HOJA 1 DE EJERCICIOS PROPUESTOS
UNIDAD 4: **GEOMETRÍA AFIN DEL ESPACIO**

Ejercicio 1: Considera los puntos $A(1,1,1), B(2,2,2), C(1,1,0)$ y $D(1,0,0)$,

a) Halla la ecuación del plano que contiene a los puntos A y B y no corta a la recta determinada por C y D.
b) Halla las ecuaciones de la recta determinada por los puntos medios de los segmentos AB y CD.

Ejercicio 2: Sabiendo que las rectas $r \equiv \begin{cases} x+y-z &= 1 \\ x-y &= 2 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x-2y-z &= a \\ 2x+z &= a \end{cases}$ se cortan, determina a y el punto de corte.

Ejercicio 3: Considera la recta $r \equiv \begin{cases} x+z-a &= 0 \\ y-az-1 &= 0 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv 2x-y=b$.

a) Determina a y b sabiendo que r está contenida en π.
b) Halla la ecuación de un plano que contenga a r y sea perpendicular a π.

Ejercicio 4: Calcula a sabiendo que los planos $ax+y-7z=-5$ y $x+2y+a^2z=8$ se cortan en una recta que pasa por el punto $A(0,2,1)$ pero que no pasa por el punto $B(6,-3,2)$.

Ejercicio 5: Considera los tres planos $\pi_1 \equiv x+y+z=1$, $\pi_2 \equiv x-y+z=2$ y $\pi_3 \equiv 3x+y+3z=5$.
¿Se cortan π_1 y π_2? ¿Hay algún punto que pertenezca a los tres planos?

Ejercicio 6: Dada la recta r definida por $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=-z+3$ y la recta s definida por $\begin{cases} x=1 \\ 2y-z=-2 \end{cases}$

a) Halla la ecuación del plano que pasa por el origen y contiene a r.
b) Halla la ecuación del plano que contiene a s y es paralelo a r.

Ejercicio 7: Sean los puntos $A(0,0,1), B(1,0,-1), C(0,1,-2)$ y $D(1,2,0)$

a) Halla la ecuación del plano π determinado por los puntos A, B y C.
b) Demuestra que los cuatro puntos no son coplanarios.

Ejercicio 8: De un paralelogramo $ABCD$ conocemos tres vértices consecutivos $A(2,-1,0), B(-2,1.0)$ y $C(0,1,2)$.
Calcula la ecuación de la recta que pasa por el centro del paralelogramo y es perpendicular al plano que lo contiene.

Ejercicio 9: Sean las rectas $r \equiv \begin{cases} x+y-z &= 6 \\ x+z &= 3 \end{cases}$ y $s \equiv \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{6}=\dfrac{z}{2}$

a) Determina el punto de intersección de ambas rectas.
b) Calcula la ecuación general del plano que las contiene.

Ejercicio 10: Considera los puntos $A(1,2,1)$ y $B(-1,0,3)$.

a) Calcula las coordenadas de los puntos que dividen el segmento AB en tres partes iguales.
b) Halla la ecuación del plano perpendicular al segmento AB que pasa por A.

Ejercicio 11: Sean los puntos $A(1,1,1), B(-1,2,0), C(2,1,2)$ y $D(t,-2,2)$

a) Determina el valor de t para que A, B, C y D sean coplanarios.

b) Halla la ecuación de un plano perpendicular al segmento determinado por A y B, que contenga al punto C.

Ejercicio 12: Halla la ecuación del plano que es paralelo a la recta $r \equiv \begin{cases} x-2y+11 & = & 0 \\ 2y+z-19 & = & 0 \end{cases}$ y contiene a la recta $s \equiv \begin{cases} x=1-5\lambda \\ y=-2+3\lambda \\ z=2+2\lambda \end{cases}$

Ejercicio 13: Considera los planos π_1, π_2 y π_3 dados respectivamente por las ecuaciones:

$$x+y=1,\quad ay+z=0 \quad \text{y} \quad x+(1+a)y+az=a+1.$$

a) ¿Cuánto ha de valer a para que no tengan ningún punto en común?

b) Para $a=0$, determina la posición relativa de los planos.

Ejercicio 14: Considera el punto $P(1,0,0)$, la recta r definida por $x-3=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-2}$ y la recta s definida por $(x,y,z)=(1,1,0)+\lambda(-1,2,0)$.

a) Estudia la posición relativa de las dos rectas.

b) Halla la ecuación del plano que pasando por P es paralelo a r y s.

Ejercicio 15: Considera la recta $r \equiv \begin{cases} x+y+z=1 \\ x-2y+3z=0 \end{cases}$

a) Determina la ecuación del plano que contiene a r y no corta al eje OZ.

b) Calcula la proyección ortogonal del punto $A(1,2,1)$ sobre la recta r.

Ejercicio 16: Los puntos $A(-2,3,1)$, $B(2,-1,3)$ y $C(0,1,-2)$ son los vértices consecutivos del paralelogramo $ABCD$.

a) Halla las coordenadas del vértice D.

b) Encuentra la ecuación de la recta que pasa por B y es paralela a la diagonal AC.

c) Halla la ecuación del plano que contiene a paralelogramo.

Ejercicio 17: Sea la recta r dada por $\begin{cases} 2x+y-mz=2 \\ x-y-z=-m \end{cases}$ y el plano π definido por $x+my-z=1$.

a) ¿Existe algún valor de m para el que π y r son paralelos?

b) ¿Para qué valor de m está la recta contenida en el plano?

c) ¿Cuál es la posición relativa de la recta y el plano para $m=0$?