HOJA 1 DE EJERCICIOS RESUELTOS
UNIDAD 1: **NÚMEROS REALES**

Ejercicio 1:

> **Nota teórica**:
> En una potencia de potencias, los exponentes se multiplican.

a) $\left(3^4\right)^2 = 3^{4\cdot 2} = 3^8$

b) $\left(2^{-3}\right)^{-3} = 2^{-3\cdot(-3)} = 2^9$

c) $\left[\left(3^{-3}\right)^{-2}\right]^{-2} = 3^{-3\cdot(-2)\cdot(-2)} = 3^{6\cdot(-2)} = 3^{-12}$

d) $\left(3^4\right)^0 = 3^{4\cdot 0} = 3^0 = 1$

e) $\left\{\left[\left(3^3\right)^{-1}\right]^{-2}\right\}^{-2} = 3^{3\cdot(-1)\cdot(-2)\cdot(-1)} = 3^{3\cdot(-1)\cdot(-2)\cdot(-1)} = 3^{-6} = \dfrac{1}{3^6}$

Ejercicio 2:

> **Nota teórica**:
> En la multiplicación de potencias con la misma base, los exponentes se suman.

a) $2^4 \cdot 2^2 = 2^{4+2} = 2^6$

b) $3 \cdot 3^2 \cdot 3^6 = 3^{1+2+6} = 3^9$

c) $2^4 \cdot 2^{-2} = 2^{4+(-2)} = 2^{4-2} = 2^2$

d) $2^{-4} \cdot 2^{-2} = 2^{-4+(-2)} = 2^{-4-2} = 2^{-6} = \dfrac{1}{2^6}$

e) $2^{-1} \cdot 2^3 \cdot 2^{-2} = 2^{-1+3+(-2)} = 2^{-1+3-2} = 2^0 = 1$

f) $27^5 \cdot 81^7 \cdot = \left(3^3\right)^5 \cdot \left(3^4\right)^7 = 3^{3\cdot 5} \cdot 3^{4\cdot 7} = 3^{15} \cdot 3^{28} = 3^{15+28} = 3^{43}$

g) $25^3 \cdot 5^4 \cdot 125^2 = \left(5^2\right)^3 \cdot 5^4 \cdot \left(5^3\right)^2 = 5^{2\cdot 3} \cdot 5^4 \cdot 5^{3\cdot 2} = 5^6 \cdot 5^4 \cdot 5^6 = 5^{6+4+6} = 5^{14}$

Ejercicio 3:

> **Nota teórica**:
> En la división de potencias con la misma base, los exponentes se restan.

a) $5^3 : 5^2 = 5^{3-2} = 5^1 = 5$

b) $11^3 : 11^{-3} = 11^{3-(-3)} = 11^{3+3} = 11^6$

c) $\dfrac{2^2}{2^{-3}} = 2^{2-3} = 2^{-1} = \dfrac{1}{2}$

d) $7^{-8} : 7^3 = 7^{-8+3} = 7^{-5} = \dfrac{1}{7^5}$

e) $\dfrac{2^2 : 2^{-3}}{2^{-3}} = \dfrac{2^{2-(-3)}}{2^{-3}} = \dfrac{2^{2+3}}{2^{-3}} = \dfrac{2^5}{2^{-3}} = 2^{5-(-3)} = 2^{5+3} = 2^8$

f) $\left(3^5 : 3^{-2}\right) : 3^{-4} = 3^{5-(-2)} : 3^{-4} = 3^{5+2} : 3^{-4} = 3^7 : 3^{-4} = 3^{7-(-4)} = 3^{7+4} = 3^{11}$

g) $\left(8^5 : 4^{-2}\right) : 2^{-4} = \left[\left(2^3\right)^5 : \left(2^2\right)^{-2}\right] : 2^{-4} = \left(2^{15} : 2^{-4}\right) : 2^{-4} = 2^{15-(-4)} : 2^{-4} = 2^{19} : 2^{-4} =$

$2^{19-(-4)} = 2^{19+4} = 2^{23}$

Ejercicio 4:

a) $\dfrac{\left(5^2\right)^3}{\left(5^3\right)^7} = \dfrac{5^{2\cdot 3}}{5^{3\cdot 7}} = \dfrac{5^6}{5^{21}} = 5^{6-21} = 5^{-15} = \dfrac{1}{5^{15}}$

b) $\left(3^2\right)^3 : \left(3^3\right)^3 = 5^{2\cdot 3} : 5^{3\cdot 3} = 3^6 : 3^9 = 3^{6-9} = 3^{-3} = \dfrac{1}{3^3}$

c) $\dfrac{\left(3^2\right)^5 \cdot 3^3}{\left(3^3\right)^2} = \dfrac{3^{2\cdot 5} \cdot 3^3}{3^{3\cdot 2}} = \dfrac{3^{10} \cdot 3^3}{3^6} = \dfrac{3^{10+3}}{3^6} = \dfrac{3^{13}}{3^6} = 3^{13-6} = 3^7$

d) $\dfrac{\left(5^{-2} \cdot 5^{-3}\right)^{-1} : 5^2}{5^3 : \left(\left(5^2\right)^2\right)^{-1}} = \dfrac{\left(5^{-2+(-3)}\right)^{-1} : 5^2}{5^3 : 5^{2\cdot 2\cdot(-1)}} = \dfrac{\left(5^{-2-3}\right)^{-1} : 5^2}{5^3 : 5^{-4}} = \dfrac{5^{(-5)\cdot(-1)} : 5^2}{5^{3-(-4)}} =$

$= \dfrac{5^5 : 5^2}{5^{3+4}} = \dfrac{5^{5-2}}{5^7} = \dfrac{5^3}{5^7} = 5^{3-7} = 5^{-4} = \dfrac{1}{5^4}$

e) $\dfrac{\left(2^{-2}\right)^{-3} : \left(2^{-3}\right)^2}{\left(2^{-3}\right)^{-1} \cdot \left(2^{-1}\right)^{-2}} = \dfrac{2^{-2\cdot(-3)} : 2^{-3\cdot 2}}{2^{-3\cdot(-1)} \cdot 2^{-1\cdot(-2)}} = \dfrac{2^6 : 2^{-6}}{2^3 \cdot 2^2} = \dfrac{2^{6-(-6)}}{2^{3+2}} = \dfrac{2^{6+6}}{2^5} = \dfrac{2^{12}}{2^5} = 2^{12-5} = 2^7$

Ejercicio 5:

Simplifica y expresa el resultado como potencia.

a) $\dfrac{5^7 \cdot 3^3 \cdot 6^{-4}}{6^{-2} \cdot 3^{-3} \cdot 5^{-14}}$ b) $2 \cdot \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{2^{-3}}{3^2} \cdot \left(\dfrac{3}{8}\right)^2$

a) $\dfrac{5^7 \cdot 3^3 \cdot 6^{-4}}{6^{-2} \cdot 3^{-3} \cdot 5^{-14}} = \dfrac{6^2 \cdot 5^{14} \cdot 5^7 \cdot 3^3 \cdot 3^3}{6^4} = \dfrac{5^{21} \cdot 3^6}{6^2} = \dfrac{5^{21} \cdot 3^4}{2^2}$

b) $2 \cdot \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{2^{-3}}{3^2} \cdot \left(\dfrac{3}{8}\right)^2 = \dfrac{2 \cdot 3^3}{2^{11} \cdot 3^2} = \dfrac{3}{2^{10}}$

Ejercicio 6:

Realiza estas operaciones.

a) $\left(\dfrac{5}{6} - \dfrac{4}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\dfrac{2}{3}\right)^{-1} + \left(\dfrac{1}{2}\right)^2$ b) $\left(\dfrac{5}{2} + \dfrac{2}{5}\right)^{-1} : \left(\dfrac{7}{3}\right)^{-1} - \left(\dfrac{4}{3}\right)^2$

a)
$$\left(\frac{5}{6} - \frac{4}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$$
$$= \left(\frac{25}{30} - \frac{24}{30}\right)^{-2} \cdot \frac{3}{2} + \frac{1}{4} =$$
$$= \left(\frac{1}{30}\right)^{-2} \cdot \frac{3}{2} + \frac{1}{4} =$$
$$= 900 \cdot \frac{3}{2} + \frac{1}{4} =$$
$$= 1.350 + \frac{1}{4} =$$
$$= \frac{5.401}{4}$$

b)
$$\left(\frac{5}{2} + \frac{2}{5}\right)^{-1} : \left(\frac{7}{3}\right)^{-1} - \left(\frac{4}{3}\right)^2 =$$
$$= \left(\frac{25}{10} - \frac{4}{10}\right)^{-1} : \frac{3}{7} - \frac{16}{9} =$$
$$= \left(\frac{21}{10}\right)^{-1} : \frac{3}{7} - \frac{16}{9} =$$
$$= \frac{10}{21} : \frac{3}{7} - \frac{16}{9} =$$
$$= \frac{70}{63} - \frac{16}{9} =$$
$$= \frac{-42}{63}$$

Ejercicio 7:

Simplificar, mediante las propiedades de las potencias, dejando el **resultado como entero o fracción** (salvo si es muy elevado, en cuyo caso puede dejarse como potencia); no vale usar calculadora:

a) $\left[\left(\frac{5}{2}\right)^3\right]^{-4} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{-2} =$ *(Soluc: $2^8/5^{10}$)*

b) $\left(\frac{6}{5}\right)^6 \cdot \left(-\frac{10}{3}\right)^{-4} =$ *(Soluc: $3^{10} \cdot 2^2/5^{10}$)*

c) $\dfrac{2^{-3} \cdot (-2)^4 \cdot (-4)^{-1}}{-2} =$ *(Soluc: 1/4)*

d) $(-1)^3 + (-1)^2 + (-1) =$ *(Soluc: -1)*

e) $2\cdot(-1)^3-4\cdot(-1)^2+2\cdot(-1)=$ *(Soluc: -8)*

f) $\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)^{2}}{2^{-1}}=$ *(Soluc: 1)*

g) $2\cdot(-2)^4+3\cdot(-2)^3-4\cdot(-2)^2-3\cdot(-2)=$ *(Soluc: -2)*

h) $\dfrac{\left(\frac{4}{9}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{5}{4}\right)^{3}}{\left(\frac{25}{3}\right)^{2}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\cdot 2^{-7}}=$

(Soluc: 3/10)

i) $\dfrac{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}\right]^{-3}}{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-6}:\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}\right]^{-2}}=$ *(Soluc: $(2/3)^{15}$)*

Ejercicio 8:

Hallar la fracción generatriz de los siguientes números decimales. Comprobar el resultado haciendo la división a mano (sin calculadora):

1) $0{,}25$ *(Soluc: 1/4)*

2) $0{,}\hat{6}$ *(Soluc: 2/3)*

3) $0{,}2\hat{3}$ *(Soluc: 7/30)*

4) $0{,}12$ *(Soluc: 3/25)*

5) $0{,}1\hat{2}$ *(Soluc: 11/90)*

6) $0{,}12\overset{\frown}{35}$ *(Soluc: 1223/9900)*

7) $1{,}125$ *(Soluc: 9/8)*

8) $0{,}\overset{\frown}{126}$ *(Soluc: 14/111)*

Ejercicio 9:

Representa los siguientes conjuntos numéricos de todas las formas que conozcas.

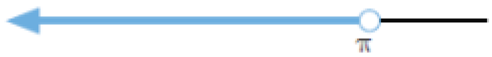
a) Números menores que π.

b) Números mayores que $\sqrt{3}$ y menores o iguales que 7.

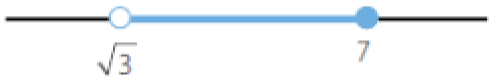
c) Números menores o iguales que 2 y mayores que -2.

d) Números comprendidos entre los dos primeros números pares, ambos incluidos.

a) $(-\infty, \pi) = \{x: x < \pi\}$



b) $(\sqrt{3}, 7] = \{x: \sqrt{3} < x \leq 7\}$



c) $(-2, 2] = \{x: -2 < x \leq 2\}$

d) $[2, 4] = \{x: 2 \leq x \leq 4\}$

Ejercicio 10:

Escribe, de todas las maneras que conozcas, estos intervalos de la recta real.

a) 

c) 

b) 

d) 

a) $(-\infty, -3) = \{x: x < -3\}$

c) $(3, +\infty) = \{x: x > 3\}$

b) $[-3, 2) = \{x: -3 \leq x < 2\}$

d) $(-1, 1) = \{x: |x| < 1\}$

Ejercicio 11:

Escribe el intervalo que corresponde a estas desigualdades.

a) $1 < x < 3$ b) $6 < x \leq 7$ c) $5 \leq x < 9$ d) $10 \leq x \leq 12$

a) $(1, 3)$ b) $(6, 7]$ c) $[5, 9)$ d) $[10, 12]$

Ejercicio 12:

Representa, mediante intervalos, los números:

a) Mayores o iguales que 5.

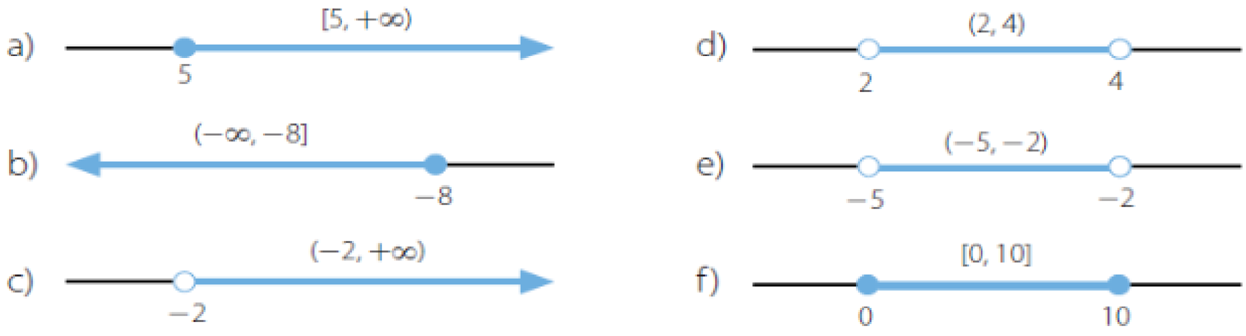
b) Menores o iguales que −8.

c) Mayores que −2.

d) Mayores que 2 y menores que 4.

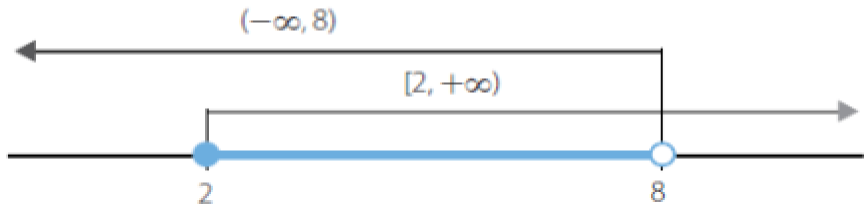
e) Mayores que −5 y menores que −2.

f) Comprendidos entre 0 y 10, incluidos estos.



Ejercicio 13:

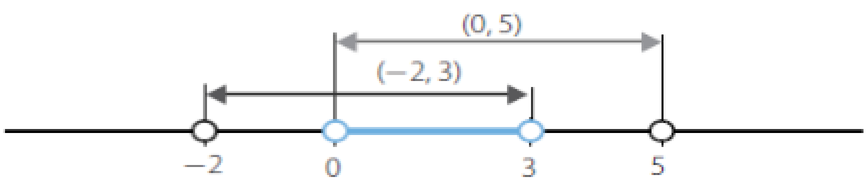
Representa $(-\infty, 8)$ y $[2, +\infty)$ en la misma recta, y señala mediante un intervalo los puntos que están en ambos.



El intervalo es $[2, 8)$.

Ejercicio 14:

Representa los intervalos $(0, 5)$ y $(-2, 3)$ en la misma recta, y señala el intervalo intersección.



El intervalo es $(0, 3)$.

Ejercicio 15:

Con ayuda de la calculadora, escribe $\sqrt{3}$ en forma decimal y sus aproximaciones por exceso y por defecto.

a) A las diezmilésimas.

b) A las cienmilésimas.

c) A las millonésimas.

$\sqrt{3} = 1{,}73205080\ldots$

a) Aproximación por exceso: 1,7321
Aproximación por defecto: 1,7320

b) Aproximación por exceso: 1,73205
Aproximación por defecto: 1,73205

c) Aproximación por exceso: 1,732051
Aproximación por defecto: 1,732052

Ejercicio 16:

Calcula los errores absoluto y relativo al redondear el número 1,3456 a las décimas.

$V_{real} = 1{,}3456$

$V_{aproximado} = 1{,}3$

$E_a = |1{,}3456 - 1{,}3| = 0{,}0456$ $\quad E_r = \left|\dfrac{0{,}0456}{1{,}3456}\right| = 0{,}0338$

Ejercicio 17: Calcular el error absoluto y relativo en los dos casos siguientes:

a) Al tomar 3,5 m como longitud de un terreno que mide realmente 3,59 m.

b) Al considerar 60 m como la distancia entre dos postes que están situados a 59,91 m.

Solución:

a) E_a = |3,59 - 3,5| = 0,09 m

E_r = | 3,59 - 3,5 | : 3,59 = 0,025 = 2,5 % b) E_a = |59,91 - 60| =

0,09 m

E_r = | 59,91 - 60 | : 59,91 = 0,0015 = 0,15 %

Observamos que el error absoluto es el mismo en ambos casos, pero el error relativo es considerablemente mayor en el primer caso y, por tanto, la aproximación es menos precisa.

Ejercicio 18: En la medida de 1 m se ha cometido un error de 1 mm, y en 300 Km, 300 m. ¿Qué error relativo es mayor?

Solución:

En los dos casos nos están dando el error absoluto a la hora de hacer las dos medidas. Antes de realizar ningún cálculo, es necesario expresar las longitudes en la misma unidad. Para ello, vamos a utilizar los metros en el primer caso y los Km en el segundo.

a) Ea = 1mm = 0,001 m por lo que el error relativo en el primer caso es: • E_r = 0,001 / 1 = 0,001, es decir, el 0,1 %

b) Ea = 300 m= 0,3 Km, por lo que el error relativo en el segundo caso es: • E_r=0,3/300=0,001, es decir, el 0,1%.

Vemos que, en ambos casos, el error relativo es el mismo por lo que las dos mediciones, aunque no son iguales, tienen comparativamente la misma precisión.

Ejercicio 19: Al medir la distancia entre dos pueblos, sabemos que el valor real es de 5,478 Km.

a) Aproxima la distancia hasta las décimas tanto por redondeo y por truncamiento.
b) Calcula el error absoluto cometido en ambos casos.
c) Calcula el error relativo cometido en ambos casos.
d) Justifica, de acuerdo con los resultados anteriores, qué aproximación es mejor.

Solución:

a) La distancia, aproximada por redondeo hasta las décimas, es de 5,5Km y, aproximada por truncamiento, es de 5,4Km.
b) El error absoluto en el primer caso viene dado por: $E_a = |5,478 - 5,5| = 0,022$ Km y, en el segundo caso: $E_a = |5,478 - 5,4| = 0,078$ cm.
c) El error relativo en el primer caso es de $E_r = 0,022/5,478 = 0,00402$ y, en el segundo caso de $E_r = 0,014$.
d) La mejor aproximación es la que hacemos por redondeo, ya que el error absoluto es más pequeño. De ahí también que el error relativo también sea más pequeño.

Ejercicio 20: Imagina que queremos calcular la longitud de una circunferencia de 3 cm de radio.

a) Razona a qué conjunto de números pertenece la longitud de la circunferencia.
b) Calcula la longitud en cm con una aproximación hasta las diezmilésimas.
c) Calcula la longitud en dm con una aproximación hasta las diezmilésimas.

Solución:

a) La longitud de una circunferencia se calcula con la fórmula $L = 2\cdot\pi\cdot r$ .Puesto que π es un número irracional, es decir, su expresión decimal tiene infinitos decimales que no siguen ningún patrón periódico; al multiplicar este número por 2 y por r (=3 cm), el número que obtengamos tendrá también infinitos decimales no periódico con lo que será, por tanto, también un número irracional.
b) $L = 2\cdot\pi\cdot r = 2\cdot\pi\cdot 3 =$ (usando la calculadora) = 18,84955592… y si aproximamos hasta las diezmilésimas nos quedamos con 18,8496
c) Pasamos el radio a dm, r = 0,3 dm, y tenemos que $L = 2\cdot\pi\cdot r = 2\cdot\pi\cdot(0,3) =$ usando la calculadora) = 1,884955592… y si aproximamos hasta la diezmilésimas nos da 1,8850 dm

Ejercicio 21:

Escribe en notación científica los siguientes números.

a) 0,0000085
b) 5.000.000.000.000
c) 31.940.000.000
d) 0,000000000479

a) $0,0000085 = 8,5 \cdot 10^{-6}$
b) $5.000.000.000.000 = 5 \cdot 10^{12}$
c) $31.940.000.000 = 3,194 \cdot 10^{10}$
d) $0,000000000479 = 4,79 \cdot 10^{-10}$

Ejercicio 22:

Desarrolla estos números escritos en notación científica.

a) $4,8 \cdot 10^{8}$
b) $8,32 \cdot 10^{-11}$
c) $6,23 \cdot 10^{-18}$
d) $3,5 \cdot 10^{-12}$

a) $4,8 \cdot 10^{8} = 480.000.000$
b) $8,32 \cdot 10^{-11} = 0,0000000000832$
c) $6,23 \cdot 10^{-18} = 0,00000000000000000623$
d) $3,5 \cdot 10^{-12} = 0,0000000000035$

Ejercicio 23:

Opera y expresa el resultado en notación científica.

a) $(5{,}2 \cdot 10^3 + 4{,}75 \cdot 10^{-2}) : 8{,}05 \cdot 10^{-4}$

b) $3{,}79 \cdot 10^8 \cdot (7{,}73 \cdot 10^4 - 6{,}54 \cdot 10^{-2})$

a) $(5{,}2 \cdot 10^3 + 4{,}75 \cdot 10^{-2}) : 8{,}05 \cdot 10^{-4} = 6{,}465968 \cdot 10^{-2}$

b) $3{,}79 \cdot 10^8 \cdot (7{,}73 \cdot 10^4 - 6{,}54 \cdot 10^{-2}) = 2{,}92966 \cdot 10^{13}$

Ejercicio 24:

Realiza las operaciones.

a) $1{,}32 \cdot 10^4 + 2{,}57 \cdot 10^4$

b) $8{,}75 \cdot 10^2 + 9{,}46 \cdot 10^3$

c) $3{,}62 \cdot 10^4 + 5{,}85 \cdot 10^{-3}$

d) $2{,}3 \cdot 10^2 + 3{,}5 \cdot 10^{-1} + 4{,}75 \cdot 10^{-2}$

e) $3{,}46 \cdot 10^{-2} + 5{,}9 \cdot 10^4 + 3{,}83 \cdot 10^2$

a) $1{,}32 \cdot 10^4 + 2{,}57 \cdot 10^4 = 3{,}89 \cdot 10^4$

b) $8{,}75 \cdot 10^2 + 9{,}46 \cdot 10^3 = 1{,}0335 \cdot 10^4$

c) $3{,}62 \cdot 10^4 + 5{,}85 \cdot 10^{-3} = 3{,}620000585 \cdot 10^4$

d) $2{,}3 \cdot 10^2 + 3{,}5 \cdot 10^{-1} + 4{,}75 \cdot 10^{-2} = 2{,}303975 \cdot 10^2$

e) $3{,}46 \cdot 10^{-2} + 5{,}9 \cdot 10^4 + 3{,}83 \cdot 10^2 = 5{,}93830346 \cdot 10^4$

Ejercicio 25:

Halla el resultado de estas operaciones.

a) $9{,}5 \cdot 10^4 - 3{,}72 \cdot 10^4$

b) $8{,}6 \cdot 10^3 - 5{,}45 \cdot 10^2$

c) $7{,}9 \cdot 10^{-4} - 1{,}3 \cdot 10^{-6}$

d) $4{,}6 \cdot 10^6 + 5{,}3 \cdot 10^4 - 3{,}9 \cdot 10^2$

e) $5 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2}$

a) $9{,}5 \cdot 10^4 - 3{,}72 \cdot 10^4 = 5{,}78 \cdot 10^4$

b) $8{,}6 \cdot 10^3 - 5{,}45 \cdot 10^2 = 8{,}055 \cdot 10^3$

c) $7{,}9 \cdot 10^{-4} - 1{,}3 \cdot 10^{-6} = 7{,}887 \cdot 10^{-4}$

d) $4{,}6 \cdot 10^6 + 5{,}3 \cdot 10^4 - 3{,}9 \cdot 10^2 = 4{,}652610 \cdot 10^6$

e) $5 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2} = 4.997 \cdot 10^2$

Ejercicio 26:

Efectúa las siguientes operaciones.

a) $7{,}3 \cdot 10^4 \cdot 5{,}25 \cdot 10^{-3}$

b) $8{,}91 \cdot 10^{-5} \cdot 5{,}7 \cdot 10^{14}$

c) $8{,}3 \cdot 10^6 : 5{,}37 \cdot 10^2$

d) $9{,}5 \cdot 10^{-6} : 3{,}2 \cdot 10^3$

a) $7{,}3 \cdot 10^4 \cdot 5{,}25 \cdot 10^{-3} = 3{,}8325 \cdot 10^2$

b) $8{,}91 \cdot 10^{-5} \cdot 5{,}7 \cdot 10^{14} = 5{,}0787 \cdot 10^{10}$

c) $8{,}3 \cdot 10^6 : 5{,}37 \cdot 10^2 = 1{,}545623836 \cdot 10^4$

d) $9{,}5 \cdot 10^{-6} : 3{,}2 \cdot 10^3 = 2{,}96875 \cdot 10^{-9}$

Ejercicio 27:

Simplifica el resultado de estas operaciones.

a) $\dfrac{6{,}147 \cdot 10^{-2} \cdot 4{,}6 \cdot 10^3}{7{,}9 \cdot 10^8 \cdot 6{,}57 \cdot 10^{-5}}$

b) $\dfrac{3{,}92 \cdot 10^4 \cdot 5{,}86 \cdot 10^{-6}}{7 \cdot 10^{-8} \cdot 9{,}2 \cdot 10^{13}}$

a) $\dfrac{6{,}147 \cdot 10^{-2} \cdot 4{,}6 \cdot 10^3}{7{,}9 \cdot 10^8 \cdot 6{,}57 \cdot 10^{-5}} = \dfrac{2{,}82762 \cdot 10^2}{5{,}1903 \cdot 10^4} = 5{,}447893185 \cdot 10^{-3}$

b) $\dfrac{3{,}92 \cdot 10^4 \cdot 5{,}86 \cdot 10^{-6}}{7 \cdot 10^{-8} \cdot 9{,}2 \cdot 10^{13}} = \dfrac{2{,}29712 \cdot 10^{-1}}{6{,}44 \cdot 10^6} = 3{,}566956522 \cdot 10^{-8}$

Ejercicio 28:

Transforma los radicales en potencias, y viceversa.

a) $3^{\frac{1}{4}}$

b) $5^{\frac{2}{3}}$

c) $2^{\frac{1}{6}}$

d) $7^{\frac{3}{5}}$

e) $10^{\frac{2}{7}}$

f) $\sqrt[4]{5^7}$

a) $3^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{3}$

b) $5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2}$

c) $2^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{2}$

d) $7^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{7^3}$

e) $10^{\frac{2}{7}} = \sqrt[7]{10^2}$

f) $\sqrt[4]{5^7} = 5^{\frac{7}{4}}$

Ejercicio 29:

Efectúa estas operaciones.

a) $\sqrt{20} - 3\sqrt{125} + 2\sqrt{45}$

b) $7\sqrt[3]{81} - 2\sqrt[6]{3^2} + \dfrac{\sqrt[3]{3}}{5}$

a) $\sqrt{20} - 3\sqrt{125} + 2\sqrt{45} = 2\sqrt{5} - 15\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = -7\sqrt{5}$

b) $7\sqrt[3]{81} - 2\sqrt[6]{3^2} + \dfrac{\sqrt[3]{3}}{5} = 21\sqrt[3]{3} - 2\sqrt[3]{3} + \dfrac{\sqrt[3]{3}}{5} = \dfrac{96\sqrt[3]{3}}{5}$

Ejercicio 30:

Indica si son equivalentes los siguientes radicales.

a) $\sqrt[4]{3^6}$ y $\sqrt{3^3}$

b) $\sqrt[5]{2^{10}}$ y $\sqrt{2}$

c) $\sqrt[4]{36}$ y $\sqrt{6}$

d) $\sqrt[4]{5^{10}}$ y $\sqrt{5^4}$

a) Son equivalentes.

b) No son equivalentes.

c) Son equivalentes.

d) No son equivalentes.

Ejercicio 31:

Efectúa estas operaciones.

a) $\sqrt{20} - 3\sqrt{125} + 2\sqrt{45}$ b) $7\sqrt[3]{81} - 2\sqrt[6]{3^2} + \dfrac{\sqrt[3]{3}}{5}$

a) $\sqrt{20} - 3\sqrt{125} + 2\sqrt{45} = 2\sqrt{5} - 15\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = -7\sqrt{5}$

b) $7\sqrt[3]{81} - 2\sqrt[6]{3^2} + \dfrac{\sqrt[3]{3}}{5} = 21\sqrt[3]{3} - 2\sqrt[3]{3} + \dfrac{\sqrt[3]{3}}{5} = \dfrac{96\sqrt[3]{3}}{5}$

Ejercicio 32:

Opera y simplifica.

a) $4\sqrt{27} \cdot 5\sqrt{6}$ c) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3}$

b) $\left(\dfrac{\sqrt[6]{32}}{\sqrt{8}}\right)^3$ d) $\dfrac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[4]{3}}$

a) $4\sqrt{27} \cdot 5\sqrt{6} = 20\sqrt{162} = 180\sqrt{2}$

b) $\left(\dfrac{\sqrt[6]{32}}{\sqrt{8}}\right)^3 = \dfrac{\sqrt{32}}{\sqrt{8^3}} = \sqrt{\dfrac{2^5}{2^9}} = \dfrac{1}{4}$

c) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt[6]{4} \cdot \sqrt[6]{27} = \sqrt[6]{108}$

d) $\dfrac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[4]{3}} = \sqrt[12]{\dfrac{3^6 \cdot 3^4}{3^3}} = \sqrt[12]{3^7}$

Ejercicio 33:

. Racionalizar denominadores, y simplificar (véase el 1er ejemplo):

a) $\dfrac{2}{\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \boxed{\dfrac{2\sqrt{3}}{3}}$

b) $\dfrac{1}{\sqrt{5}} =$ *(Soluc: $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$)*

c) $\dfrac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{7}} =$ *(Soluc: $\dfrac{2\sqrt{7}-\sqrt{14}}{7}$)*

d) $\dfrac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} =$ *(Soluc: $\sqrt{2}+1$)*

e) $\dfrac{4}{\sqrt{6}} =$ *(Soluc: $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$)*

f) $\frac{3}{2\sqrt{3}}=$ *(Soluc: $\frac{\sqrt{3}}{2}$)*

g) $\frac{12}{\sqrt{8}}=$ *(Soluc: $3\sqrt{2}$)*

h) $\frac{\sqrt{2}-4}{3\sqrt{2}}=$ *(Soluc: $\frac{1}{3}-\frac{2\sqrt{2}}{3}$)*

i) $\frac{3\sqrt{10}}{5\sqrt{6}}=$ *(Soluc: $\frac{\sqrt{15}}{5}$)*

j) $\sqrt{x}+\frac{x}{2\sqrt{x}}=$ *(Soluc: $\frac{3}{2}\sqrt{x}$)*

Ejercicio 34:

Racionalizar denominadores, y simplificar (véase el ejemplo):

a) $$\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{3}}=\frac{\left(1+\sqrt{2}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)}{\left(1-\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)}=\frac{1+\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{2}\sqrt{3}}{1-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{1+\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{6}}{1-3}=\boxed{-\frac{1+\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}}$$

b) $\frac{9}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}=$ *(Soluc: $\frac{9}{4}\sqrt{7}+\frac{9}{4}\sqrt{3}$)*

c) $\frac{4(\sqrt{5}+2)}{\sqrt{5}-1}=$ *(Soluc: $7+3\sqrt{5}$)*

d) $\frac{3(\sqrt{7}+1)}{\sqrt{7}+2}=$ *(Soluc: $5-\sqrt{7}$)*

e) $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}=$ *(Soluc: $2+\sqrt{3}$)*

f) $\frac{1+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}=$ *(Soluc: $2+\frac{3}{2}\sqrt{2}$)*

g) $\frac{5-7\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}=$ *(Soluc: $-13+6\sqrt{3}$)*

Ejercicio 35:

Halla:

a) $\log_2 16$ **b)** $\log_2 0{,}25$ **c)** $\log_9 1$ **d)** $\log_{10} 0{,}1$ **e)** $\log_4 64$

f) $\log_7 49$ **g)** $\ln e^4$ **h)** $\ln e^{-1/4}$ **i)** $\log_5 0{,}04$ **j)** $\log_6 \left(\frac{1}{216}\right)$

a) $\log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$ b) $\log_2 0{,}25 = \log_2 2^{-2} = -2$ c) $\log_9 1 = 0$

d) $\log_{10} 0{,}1 = \log_{10} 10^{-1} = -1$ e) $\log_4 64 = \log_4 4^3 = 3$ f) $\log_7 49 = \log_7 7^2 = 2$

g) $\ln e^4 = 4$ h) $\ln e^{-1/4} = -\frac{1}{4}$

i) $\log_5 0{,}04 = \log_5 5^{-2} = -2$ j) $\log_6 \left(\frac{1}{216}\right) = \log_6 6^{-3} = -3$

Ejercicio 36:

Calcula, mediante la definición, los logaritmos.

a) $\log_3 243$
b) $\log_9 81$
c) $\log 1.000.000$
d) $\log 0{,}00001$
e) $\ln e^2$
f) $\ln e^{-14}$
g) $\log_7 343$
h) $\log_4 0{,}0625$

a) $\log_3 243 = 5$
b) $\log_9 81 = 2$
c) $\log 1.000.000 = 6$
d) $\log 0{,}00001 = -5$
e) $\ln e^2 = 2$
f) $\ln e^{-14} = -14$
g) $\log_7 343 = 3$
h) $\log_4 0{,}0625 = -2$

Ejercicio 37:

Sabiendo que $\log_3 2 = 0{,}63$; halla $\log_3 24$ mediante las propiedades de los logaritmos.

$$\log_3 24 = \log_3 (2^3 \cdot 3) = \log_3 2^3 + \log_3 3 = 3 \log_3 2 + \log_3 3 = 3 \cdot 0{,}63 + 1 =$$
$$= 1{,}89 + 1 = 2{,}89$$

Ejercicio 38:

Calcula $\log_4 128$, utilizando las propiedades de los logaritmos, e intenta dar un resultado exacto.

$\log_4 128 \qquad 4^x = 128 \qquad 2^{2x} = 128 \qquad 2^{2x} = 2^7 \qquad x = \frac{7}{2}$

Ejercicio 39:

Halla el resultado de las expresiones, mediante las propiedades de los logaritmos.

a) $2 \log_4 16 + \log_2 32 - 3 \log_7 49$
b) $\log_2 8 + \log_3 27 + \log_5 125$
c) $\log_5 625 - \log_9 81 + \log_8 64$

a) $2 \log_4 16 + \log_2 32 - 3 \log_7 49 = 2 \cdot 2 + 5 - 3 \cdot 2 = 3$
b) $\log_2 8 + \log_3 27 + \log_5 125 = 3 + 3 + 3 = 9$
c) $\log_5 625 - \log_9 81 + \log_8 64 = 4 - 2 + 2 = 4$

Ejercicio 40:

Determina, utilizando la calculadora.

a) $\log_5 36^2$ b) $\log_2 \sqrt{31}$ c) $\log_6 100$ d) $\log_4 31^5$

a) $\log_5 36^2 = 2\log_5 36 = 2 \cdot \dfrac{\log 36}{\log 5} = 4{,}4531$

b) $\log_2 \sqrt{31} = \dfrac{1}{2}\log_2 31 = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{\log 31}{\log 2} = 2{,}4771$

c) $\log_6 100 = \log_6 10^2 = 2 \cdot \dfrac{\log 10}{\log 6} = 2{,}5701$

d) $\log_4 31^5 = 5\log_4 31 = 5 \cdot \dfrac{\log 31}{\log 4} = 12{,}3855$

Ejercicio 41:

Si $\log e = 0{,}4343$; ¿cuánto vale ln 10? ¿Y ln 0,1?

$\ln 10 = \dfrac{\log 10}{\log e} = \dfrac{1}{0{,}4343} = 2{,}3025$ $\quad \ln 0{,}1 = \dfrac{\log 0{,}1}{\log e} = \dfrac{-1}{0{,}4343} = -2{,}3025$

Ejercicio 42:

Calcula el valor de x.

a) $\log_3 x = 5$ c) $\log_2 x = -1$ e) $\log_3 (x-2) = 5$ g) $\log_2 (2-x) = -1$

b) $\log_5 x = 3$ d) $\log_{\frac{2}{3}} x = 4$ f) $\log_5 (x+2) = 3$ h) $\log_{23} (3+x) = 4$

a) $\log_3 x = 5 \rightarrow 3^5 = x \rightarrow x = 243$

b) $\log_5 x = 3 \rightarrow 5^3 = x \rightarrow x = 125$

c) $\log_2 x = -1 \rightarrow 2^{-1} = x \rightarrow x = 0{,}5$

d) $\log_{\frac{2}{3}} x = 4 \rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^4 = x \rightarrow x = \frac{16}{81}$

e) $\log_3 (x-2) = 5 \rightarrow 3^5 = x - 2 \rightarrow x = 243 + 2 = 245$

f) $\log_5 (x+2) = 3 \rightarrow 5^3 = x + 2 \rightarrow x = 125 - 2 = 123$

g) $\log_2 (2-x) = -1 \rightarrow 2^{-1} = 2 - x \rightarrow x = -0{,}5 + 2 = 1{,}5$

h) $\log_{23} (3+x) = 4 \rightarrow 23^4 = 3 + x \rightarrow x = 279.841 - 3 = 279.838$

Ejercicio 43:

Halla cuánto vale *x*.

a) $\log_x 3 = -1$ **b)** $\log_x 5 = 2$ **c)** $\log_x 3 = -2$ **d)** $\log_x 2 = 5$

a) $\log_x 3 = -1 \rightarrow x^{-1} = 3 \rightarrow x = \frac{1}{3}$

b) $\log_x 5 = 2 \rightarrow x^2 = 5 \rightarrow x = \sqrt{5}$

c) $\log_x 3 = -2 \rightarrow x^{-2} = 3 \rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{3}}$

d) $\log_x 2 = 5 \rightarrow x^5 = 2 \rightarrow x = \sqrt[5]{2}$

Ejercicio 44:

Calcula el valor de *x*.

a) $\log_3 9^x = 2$

b) $\log 2^x = \frac{3}{2}$

c) $\ln 3^x = -1$

d) $\log_2 4^{x+4} = -2$

e) $\log_3 9^{x+3} = 3$

f) $\log 2^{x/2} = \frac{3}{2}$

g) $\ln 3^{x+6} = 3$

h) $\log_3 27^{3x+4} = -2$

a) $\log_3 9^x = 2 \rightarrow x \log_3 9 = 2 \rightarrow 2x = 2 \rightarrow x = 1$

b) $\log 2^x = \frac{3}{2} \rightarrow x \log 2 = \frac{3}{2} \rightarrow x = \frac{3}{2 \log 2} \rightarrow x = 4{,}9829$

c) $\ln 3^x = -1 \rightarrow x \ln 3 = -1 \rightarrow x = \frac{-1}{\ln 3} \rightarrow x = -0{,}9102$

d) $\log_2 4^{x+4} = -2 \rightarrow 2^{-2} = 4^{x+4} \rightarrow 2^{-2} = 2^{2x+8} \rightarrow -2 = 2x + 8 \rightarrow x = -5$

e) $\log_3 9^{x+3} = 3 \rightarrow 3^3 = 9^{x+3} \rightarrow 3^3 = 3^{3x+9} \rightarrow 3 = 3x + 9 \rightarrow x = -2$

f) $\log 2^{\frac{x}{2}} = \dfrac{3}{2} \rightarrow \dfrac{x}{2} \log 2 = \dfrac{3}{2} \rightarrow x = \dfrac{3}{\log 2} \rightarrow x = 9{,}9658$

g) $\ln 3^{x+6} = 3 \rightarrow (x+6) \ln 3 = 3 \rightarrow x = \dfrac{3}{\ln 3} - 6 \rightarrow x = -3{,}2693$

h) $\log_3 27^{3x+4} = -2 \rightarrow (3x+4) \log_3 27 = -2 \rightarrow 3x + 4 = \dfrac{-2}{3}$

$$\rightarrow 3x = \frac{-2-12}{3} \rightarrow x = \frac{-14}{9}$$