla las matrices  $(A + B)(A - B)$  y  $A^2 - B^2$ .
- Resuelve la ecuación matricial  $XA - XB - (A + B)^t = 2I$

**Ejercicio 12:** Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & \lambda \\ -5 & \lambda & -5 \\ \lambda & 0 & 3 \end{pmatrix}$

- Determina los valores de  $\lambda$  para los que la matriz  $A - 2I$  tiene inversa.
- Para  $\lambda = -2$ , resuelve la ecuación matricial  $AX = 2X + I$ .

**Ejercicio 13:** Sean  $A$  y  $B$  dos matrices cuadradas de orden 3 cuyos determinantes son  $|A| = \frac{1}{2}$  y  $|B| = -2$ , halla:

- $|A^3|$
- $|A^{-1}|$
- $|-2A|$
- $|A \cdot B^t|$
- El rango de  $B$

**Ejercicio 14:** Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

- Demuestra que se verifica  $A^3 = I$ .
- Justifica que  $A$  es invertible y halla su inversa.
- Calcula razonadamente  $A^{100}$ .

**Ejercicio 15:** Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ , sea  $B$  la matriz que verifica que  $A \cdot B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$

- Comprueba que las matrices  $A$  y  $B$  poseen inversas.
- Resuelve la ecuación matricial  $A^{-1}X - B = BA$ .

**Ejercicio 16:** De la matriz  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ , se sabe que  $\det(A) = 4$ .

- Halla  $\det(-3A^t)$  y  $\det \begin{pmatrix} 2b & 2a \\ -3d & -3c \end{pmatrix}$
- Calcula  $\det(A^{-1} \cdot A^t)$ .
- Si  $B$  es una matriz cuadrada tal que  $B^3 = I$ , halla  $\det(B)$ .

**Ejercicio 17:** Sean  $F_1, F_2$  y  $F_3$  las filas primera, segunda y tercera, respectivamente, de una matriz  $B$  de orden 3, cuyo determinante vale  $-2$ . Calcula, indicando las propiedades que utilices:

- El determinante de  $B^{-1}$ .
- El determinante de  $(B^t)^4$ .
- El determinante de  $2B$ .
- El determinante de una matriz cuadrada cuyas filas primera, segunda y tercera son, respectivamente,  $5F_1 - F_3, 3F_3$  y  $F_2$ .

**Ejercicio 18:** Se considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$  y  $B = A - k \cdot I$ , donde  $k$  es una constante e  $I$  la matriz identidad

de orden 2.

- Determina los valores de  $k$  para los que  $B$  no tiene inversa.
- Calcula  $B^{-1}$  para  $k = -1$ .
- Determina las constantes  $\alpha$  y  $\beta$  para los que se cumple  $A^2 + \alpha A = \beta I$ .

**Ejercicio 19:** Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & k \\ k & 1 & 3 \\ 1 & 7 & k \end{pmatrix}$

- Estudia el rango de  $A$  en función de los valores del parámetro  $k$ .
- Para  $k = 0$ , halla la matriz inversa de  $A$ .

**Ejercicio 20:** Sabiendo que  $|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 2$ , calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes

determinantes:

a)  $|-3A|$  y  $|A^{-1}|$ .

b)  $\begin{vmatrix} c & b & a \\ f & e & d \\ 2i & 2h & 2g \end{vmatrix}$ .

c)  $\begin{vmatrix} a & b & a-c \\ d & e & d-f \\ g & h & g-i \end{vmatrix}$ .