EJERCICIOS RESUELTOS

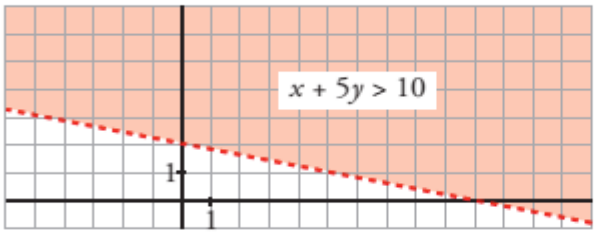
UNIDAD 4: INECUACIONES. PROGRAMACIÓN LINEAL

Cuestión 1:

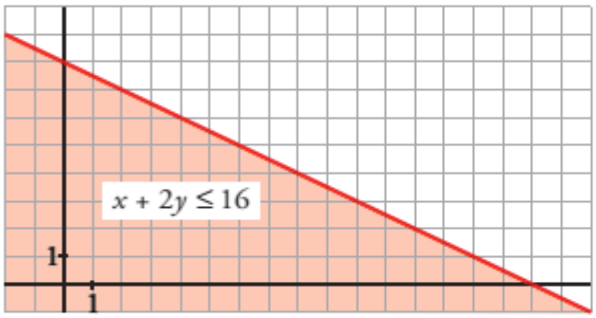
Representa, de forma análoga, las siguientes inecuaciones:

a) $x + 5y > 10$ **b)** $x + 2y \leq 16$ **c)** $2x + y \leq 20$

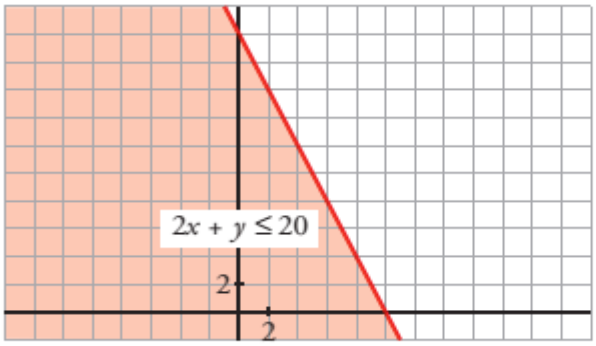
a)



b)



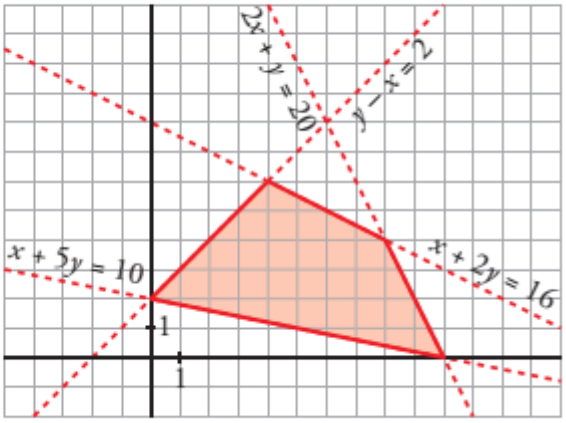
c)



Cuestión 2:

Representa el recinto formado por las siguientes condiciones:

$$\begin{cases} y - x \leq 2 \\ x + 5y \geq 10 \\ x + 2y \leq 16 \\ 2x + y \leq 20 \end{cases}$$



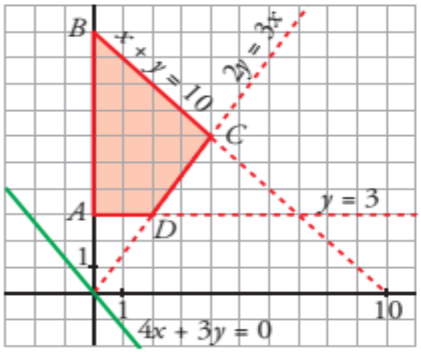
Cuestión 3:

Representa la región definida por el siguiente sistema de inecuaciones:

$$x \geq 0, \quad y \geq 3, \quad x + y \leq 10, \quad 2y \geq 3x$$

Averigua en qué puntos se hace máxima y mínima la función $F(x, y) = 4x + 3y$.

Representamos las rectas y vemos en qué puntos se cortan:



$$\left.\begin{array}{l} x = 0 \\ y = 3 \end{array}\right\} A(0, 3) \qquad \left.\begin{array}{l} x = 0 \\ x + y = 10 \end{array}\right\} B(0, 10)$$

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 10 \\ 2y = 3x \end{array}\right\} C(4, 6) \qquad \left.\begin{array}{l} 2y = 3x \\ y = 3 \end{array}\right\} D(2, 3)$$

$$F(A) = F(0, 3) = 9 \qquad F(B) = F(0, 10) = 30$$

$$F(C) = F(4, 6) = 34 \qquad F(D) = F(2, 3) = 17$$

$F(x, y) = 4x + 3y$ se hace mínima en $A(0, 3)$ y máxima en $C(4, 6)$.

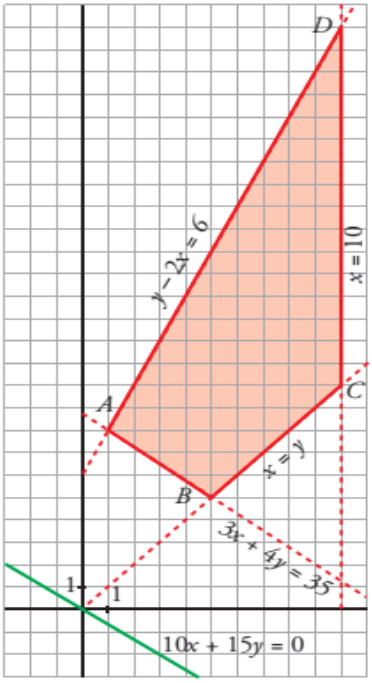
Cuestión 4:

Representa el recinto definido por estas inecuaciones:

$$x \geq 0 \qquad y \geq 0 \qquad x \leq 10 \qquad x \leq y \qquad y - 2x \leq 6 \qquad 3x + 4y \geq 35$$

¿En qué punto la función $F(x, y) = 10x + 15y$ alcanza el valor máximo?

Representamos las rectas y vemos en qué puntos se cortan:



$$\left.\begin{array}{l} y - 2z = 6 \\ 3x + 4y = 35 \end{array}\right\} A(1, 8)$$

$$\left.\begin{array}{l} 3x + 4y = 35 \\ x = y \end{array}\right\} B(5, 5)$$

$$\left.\begin{array}{l} x = y \\ x = 10 \end{array}\right\} C(10, 10)$$

$$\left.\begin{array}{l} x = 10 \\ y - 2x = 6 \end{array}\right\} D(10, 26)$$

$$F(A) = F(1, 8) = 130$$

$$F(B) = F(5, 5) = 125$$

$$F(C) = F(10, 10) = 250$$

$$F(D) = F(10, 26) = 490$$

Representamos después la dirección de las rectas que son de la forma $10x + 15y = K$.

$F(x, y) = 10x + 15y$ alcanza el valor máximo en el punto $D(10, 26)$.

Cuestión 5:

En una confitería se elaboran tartas de NATA y de MANZANA. Cada tarta de nata requiere medio kilo de azúcar y 8 huevos; y una de manzana, 1 kg de azúcar y 6 huevos. En la despensa quedan 10 kg de azúcar y 120 huevos.

¿Cuántas tartas de cada tipo se deben hacer si pretendemos que los ingresos por su venta sean máximos?

Considera tres casos:

a) Sus precios son: T. NATA, 12 €; T. MANZANA, 15 €.

b) Sus precios son: T. NATA, 16 €; T. MANZANA, 12 €.

c) Sus precios son: T. NATA, 15 €; T. MANZANA, 10 €.

Anotamos los datos en una tabla:

	CANTIDAD (kg)	HUEVOS	AZÚCAR
NATA	x	$8x$	$(1/2)x$
MANZANA	y	$6y$	$1y$

Restricciones del problema:

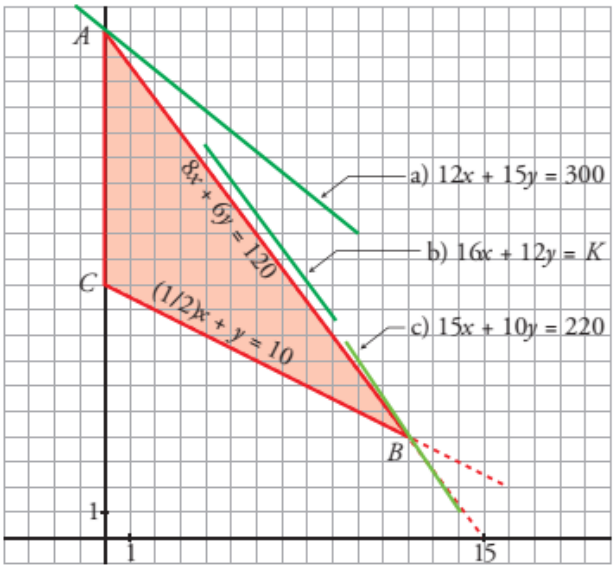
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 8x + 6y \leq 120 \\ (1/2)x + y \leq 10 \end{cases}$$

Dibujamos las rectas y hallamos los puntos de intersección:

$$\left.\begin{array}{l} x = 0 \\ 8x + 6y = 120 \end{array}\right\} A(0, 20)$$

$$\left.\begin{array}{l} 8x + 6y = 120 \\ (1/2)x + y = 10 \end{array}\right\} B(12, 4)$$

$$\left.\begin{array}{l} (1/2)x + y = 10 \\ x = 0 \end{array}\right\} C(0, 10)$$



a) Función objetivo: $F_1(x, y) = 12x + 15y$. Dibujamos la dirección de $12x + 15y = K$ trazando $12x + 15y = 300$. $F_1(x, y)$ alcanza el máximo en el punto $A(0, 20)$. Es decir, hay que hacer 20 tartas de manzana y ninguna de nata.

b) Función objetivo: $F_2(x, y) = 16x + 12y$. Dibujamos la dirección de $16x + 12y = K$. El máximo para $F_2(x, y)$ se consigue en cualquier punto, de coordenadas enteras, del lado que pasa por los puntos $A(0, 20)$ y $B(12, 4)$. Además de estas dos, las soluciones son (3, 16), (6, 12) y (9, 8) (la primera coordenada indica las tartas de nata que habría que hacer y la segunda, las tartas de manzana).

c) Función objetivo: $F_3(x, y) = 15x + 10y$. Dibujamos la dirección de $15x + 10y = K$ trazando la recta $15x + 10y = 220$. El máximo de $F_3(x, y)$ está en $B(12, 4)$: 12 tartas de nata y 4 de manzana.

Cuestión 6:

Hazlo tú. En una granja hay un total de 9 000 conejos. La dieta mensual mínima que debe consumir cada conejo es de 48 unidades de hidratos de carbono y 60 unidades de proteínas. En el mercado hay dos productos (A y B) que aportan estas necesidades de consumo. Cada envase de A contiene 2 unidades de hidratos de carbono y 4 unidades de proteínas y cada envase de B contiene 3 unidades de hidratos de carbono y 3 unidades de proteínas. Cada envase de A cuesta 0,24 euros y cada envase de B cuesta 0,20 euros.

Calcula el número de envases de cada tipo que se debe adquirir para que el coste sea mínimo. Halla el valor de dicho coste mensual mínimo.

x = envases del producto A

y = envases del producto B

Hacemos una tabla con los datos:

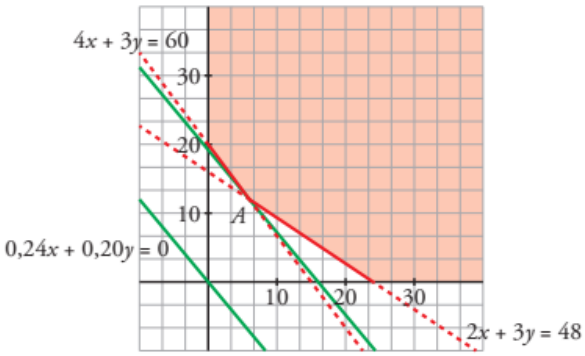
	HIDRATOS DE CARBONO	PROTEÍNAS	COSTE (€)
ENVASE DE A	2	4	0,24
ENVASE DE B	3	3	0,20

Las restricciones son:

$$\begin{cases} 2x + 3y \geq 48 \\ 4x + 3y \geq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

El coste que hay que minimizar es: Coste = $0{,}24x + 0{,}20y$

La región factible es:



Tomamos una recta paralela a la función objetivo y vemos que al trasladarla, el primer punto de la región factible por donde pasa es su vértice $A(6, 12)$ (corte de las rectas $2x + 3y = 48$ y $4x + 3y = 60$). Este será el valor mínimo.

Es decir, para cada conejo, para minimizar el coste, hay que comprar 6 envases de tipo A y 12 de tipo B. Para 9 000 conejos habrá que comprar $6 \cdot 9\,000 = 54\,000$ envases de tipo A y $12 \cdot 9\,000 = 108\,000$ envases de tipo B.

El coste mensual mínimo será:

$$\text{Coste} = 0{,}24 \cdot 54\,000 + 0{,}20 \cdot 108\,000 = 34\,560 \text{ €}$$

Cuestión 7:

Hazlo tú. En la fabricación de piensos se utilizan tres ingredientes, P, Q y R. Se dispone de 90 toneladas de P, 90 de Q y 70 de R. Se desea fabricar dos tipos de pienso, M_1 y M_2.

Una vagoneta de pienso M_1 requiere 2 t de P, 1 t de Q y 1 t de R y se vende a 1 200 €, y una vagoneta de M_2 requiere 1 t de P, 2 t de Q y 1 t de R, y se vende a 1 000 €.

¿Cuántas toneladas de cada pienso deben facturarse para obtener el mayor beneficio?

x = toneladas de pienso M_1

y = toneladas de pienso M_2

Hacemos un tabla con los datos:

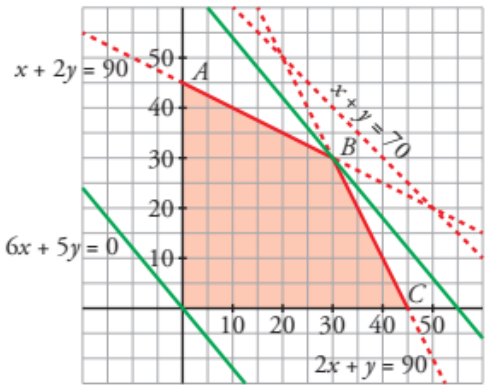
	INGREDIENTE $P(t)$	INGREDIENTE $Q(t)$	INGREDIENTE $R(t)$	COSTE (€)
VAGONETA DE PIENSO M_1	2	1	1	1 200
VAGONETA DE PIENSO M_2	1	2	1	1 000

Las restricciones son:

$$\begin{cases} 2x + y \leq 90 \\ x + 2y \leq 90 \\ x + y \leq 70 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Beneficio que se quiere maximizar: $z = 1\,200x + 1\,000y$ en euros.

La representación de la región de validez y la función objetivo es:



El último punto de la región factible en el que tocan las rectas paralelas a la función objetivo es el vértice $B(30, 30)$, punto en el que z será máxima.

Por tanto, deben facturarse 30 toneladas de M_1 y 30 toneladas de M_2.

Cuestión 8:

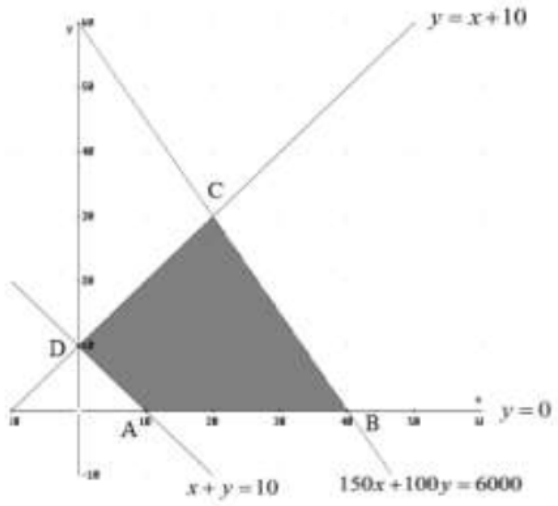
Una empresa de recambios industriales produce dos tipos de baterías, A y B. Su producción semanal debe ser de al menos 10 baterías en total y el número de baterías de tipo B no puede superar en más de 10 unidades a las fabricadas del tipo A. Cada batería de tipo A tiene unos gastos de producción de 150 euros y cada batería de tipo B de 100 euros, disponiendo de un máximo de 6000euros a la semana para el coste total de producción.
Si la empresa vende todo lo que produce y cada batería de tipo A genera un beneficio de 130euros y la de tipo B de 140 euros, ¿cuántas baterías de cada tipo tendrán que producir a la semana para que el beneficio total sea máximo?. ¿Cuál es ese beneficio?.

R E S O L U C I Ó N

La función que queremos que sea mínimo es: $F(x,y)=130x+140y$

Las restricciones son: $\left.\begin{array}{r} x+y\geq 10 \\ y\leq x+10 \\ 150x+100y\leq 6000 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right\}$

Dibujamos el recinto.



Los vértices del recinto son los puntos:

$$A=(10,0)\ ;\ B=(40,0)\ ;\ C=(20,30)\ ;\ D=(0,10)\ .$$

Calculamos los valores que toma la función $F(x,y)=130x+140y$ en dichos puntos

$$F(A)=F(10,0)=1300\ ;\ F(B)=F(40,0)=5200\ ;$$
$$F(C)=F(20,30)=6800\ ;\ F(D)=F(0,10)=1400$$

Luego, el beneficio máximo se alcanza fabricando 20 baterías de tipo A y 30 baterías de tipo B. El beneficio máximo es 6.800 €.

Cuestión 9:

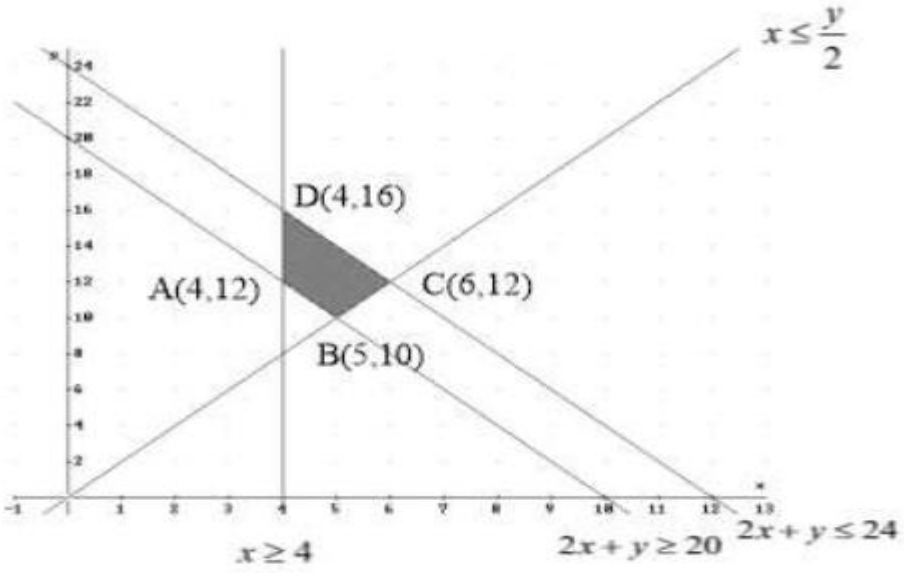
La Agencia Espacial Europea contará con un presupuesto de 2'4 millones de euros para financiar misiones sobre Observación de la Tierra y para financiar programas de Transporte Espacial.
Cada misión supone una inversión de 200.000 euros y cada programa 100.000 euros. Teniendo en cuenta que en la decisión final deben superarse los 2 millones de euros de inversión y el número de misiones debe ser al menos 4, pero no más de la mitad del número de programas, ¿cuántas misiones y cuántos programas se deben llevar a cabo para obtener el máximo de la función $F(x,y)=0'6x+0'4y$, con x misiones e y programas?.

R E S O L U C I Ó N

Llamamos x a las misiones e y a los programas

Las inecuaciones del problema son:
$$\left.\begin{array}{r} 200000x+100000y\le 2400000 \\ 200000x+100000y\ge 2000000 \\ x\ge 4 \\ x\le \dfrac{y}{2} \\ y\ge 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 2x+y\le 24 \\ 2x+y\ge 20 \\ x\ge 4 \\ x\le \dfrac{y}{2} \\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x,y)=0'6x+0'4y$.
A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: $A=(4,12)$; $B=(5,10)$; $C=(6,12)$; $D=(4,16)$
Calculamos los valores que toma la función $F(x,y)=0'6x+0'4y$ en dichos puntos
$F(A)=F(4,12)=7'2$ $\quad F(B)=F(5,10)=7$ $\quad F(C)=F(6,12)=8'4$ $\quad F(D)=F(4,16)=8'8$

Luego, se deben realizar 4 misiones y 16 programas.

Cuestión 10:

Un laboratorio farmacéutico tiene una línea de producción con dos medicamentos A y B, con marca comercial y genérico respectivamente, de los cuales, entre los dos como máximo puede fabricar 10 unidades a la hora. Desde el punto de vista del rendimiento, se han de producir al menos 4 unidades por hora entre los dos y por motivos de política sanitaria, la producción de A ha de ser como mucho 2 unidades más que la de B.
Cada unidad de tipo A que vende le produce un beneficio de 60 euros, mientras que cada unidad de tipo B le produce un beneficio de 25 euros. Si se vende todo lo que se produce, determine las unidades de cada medicamento que deberá fabricar por hora para maximizar su beneficio y obtenga el valor de dicho beneficio.

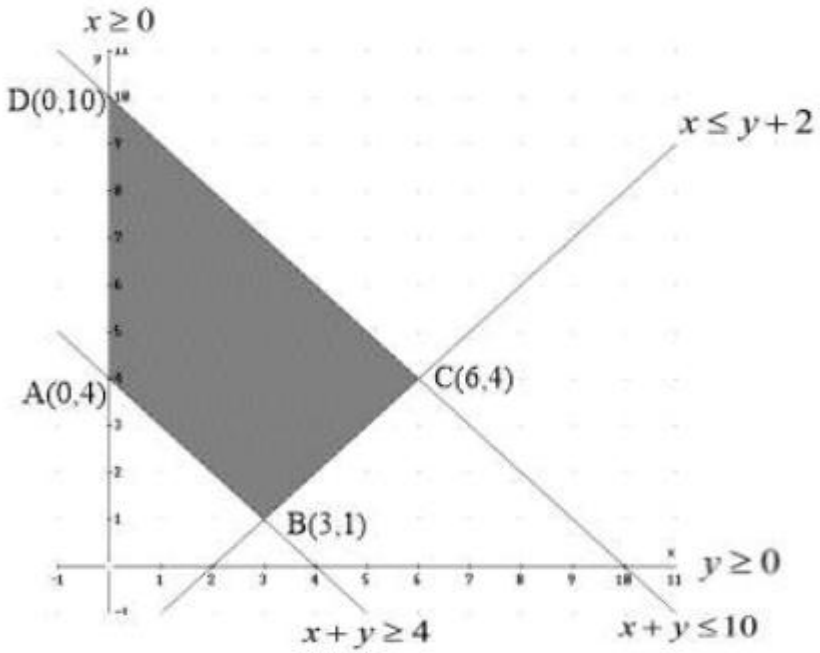
R E S O L U C I Ó N

Sea $x =$ nº de unidades del medicamento A ; $y =$ nº de unidades del medicamente B

Las inecuaciones del problema son: $\left.\begin{array}{r} x+y\le 10 \\ x+y\ge 4 \\ x\le y+2 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{array}\right\}$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x,y)=60x+25y$.

A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: $A=(0,4)$; $B=(3,1)$; $C=(6,4)$; $D=(0,10)$

Calculamos los valores que toma la función $F(x,y)=60x+25y$ en dichos puntos

$F(A)=F(0,4)=100\,€$ $\quad F(B)=F(3,1)=205\,€$ $\quad F(C)=F(6,4)=460\,€$

$F(D)=F(0,10)=250\,€$

Luego vemos que para que su beneficio sea máximo se deben vender 6 unidades del medicamento A y 4 unidades del medicamento B y el beneficio sería de 460 €.

Cuestión 11:

a) Una frutería vende dos tipos de surtidos de frutos rojos, A y B. El surtido de tipo A contiene 75 g de arándanos, 100 g de frambuesas y se vende a 2,40 euros, mientras que el de tipo B contiene 75 g de arándanos, 50 g de frambuesas y se vende a 1,80 euros. La frutería dispone de un total de 3'75 kg de arándanos y 4 kg de frambuesas y el número de surtidos que vende del tipo A, siempre es menor o igual al doble de los de tipo B.
Formule, sin resolver, el problema que permite obtener el número de surtidos de cada tipo que debe vender para que el beneficio sea máximo.
b) Represente el recinto limitado por las siguientes restricciones, calculando sus vértices:

$$x+4y\geq 5 \quad ; \quad x+2y\geq 4 \quad ; \quad 7x+5y\leq 35 \quad ; \quad x\geq 0$$

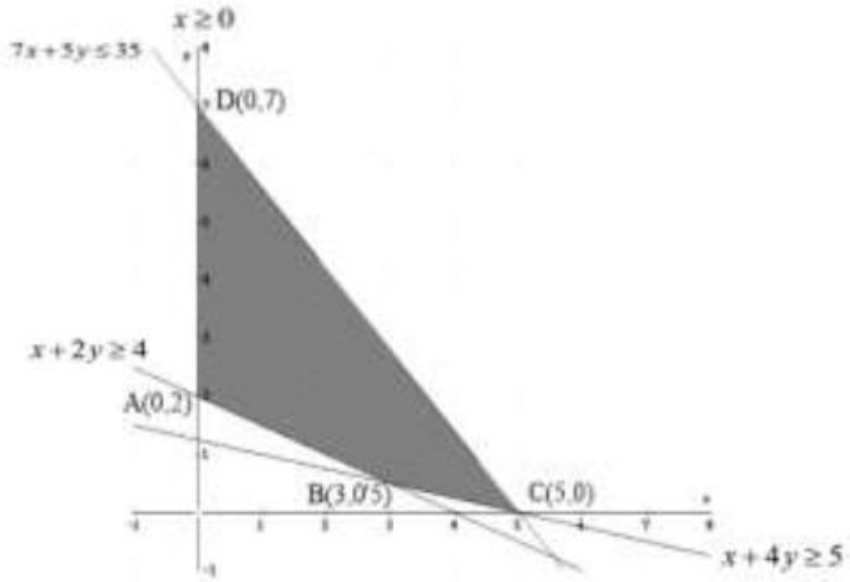
¿En qué punto de la región anterior la función $F(x,y)=2x+y$ alcanza el mínimo y cuál es dicho valor?.

a) Si llamamos $x=$ surtido A e $y=$ surtido B, las restricciones del problema son:

$$\left.\begin{array}{r} 75x+75y\leq 3750 \\ 100x+50y\leq 4000 \\ x\leq 2y \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right\}$$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x,y)=2'4x+1'8y$.

b) Dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos:

$$A=(0,2)\ ;\ B=\left(3,0'5\right)\ ;\ C=(5,0)\ ;\ D=(0,7)$$

Calculamos los valores que toma la función $F(x,y)=2x+y$ en dichos puntos

$F(A)=F(0,2)=2 \qquad F(B)=F\left(3,0'5\right)=6'5 \qquad F(C)=F(5,0)=10 \qquad F(D)=F(0,7)=7$

Luego vemos que el mínimo se alcanza en el punto $A=(0,2)$ y vale 2.

Cuestión 12:

Se consideran las siguientes inecuaciones:

$$5x-3y\geq -9 \quad ; \quad x+y\leq 11 \quad ; \quad 6x+y\leq 36 \quad ; \quad x+2y\geq 6$$

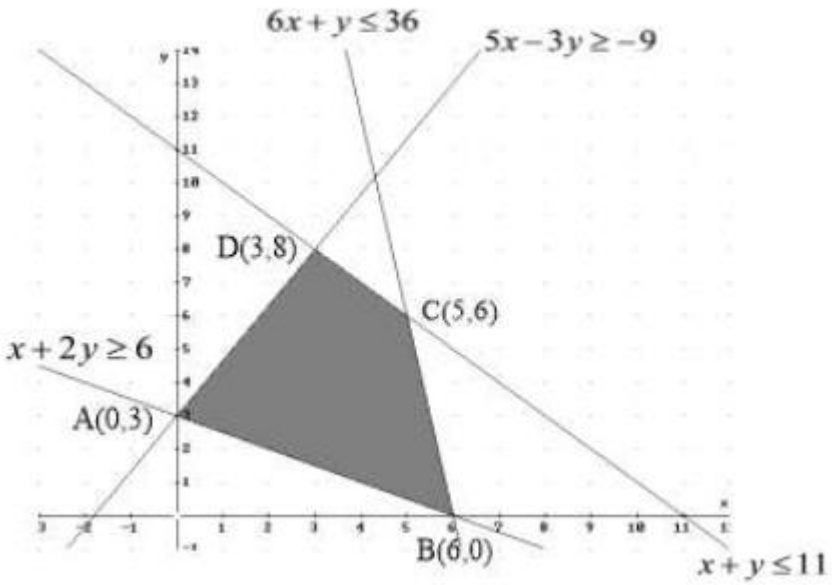
a) Representa la región factible definida por las inecuaciones anteriores y determine sus vértices.

b) ¿Pertenece el punto $(5,7)$ a la región factible anterior?.

c) Calcule los valores máximo y mínimo de la función $F(x,y)=10x-6y$ en la región anterior y determine los puntos en los que se alcanzan.

R E S O L U C I Ó N

a) Dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: $A=(0,3)$; $B=(6,0)$; $C=(5,6)$; $D=(3,8)$.

b) Sustituimos el punto $(5,7)$ en las inecuaciones.

$5\cdot 5-3\cdot 7=4\geq -9 \Rightarrow Cierto$

$5+7=12\leq 11 \Rightarrow Falso$

$6\cdot 5+7=37\leq 36 \Rightarrow Falso$

$5+2\cdot 7=19\geq 6 \Rightarrow Cierto$

Luego, el punto $(5,7)$ no pertenece al recinto, ya que no verifica todas las inecuacioes.

c) Calculamos los valores que toma la función $F(x,y)=10x-6y$ en dichos puntos

$$F(A)=F(0,3)=-18$$
$$F(B)=F(6,0)=60$$
$$F(C)=F(5,6)=14$$
$$F(D)=F(3,8)=-18$$

Luego vemos que el mínimo está en todos los puntos del segmento AD y vale -18. El máximo está en el punto $B=(6,0)$ y vale 60.

Cuestión 13:

Se consideran las siguientes inecuaciones:

$$5x-4y\le -19 \quad 3x-4y\le -13 \quad x\ge -7 \quad -x-y\ge 2$$

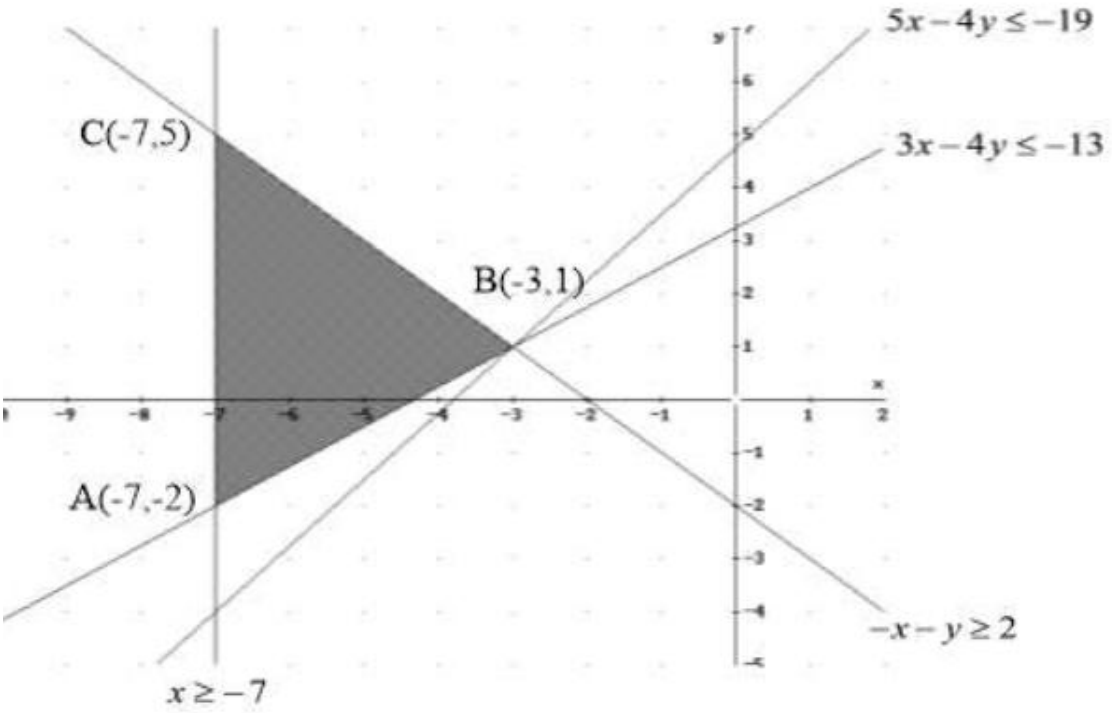
a) Represente la región factible definida por las inecuaciones y determine sus vértices.

b) ¿Cuáles son los puntos en los que se alcanza el mínimo y el máximo de la función $G(x,y)=-\frac{1}{5}x+\frac{5}{2}y$ en la citada región factible?. ¿Cuál es su valor?.

c) Responda de forma razonada si la función $G(x,y)=-\frac{1}{5}x+\frac{5}{2}y$ puede alcanzar el valor $\frac{47}{3}$ en la región factible hallada.

R E S O L U C I Ó N

a) Lo primero que hacemos es dibujar el recinto y calcular los vértices del mismo



Los vértices del recinto son los puntos: $A=(-7,-2)$; $B=(-3,1)$; $C=(-7,5)$.

b) Calculamos los valores que toma la función $G(x,y)=-\frac{1}{5}x+\frac{5}{2}y$ en dichos puntos

$$F(A)=F(-7,-2)=-\frac{18}{5} \;;\; F(B)=F(-3,1)=\frac{31}{10} \;;\; F(C)=F(-7,5)=\frac{139}{10}$$

Luego vemos que el máximo está en el punto $C=(-7,5)$ y vale $\frac{139}{10}$. El mínimo está en el punto $A=(-7,-2)$ y vale $-\frac{18}{5}$.

c) No. Ya que el valor máximo es $\frac{139}{10}$ y $\frac{47}{3}>\frac{139}{10}$.

Cuestión 14:

Se considera la región del plano definida por las siguientes inecuaciones:

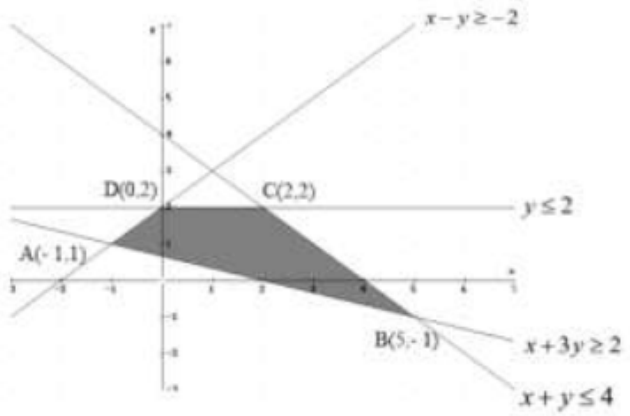
$$x+y\leq 4\ ;\ x-y\geq -2\ ;\ x+3y\geq 2\ ;\ y\leq 2$$

a) (1'5 puntos) Represéntela gráficamente y determine sus vértices.

b) (0'25 puntos) Indique razonadamente si el punto $(4,-0'75)$ pertenece a dicha región.

c) (0.75 puntos) ¿En qué puntos de la región anterior la función $F(x,y)=x+y$ alcanza los valores máximo y mínimo y cuáles son estos valores?

a) Lo primero que hacemos es dibujar el recinto.



Los vértices del recinto son los puntos: $A=(-1,1)$; $B=(5,-1)$; $C=(2,2)$; $D=(0,2)$.

b) Comprobamos si el punto $(4,-0'75)$ verifica las inecuaciones.

$$x+y\leq 4\Rightarrow 4-0'75\leq 4\Rightarrow SI$$
$$x-y\geq -2\Rightarrow 4+2\geq -2\Rightarrow SI$$
$$x+3y\geq 2\Rightarrow 4-2'25\geq 2\Rightarrow NO$$
$$y\leq 2\Rightarrow -0'75\leq 2\Rightarrow SI$$

El punto no pertenece a la región ya que no verifica todas las inecuaciones.

c) Calculamos los valores que toma la función $F(x,y)=x+y$ en dichos puntos

$$F(A)=F(-1,1)=0$$
$$F(B)=F(5,-1)=4$$
$$F(C)=F(2,2)=4$$
$$F(D)=F(0,2)=2$$

Luego vemos que el máximo está en todos los puntos del segmento BC y vale 4. El mínimo está en el punto $A=(-1,1)$ y vale 0.

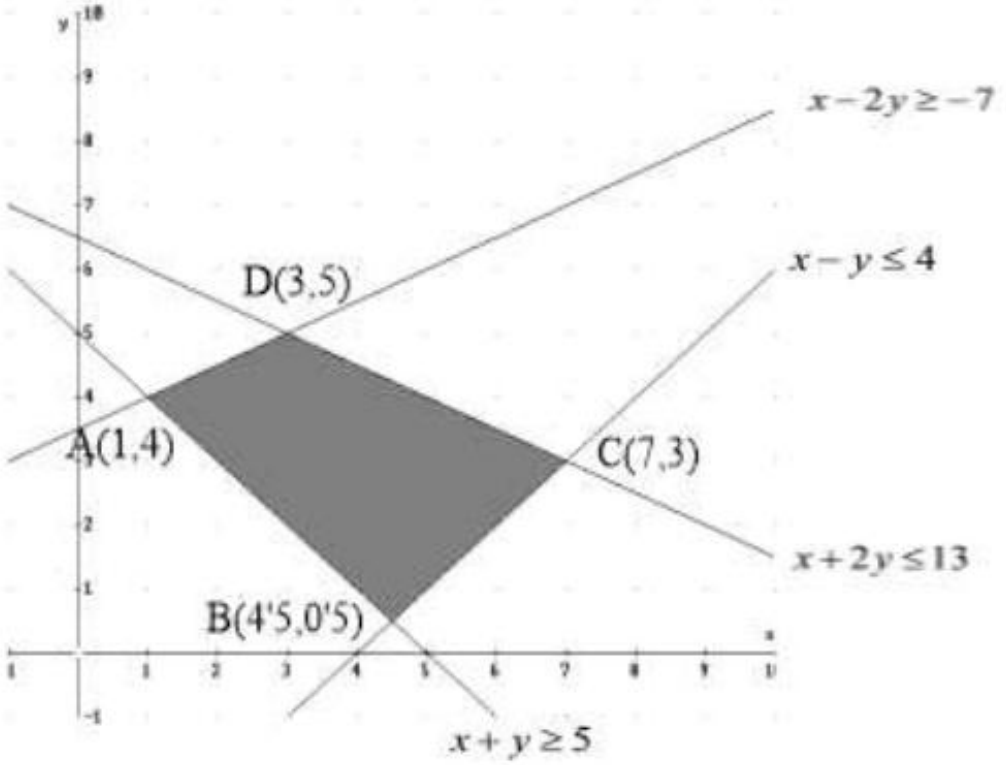
Cuestión 15:

a) (1'75 puntos) Represente la región factible definida por las siguientes inecuaciones y calcule sus vértices:

$$x+2y\le 13 \qquad x-y\le 4 \qquad x-2y\ge -7 \qquad x+y\ge 5$$

b) (0'75 puntos) Calcule los valores máximo y mínimo de la función objetivo $F(x,y)=x+y$ en la región anterior y determine los puntos en los que se alcanzan.

a) Dibujamos el recinto y calculamos los vértices del mismo



Los vértices del recinto son los puntos: $A=(1,4)$; $B=(4'5,0'5)$; $C=(7,3)$; $D=(3,5)$.

b) Calculamos los valores que toma la función $F(x,y)=x+y$ en dichos puntos

$$F(A)=F(1,4)=5$$
$$F(B)=F(4'5,0'5)=5$$
$$F(C)=F(7,3)=10$$
$$F(D)=F(3,5)=8$$

Luego vemos que el máximo está en el punto $C=(7,3)$ y vale 10. El mínimo está en todos los puntos del segmento AB y vale 5.

Cuestión 16:

a) (1 punto) Una fábrica de electrodomésticos dispone de dos cadenas de montaje. En una hora de trabajo, la cadena A produce 10 lavadoras y 5 frigoríficos, mientras que la cadena B produce 7 lavadoras y 6 frigoríficos. El coste de cada hora de trabajo en las cadenas A y B es de 1200y 1500 euros, respectivamente. La cadena A puede funciona, como máximo, el doble de horas que la cadena B. Si deben producir como mínimo 400 lavadoras y 280 frigoríficos, formule, sin resolver, el problema que permite obtener las horas de funcionamiento de las cadenas A y B para minimizar el coste de producción de esos electrodomésticos.

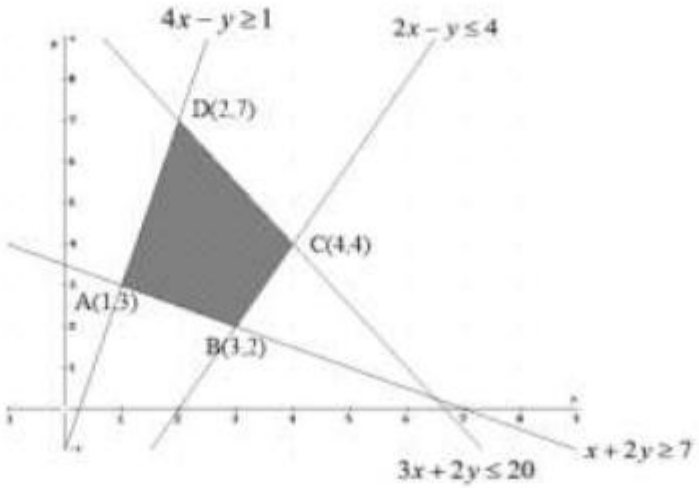
b) (1'5 puntos) Represente el recinto definido por las siguientes inecuaciones y calcule sus vértices: $x+2y\geq 7$; $4x-y\geq 1$; $2x-y\leq 4$; $3x+2y\leq 20$; $x\geq 0$; $y\geq 0$

Obtenga el valor mínimo de la función $F(x,y)=2x+y$ en el recinto anterior, así como el punto en el que se alcanza.

a) La función que queremos que sea mínimo es: $F(x,y)=1200x+1500y$

Las restricciones son:
$$\left.\begin{array}{r} 10x+7y\geq 400 \\ 5x+6y\geq 280 \\ x\leq 2y \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right\}$$

b) Dibujamos el recinto.



Los vértices del recinto son los puntos:

$$A=(1,3)\ ;\ B=(3,2)\ ;\ C=(4,4)\ ;\ D=(2,7)\ .$$

Calculamos los valores que toma la función $F(x,y)=2x+y$ en dichos puntos

$$F(A)=F(1,3)=5\ ;\ F(B)=F(3,2)=8;\ F(C)=F(4,4)=12\ ;\ F(D)=F(2,7)=11$$

Luego, el mínimo de la función está en el punto $A=(1,3)$ y vale 5.

Cuestión 17:

Con el fin de recaudar dinero para el viaje de fin de curso, los alumnos de un instituto van a poner a la venta dos tipos de bolsas de merienda. El primer tipo contendrá dos bocadillos, un refresco y una pieza de fruta y el segundo tipo tendrá un bocadillo, un refresco y dos piezas de fruta. Por cada bolsa del primer tipo cobrarán 6 euros y por las del segundo tipo 5 euros. Sabiendo que disponen de 120 bocadillos, 70 refrescos y 110 piezas de fruta y que se tiene garantizada la venta de todas las bolsas, ¿cuántas convendría preparar de cada tipo para que la cantidad de dinero obtenida por su venta sea máxima y a cuánto asciende la misma? ¿Es posible que vendan 40 bolsas de cada tipo? ¿Hay alguna posibilidad de que el importe de las ventas sea de 410 euros?

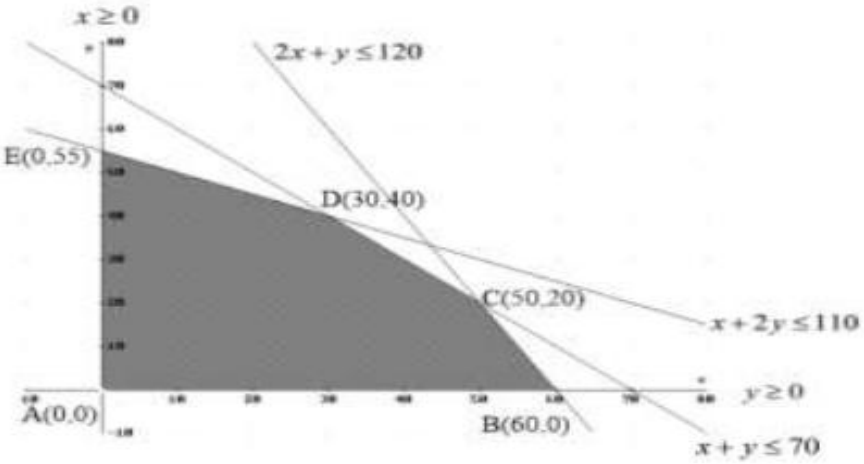
Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Para ello vamos a poner en una tabla los datos del problema.

	Bocadillos	Refrescos	Frutas	Precio
x =Bolsa A	2	1	1	6 €
y =Bolsa B	1	1	2	5 €
Total	120	70	110	

Las inecuaciones del problema son: $\left.\begin{array}{r} 2x+y\le 120 \\ x+y\le 70 \\ x+2y\le 110 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{array}\right\}$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x,y)=6x+5y$.

A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos:

$$A=(0,0)\ ;\ B=(60,0)\ ;\ C=(50,20)\ ;\ D=(30,40)\ ;\ E=(0,55)$$

Calculamos los valores que toma la función $F(x,y)=6x+5y$ en dichos puntos

$F(A)=F(0,0)=0\,€$ $\quad F(B)=F(60,0)=360\ €$ $\quad F(C)=F(50,20)=400\,€$

$F(D)=F(30,40)=380\,€$ $\quad F(E)=F(0,55)=275\,€$

Luego vemos que para que su venta sea máxima se deben vender 50 bolsas del tipo A y 20 bolsas del tipo B y el dinero obtenido sería 400 €.

No es posible vender 40 bolsas de cada tipo, ya que el punto $(40,40)$ no pertenece al recinto.

El importe no puede ser 410 €, ya que hemos visto que el máximo es 400 €.

Cuestión 18:

(2.5 puntos) Un cocinero tiene que hacer el postre para una cena y le han encargado dos de sus mejores creaciones: Delicia Roja y Delicia Negra. Para elaborar 1 kg de Delicia Roja son necesarias 3 tarrinas de fresas y 1 tableta de chocolate y para elaborar 1 kg de Delicia Negra se necesita 1 tarrina de fresas y 2 tabletas de chocolate. Dispone de 15 tarrinas de fresas y 10 tabletas de chocolate. Además, la cantidad de Delicia Negra no debe ser inferior a 1'5 kg y tampoco debe ser superior al doble de Delicia Roja. Si cada kilogramo de Delicia Roja le reporta un beneficio de 3 euros y el de Delicia Negra 5 euros, averigüe qué cantidad de cada postre debe elaborar para conseguir un beneficio máximo y a cuánto asciende ese beneficio.

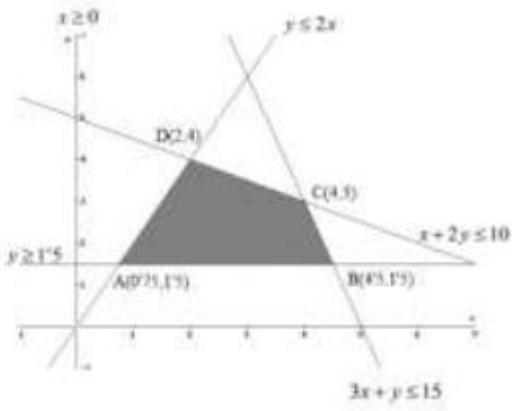
Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Para ello vamos a poner en una tabla los datos del problema.

	Fresa	Chocolate	Precio
x **=Delicia roja**	3	1	3 €
y **=Delicia negra**	1	2	5 €
Total	15	10	

Las inecuaciones del problema son: $\left.\begin{array}{r} 3x+y\le 15 \\ x+2y\le 10 \\ y\ge 1'5 \\ y\le 2x \\ x\ge 0 \end{array}\right\}$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x,y)=3x+5y$.

A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: $A=(0'75,1'5)$; $B=\left(4'5,1'5\right)$; $C=(4,3)$; $D=(2,4)$

Calculamos los valores que toma la función $F(x,y)=3x+5y$ en dichos puntos

$F(A)=F(0'75,1'5)=9'75\,€$ $\quad F(B)=F\left(4'5,1'5\right)=21\,€$ $\quad F(C)=F(4,3)=27\,€$

$F(D)=F(2,4)=26\,€$

Luego vemos que para que su beneficio sea máximo se deben vender 4 Delicias Roja y 3 Delicias Negra y el beneficio obtenido sería 27 €.