

**HOJA 1 DE EJERCICIOS RESUELTOS**  
**UNIDAD 3: EXPRESIONES ALGEBRAICAS. POLINOMIOS**

**Ejercicio 1:**

¿Cuáles de los siguientes monomios son semejantes a  $5x^2$ ?

$$7x^2, 5x^3, 5x, 5xy, x^2, 3x^2y$$

$7x^2$  y  $x^2$  son semejantes a  $5x^2$ .

**Ejercicio 2:**

Di el grado de cada uno de estos polinomios:

a)  $x^5 - 6x^2 + 3x + 1$

b)  $5xy^4 + 2y^2 + 3x^3y^3 - 2xy$

c)  $x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 3$

d)  $2x^2 - 3x - 10$

a) Grado 5.

b) Grado 6

c) Grado 4.

d) Grado 2.

**Ejercicio 3:**

Calcular el valor numérico del polinomio  $P(x)$  para el valor de  $x$  indicado:

a)  $P(x)=x^2+1$ , para  $x=1$

b)  $P(x)=x^3+1$ , para  $x=-1$

c)  $P(x)=x^2+x+2$ , para  $x=2$

d)  $P(x)=-x^2-x-2$ , para  $x=-2$

e)  $P(x) = \frac{x^2}{2} - 5x + \frac{1}{5}$ , para  $x=-2$

f)  $P(x) = x^3 + 2x + 3$ , para  $x=-1/2$

g)  $P(x) = \frac{3x^2}{2} - \frac{5x}{3} + 1$ , para  $x=1/3$

h)  $P(x) = \frac{3x^2}{2} - \frac{5x}{3} + 1$ , para  $x=0$

(Soluc: a) 2; b) 0; c) 8; d) -4; e) 61/5; f) 15/8; g) 25/18; h) 1)

**Ejercicio 4:**

Calcula el valor numérico de la siguiente fracción para  $x = 5$ :

$$\frac{x}{x^2 + 2x}$$

$$\frac{5}{5^2 + 2 \cdot 5} = \frac{5}{25 + 10} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$$

**Ejercicio 5:**

Efectúa las siguientes sumas de monomios. Cuando el resultado no pueda simplificarse, déjalo indicado:

a)  $7x - 3x + 8x + 5x - 10x + 2x$

b)  $8x^2 - 5x^2 + \frac{2}{3}x^2 - \frac{x^2}{3} + \frac{7}{3}x^2$

c)  $x + 7x - x^2 + 3x + 5x^2 - 2x^2$

d)  $4xy^2 - 9xy^2 + xy^2 + 3xy^2$

e)  $9x^5 + y^2 + 6y^2 - 13x^5 - 5 + y^3$

a)  $7x - 3x + 8x + 5x - 10x + 2x = 9x$

b)  $8x^2 - 5x^2 + \frac{2}{3}x^2 - \frac{x^2}{3} + \frac{7}{3}x^2 = \frac{17}{3}x^2$

c)  $x + 7x - x^2 + 3x + 5x^2 - 2x^2 = 11x + 2x^2$

d)  $4xy^2 - 9xy^2 + xy^2 + 3xy^2 = -xy^2$

e)  $9x^5 + y^2 + 6y^2 - 13x^5 - 5 + y^3 = -4x^5 + 7y^2 - 5 + y^3$

**Ejercicio 6:**

Siendo  $A = 5x^2$ ,  $B = 4x$  y  $C = -2x^2$ , calcula:

a)  $A + C$

b)  $2A + 3C$

c)  $A^2 - C$

d)  $(A \cdot B) : C$

e)  $(A : C) \cdot B$

f)  $B^2 : C^2$

a)  $5x^2 - 2x^2 = 3x^2$

b)  $10x^2 - 6x^2 = 4x^2$

c)  $25x^4 + 2x^2$

d)  $(20x^3) : (-2x^2) = -10x$

e)  $-\frac{5}{2} \cdot 4x = -10x$

f)  $(16x^2) : (4x^4) = \frac{4}{x^2}$

**Ejercicio 7:**

Quita paréntesis y reduce.

a)  $(x^4 + 2x^3 + 5x^2 - 3x) + (4x^3 - 9x^2 + 7x - 1)$

b)  $(5x^4 - 5x^2 - 3x) - (x^3 + 3x^2 + 6x - 11)$

c)  $(7x^2 - 9x + 1) - (x^3 - 5x^2 - 4) + (x^3 - 4x^2)$

a)  $x^4 + 2x^3 + 5x^2 - 3x + 4x^3 - 9x^2 + 7x - 1 = x^4 + 6x^3 - 4x^2 + 4x - 1$

b)  $5x^4 - 5x^2 - 3x - x^3 - 3x^2 - 6x + 11 = 5x^4 - x^3 - 8x^2 - 9x + 11$

c)  $7x^2 - 9x + 1 - x^3 + 5x^2 + 4 + x^3 - 4x^2 = 8x^2 - 9x + 5$

**Ejercicio 8:**

Sean  $P = x^4 - 3x^3 + 5x + 3$ ,  $Q = 5x^3 + 3x^2 - 1$ . Halla  $P + Q$  y  $P - Q$ .

$$P = x^4 - 3x^3 + 5x + 3$$

$$Q = 5x^3 + 3x^2 - 1$$

$$P + Q = (x^4 - 3x^3 + 5x + 3) + (5x^3 + 3x^2 - 1) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 5x + 2$$

$$P - Q = (x^4 - 3x^3 + 5x + 3) - (5x^3 + 3x^2 - 1) = x^4 - 3x^3 + 5x + 3 - 5x^3 - 3x^2 + 1 = x^4 - 8x^3 - 3x^2 + 5x + 4$$

**Ejercicio 9:**

Efectúa estos productos:

a)  $2x(3x^2 - 4x)$

b)  $5(x^3 - 3x)$

c)  $4x^2(-2x + 3)$

d)  $-2x(x^2 - x + 1)$

e)  $-6(x^3 - 4x + 2)$

f)  $-x(x^4 - 2x^2 + 3)$

a)  $2x(3x^2 - 4x) = 6x^3 - 8x^2$

b)  $5(x^3 - 3x) = 5x^3 - 15x$

c)  $4x^2(-2x + 3) = -8x^3 + 12x^2$

d)  $-2x(x^2 - x + 1) = -2x^3 + 2x^2 - 2x$

e)  $-6(x^3 - 4x + 2) = -6x^3 + 24x - 12$

f)  $-x(x^4 - 2x^2 + 3) = -x^5 + 2x^3 - 3x$

**Ejercicio 10:**

Dados los polinomios  $P = 3x^2 - 5$ ,  $Q = x^2 - 3x + 2$ ,  $R = -2x + 5$ , calcula:

a)  $P \cdot Q$

b)  $P \cdot R$

c)  $Q \cdot R$

$$P = 3x^2 - 5$$

$$Q = x^2 - 3x + 2$$

$$R = -2x + 5$$

a)  $P \cdot Q = (3x^2 - 5) \cdot (x^2 - 3x + 2) = 3x^4 - 9x^3 + 6x^2 - 5x^2 + 15x - 10 = 3x^4 - 9x^3 + x^2 + 15x - 10$

b)  $P \cdot R = (3x^2 - 5) \cdot (-2x + 5) = -6x^3 + 15x^2 + 10x - 25$

c)  $Q \cdot R = (x^2 - 3x + 2) \cdot (-2x + 5) = -2x^3 + 5x^2 + 6x^2 - 15x - 4x + 10 = -2x^3 + 11x^2 - 19x + 10$

**Ejercicio 11:**

Opera y simplifica.

a)  $2x(3x^2 - 2) + 5(3x - 4)$

b)  $(x^2 - 3)(x + 1) - x(2x^2 + 5x)$

c)  $(3x - 2)(2x + 1) - 2(x^2 + 4x)$

a)  $2x(3x^2 - 2) + 5(3x - 4) = 6x^3 - 4x + 15x - 20 = 6x^3 + 11x - 20$

b)  $(x^2 - 3)(x + 1) - x(2x^2 + 5x) = x^3 + x^2 - 3x - 3 - 2x^3 - 5x^2 = -x^3 - 4x^2 - 3x - 3$

c)  $(3x - 2)(2x + 1) - 2(x^2 + 4x) = 6x^2 + 3x - 4x - 2 - 2x^2 - 8x = 4x^2 - 9x - 2$

**Ejercicio 12:****Opera y simplifica:**

a)  $3x^2(2x^3 - 1) + 6(4x^2 - 3)$

b)  $(x - 3)(x^2 + 1) - x^2(2x^3 + 5x^2)$

c)  $(x - 3)(2x + 5) - 4(x^3 + 7x)$

a)  $6x^5 - 3x^2 + 24x^2 - 18 = 6x^5 + 21x^2 - 18$

b)  $x^3 + x - 3x^2 - 3 - 2x^5 - 5x^4 = -2x^5 - 5x^4 + x^3 - 3x^2 + x - 3$

c)  $2x^2 + 5x - 6x - 15 - 4x^3 - 28x = -4x^3 + 2x^2 - 29x - 15$

**Ejercicio 13:****Efectúa  $P(x) : Q(x)$  en cada caso y expresa el resultado así:**

$$P(x) = Q(x) \cdot \text{COCIENTE} + \text{RESTO}$$

a)  $P(x) = 3x^2 - 11x + 5$

$Q(x) = x + 6$

b)  $P(x) = 6x^3 + 2x^2 + 18x + 3$

$Q(x) = 3x + 1$

c)  $P(x) = 6x^3 + 2x^2 + 18x + 3$

$Q(x) = x$

d)  $P(x) = 5x^2 + 11x - 4$

$Q(x) = 5x - 2$

$$\begin{array}{r}
 \text{a) } 3x^2 - 11x + 5 \quad | \quad x + 6 \\
 \underline{- 3x^2 - 18x} \phantom{+ 5} \phantom{|} \phantom{3x - 29} \\
 - 29x + 5 \phantom{|} \phantom{3x - 29} \\
 \underline{+ 29x + 174} \\
 179
 \end{array}$$

$$3x^2 - 11x + 5 = (x + 6)(3x - 29) + 179$$

$$\begin{array}{r}
 \text{b) } 6x^3 + 2x^2 + 18x + 3 \quad | \quad 3x + 1 \\
 \underline{- 6x^3 - 2x^2} \phantom{+ 18x + 3} \phantom{|} \phantom{2x^2 + 6} \\
 0 + 18x + 3 \phantom{|} \phantom{2x^2 + 6} \\
 \underline{- 18x - 6} \\
 - 3
 \end{array}$$

$$6x^3 + 2x^2 + 18x + 3 = (3x + 1)(2x^2 + 6) - 3$$

$$\begin{array}{r}
 c) \quad 6x^3 + 2x^2 + 18x + 3 \quad \Big| \quad x \\
 \underline{- 6x^3} \phantom{+ 2x^2 + 18x + 3} \\
 0 + 2x^2 \phantom{+ 18x + 3} \\
 \underline{- 2x^2} \phantom{+ 18x + 3} \\
 0 + 18x \phantom{+ 3} \\
 \underline{- 18x} \\
 0 + 3
 \end{array}$$

$$6x^3 + 2x^2 + 18x + 3 = x(6x^2 + 2x + 18) + 3$$

$$\begin{array}{r}
 d) \quad 5x^2 + 11x - 4 \quad \Big| \quad 5x - 2 \\
 \underline{- 5x^2 + 2x} \phantom{- 4} \\
 13x - 4 \\
 \underline{- 13x + \frac{26}{5}} \\
 \frac{6}{5}
 \end{array}$$

$$5x^2 + 11x - 4 = (5x - 2)\left(x + \frac{13}{5}\right) + \frac{6}{5}$$

**Ejercicio 14:**

**Desarrolla las siguientes expresiones:**

a)  $(x + 1)^2$

c)  $(x - 3)^2$

e)  $(x + 3)(x - 3)$

g)  $(5x + 2)^2$

i)  $(2x - 5)(2x + 5)$

a)  $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$

b)  $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

c)  $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$

d)  $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$

e)  $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$

f)  $(2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$

g)  $(5x + 2)^2 = 25x^2 + 20x + 4$

h)  $(5x + 2y)^2 = 25x^2 + 20xy + 4y^2$

g)  $(2x + 5)(2x - 5) = 4x^2 - 25$

h)  $(x^2 + 2)(x^2 - 2) = x^4 - 4$

b)  $(x + 3)^2$

d)  $(x + 1)(x - 1)$

f)  $(2x - 1)^2$

h)  $(5x + 2y)^2$

j)  $(x^2 + 2)(x^2 - 2)$

**Ejercicio 15:****Simplifica:**

a)  $(x-2)(x+2) - (x^2 + 4)$

b)  $(3x-1)^2 - (3x+1)^2$

c)  $2(x-5)^2 - (2x^2 + 3x + 50)$

d)  $(2x-4)^2 - (2x+4)(2x-4)$

a)  $(x-2)(x+2) - (x^2 + 4) = x^2 - 4 - x^2 - 4 = -8$

b)  $(3x-1)^2 - (3x+1)^2 = 9x^2 - 6x + 1 - (9x^2 + 6x + 1) = 9x^2 - 6x + 1 - 9x^2 - 6x - 1 = -12x$

c)  $2(x-5)^2 - (2x^2 + 3x + 50) = 2(x^2 - 10x + 25) - (2x^2 + 3x + 50) = 2x^2 - 20x + 50 - 2x^2 - 3x - 50 = -23x$

d)  $(2x-4)^2 - (2x+4)(2x-4) = 4x^2 + 16 - 16x - (4x^2 - 16) = 4x^2 + 16 - 16x - 4x^2 + 16 = 32 - 16x$

**Ejercicio 16:****Desarrolla los siguientes cuadrados:**

a)  $(x+7)^2$

b)  $(x-11)^2$

c)  $(2x+1)^2$

d)  $(3x-4)^2$

a)  $(x+7)^2 = x^2 + 14x + 49$

b)  $(x-11)^2 = x^2 - 22x + 121$

c)  $(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$

d)  $(3x-4)^2 = 9x^2 - 24x + 16$

**Ejercicio 17:****Calcula el cociente y el resto en cada caso:**

a)  $(x^3 - 7x^2 + 9x - 3) : (x - 5)$

b)  $(2x^3 + 7x^2 + 2x + 4) : (x + 3)$

c)  $(x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 3x - 6) : (x + 2)$

d)  $(4x^4 - 3x^3 - x^2 + 5x - 1) : (x - 1)$

e)  $(x^5 - 32) : (x - 2)$

$$\text{a) } \begin{array}{r|rrrr} & 1 & -7 & 9 & -3 \\ 5 & & 5 & -10 & -5 \\ \hline & 1 & -2 & -1 & \boxed{-8} \end{array}$$

$$C(x) = x^2 - 2x - 1$$

$$R = -8$$

$$\text{b) } \begin{array}{r|rrrr} & 2 & 7 & 2 & 4 \\ -3 & & -6 & -3 & 3 \\ \hline & 2 & 1 & -1 & \boxed{7} \end{array}$$

$$C(x) = 2x^2 + x - 1$$

$$R = 7$$

$$\text{c) } \begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -2 & -5 & 3 & -6 \\ -2 & & -2 & 8 & -6 & 6 \\ \hline & 1 & -4 & 3 & -3 & \boxed{0} \end{array}$$

$$C(x) = x^3 - 4x^2 + 3x - 3$$

$$R = 0$$

$$\text{d) } \begin{array}{r|rrrrr} & 4 & -3 & -1 & 5 & -1 \\ 1 & & 4 & 1 & 0 & 5 \\ \hline & 4 & 1 & 0 & 5 & \boxed{4} \end{array}$$

$$C(x) = 4x^3 + x^2 + 5$$

$$R = 4$$

$$\text{e) } \begin{array}{r|rrrrrr} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -32 \\ 2 & & 2 & 4 & 8 & 16 & 32 \\ \hline & 1 & 2 & 4 & 8 & 16 & \boxed{0} \end{array}$$

$$C(x) = x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16$$

$$R = 0$$

**Ejercicio 18:**

Sea el polinomio  $M(x) = x^4 - 8x^3 + 15x^2 + 7x + 8$ .

a) Calcula  $M(4) = 4^4 - 8 \cdot 4^3 + 15 \cdot 4^2 + 7 \cdot 4 + 8$ .

b) Divide, con la regla de Ruffini,  $M(x) : (x - 4)$ .

c) Comprueba que el resultado del apartado a) coincide con el resto de la división que has realizado en b).

a)  $M(4) = 256 - 512 + 240 + 28 + 8 = 20$

b) 
$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -8 & 15 & 7 & 8 \\ 4 & & 4 & -16 & -4 & 12 \\ \hline & 1 & -4 & -1 & 3 & \underline{20} \end{array}$$

c) El resto de dividir por  $(x - 4)$  coincide con el valor del polinomio en  $x = 4$ .

**Ejercicio 19:**

El valor de un polinomio,  $A(x)$ , para  $x = 7$  es 54. ¿Qué puedes decir de la división  $A(x) : (x - 7)$ ?

El resto de la división será 54.

**Ejercicio 20:**

Considera los polinomios siguientes:

$P(x) = 3x^3 - 5x^2 - 9x + 3$

$Q(x) = x^4 - 12x^2 - 11x + 9$

Calcula, utilizando la regla de Ruffini:

a)  $P(3)$

b)  $P(-1)$

c)  $Q(3)$

d)  $Q(-1)$

a) 
$$\begin{array}{r|rrrr} & 3 & -5 & -9 & 3 \\ 3 & & 9 & 12 & 9 \\ \hline & 3 & 4 & 3 & \underline{12} \end{array}$$

$P(3) = 12$

b) 
$$\begin{array}{r|rrrr} & 3 & -5 & -9 & 3 \\ -1 & & -3 & 8 & 1 \\ \hline & 3 & -8 & -1 & \underline{4} \end{array}$$

$P(-1) = 4$

c) 
$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & -12 & -11 & 9 \\ 3 & & 3 & 9 & -9 & -60 \\ \hline & 1 & 3 & -3 & -20 & \underline{-51} \end{array}$$

$Q(3) = -51$

d) 
$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & -12 & -11 & 9 \\ -1 & & -1 & 1 & 11 & 0 \\ \hline & 1 & -1 & -11 & 0 & \underline{9} \end{array}$$

$Q(-1) = 9$

**Ejercicio 21:**

Averigua si alguno de los valores 1, -3, 5, -7 es raíz del polinomio  $x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 5x - 4$ .

•  $x = 1$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -4 & 2 & 5 & -4 \\ 1 & & 1 & -3 & -1 & 4 \\ \hline & 1 & -3 & -1 & 4 & 0 \end{array}$$

$x = 1$  sí es raíz del polinomio

•  $x = 5$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -4 & 2 & 5 & -4 \\ 5 & & 5 & 5 & 35 & 200 \\ \hline & 1 & 1 & 7 & 40 & 196 \end{array}$$

$x = 5$  no es raíz del polinomio

•  $x = -3$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -4 & 2 & 5 & -4 \\ -3 & & -3 & 21 & -69 & 192 \\ \hline & 1 & -7 & 23 & -64 & 188 \end{array}$$

$x = -3$  no es raíz del polinomio

•  $x = -7$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -4 & 2 & 5 & -4 \\ -7 & & -7 & 77 & -553 & 3836 \\ \hline & 1 & -11 & 79 & -548 & 3832 \end{array}$$

$x = -7$  no es raíz del polinomio

**Ejercicio 23:**

¿Cuáles son las raíces de  $P(x) = (x - 2)(x + 5)(x - 6)$ ?

$x = 2$ ;  $x = -5$  y  $x = 6$

**Ejercicio 24:**

Descompón en factores sacando factor común y utilizando los productos notables.

a)  $x^3 + 6x^2 + 9x$

b)  $2x^3 - 4x^2 + 2x$

c)  $3x^4 - 12x^2$

d)  $8x^5 - 24x^4 + 18x^3$

a)  $x(x^2 + 6x + 9) = x \cdot (x + 3)^2$

b)  $2x(x^2 - 2x + 1) = 2x(x - 1)^2$

c)  $3x^2(x^2 - 4) = 3x^2(x + 2)(x - 2)$

d)  $2x^3(4x^2 - 12x + 9) = 2x^3(2x - 3)^2$

**Ejercicio 25:**

Factoriza con ayuda de la regla de Ruffini.

a)  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

b)  $2x^3 + 6x^2 - x - 30$

c)  $x^3 + 7x^2 + 14x + 8$

d)  $3x^5 + x^2 - 24x + 36$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -6 & 11 & -6 \\ 1 & & 1 & -5 & 6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = (x - 1) \cdot (x - 3) \cdot (x - 2)$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases}$$

b) Después de probar con todos los divisores de 30, deducimos que este polinomio no tiene raíces enteras.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 c) & 1 & 7 & 14 & 8 \\
 -1 & & -1 & -6 & -8 \\
 \hline
 & 1 & 6 & 8 & \boxed{0}
 \end{array}
 \qquad
 x^3 + 7x^2 + 14x + 8 = (x + 1) \cdot (x + 4) \cdot (x + 2)$$

$$x^2 + 6x + 8 = 0 \rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{-6 \pm 2}{2} = \begin{matrix} -4 \\ -2 \end{matrix}$$

d) Después de probar con todos los divisores de 36, deducimos que este polinomio no tiene raíces enteras.

**Ejercicio 26:**

**Descompón en el máximo número de factores que sea posible.**

a)  $2x^4 - 12x^3 + 10x^2$

b)  $5x^3 + 10x^4 + 25x^2$

c)  $x^3 - x^2 - x - 2$

d)  $x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 18x - 9$

e)  $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

f)  $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

a)  $2x^2(x^2 - 6x + 5) = 2x^2(x - 5)(x - 1)$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2} = \begin{matrix} 5 \\ 1 \end{matrix}$$

b)  $5x^2(x + 2x^2 + 5) \rightarrow$  No se puede seguir factorizando.

$$2x^2 + x + 5 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 40}}{4} \text{ No tiene solución.}$$

c)  $x^3 - x^2 - x - 2 = (x - 2) \cdot (x^2 + x + 1)$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 2 & 1 & -1 & -1 & -2 \\
 & & 2 & 2 & 2 \\
 \hline
 & 1 & 1 & 1 & \boxed{0}
 \end{array}$$

$$x^2 + x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4}}{2} \text{ No tiene solución.}$$

d)  $x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 18x - 9 = (x - 1)^2 \cdot (x^2 - 9) = (x - 1)^2 \cdot (x + 3) \cdot (x - 3)$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 1 & 1 & -2 & -8 & 18 & -9 \\
 & & 1 & -1 & -9 & 9 \\
 \hline
 & 1 & -1 & -9 & 9 & \boxed{0} \\
 1 & & 1 & 0 & -9 & \\
 \hline
 & 1 & 0 & -9 & \boxed{0} & 
 \end{array}$$

$$e) x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = (x + 1) \cdot (x^2 + 2x + 1) = (x + 1) \cdot (x + 1)^2 = (x + 1)^3$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 3 & 3 & 1 \\ -1 & & -1 & -2 & -1 \\ \hline & 1 & 2 & 1 & 0 \end{array}$$

$$f) x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = (x - 2) \cdot (x^2 - 4x + 4) = (x - 2) \cdot (x - 2)^2 = (x - 2)^3$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -6 & 12 & -8 \\ 2 & & 2 & -8 & 8 \\ \hline & 1 & -4 & 4 & 0 \end{array}$$

**Ejercicio 27:**

•  **Calcula el cociente y el resto en estas divisiones:**

a)  $(3x^2 - 7x + 5) : (3x + 1)$

b)  $(4x^3 - x) : (2x + 3)$

c)  $(5x^3 - 3x^2 + 8x) : (5x + 2)$

$$\begin{array}{r} a) \quad 3x^2 - 7x + 5 \quad | \quad 3x + 1 \\ \underline{-3x^2 - x} \phantom{+ 5} \quad x - \frac{8}{3} \\ \phantom{3x^2 -} -8x + 5 \phantom{+ 5} \\ \phantom{3x^2 -} \underline{8x + \frac{8}{3}} \\ \phantom{3x^2 -} \phantom{8x +} \frac{23}{3} \end{array}$$

$$\text{Cociente} = x - \frac{8}{3}$$

$$\text{Resto} = \frac{23}{3}$$

$$\begin{array}{r} b) \quad 4x^3 \phantom{- 6x^2} - x \phantom{+ 9x} \quad | \quad 2x + 3 \\ \underline{-4x^3 - 6x^2} \phantom{- x} \quad 2x^2 - 3x + 4 \\ \phantom{4x^3 -} -6x^2 - x \phantom{+ 9x} \\ \phantom{4x^3 -} \underline{6x^2 + 9x} \\ \phantom{4x^3 -} \phantom{6x^2 +} 8x \\ \phantom{4x^3 -} \phantom{6x^2 +} \underline{-8x - 12} \\ \phantom{4x^3 -} \phantom{6x^2 +} \phantom{-8x -} -12 \end{array}$$

$$\text{Cociente} = 2x^2 - 3x + 4$$

$$\text{Resto} = -12$$

$$\begin{array}{r} c) \quad 5x^3 - 3x^2 + 8x \phantom{+ 2x} \quad | \quad 5x + 2 \\ \underline{-5x^3 - 2x^2} \phantom{+ 8x} \quad x^2 - x + 2 \\ \phantom{5x^3 -} -5x^2 + 8x \phantom{+ 2x} \\ \phantom{5x^3 -} \underline{5x^2 + 2x} \\ \phantom{5x^3 -} \phantom{5x^2 +} 10x \\ \phantom{5x^3 -} \phantom{5x^2 +} \underline{-10x - 4} \\ \phantom{5x^3 -} \phantom{5x^2 +} \phantom{-10x -} -4 \end{array}$$

$$\text{Cociente} = x^2 - x + 2$$

$$\text{Resto} = -4$$

**Ejercicio 28:**

 **Completa estas expresiones en tu cuaderno:**

a)  $(x - 3)^2 = x^2 - \square x + 9$

b)  $(2x + 1)^2 = 4x^2 + \square x + 1$

c)  $(x + \square)^2 = x^2 + \square x + 16$

d)  $(3x - \square)^2 = \square x^2 - \square x + 4$

a)  $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$

b)  $(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$

c)  $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$

d)  $(3x - 2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$

**Ejercicio 29:**

 **Expresa los polinomios siguientes como cuadrado de un binomio (hazlo en tu cuaderno):**

a)  $x^2 + 12x + 36 = (x + \square)^2$

b)  $49 + 14x + x^2 = (\square + \square)^2$

c)  $4x^2 - 20x + 25 = (\square - 5)^2$

d)  $1 + 4x + 4x^2 = (\square + \square)^2$

a)  $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$

b)  $49 + 14x + x^2 = (7 + x)^2$

c)  $4x^2 - 20x + 25 = (2x - 5)^2$

d)  $1 + 4x + 4x^2 = (1 + 2x)^2$

**Ejercicio 30:**

 **Divide aplicando la regla de Ruffini.**

a)  $(x^2 - 5x + 1) : (x - 2)$

b)  $(x^3 - 3x^2 + 5x + 2) : (x + 1)$

c)  $(2x^3 - 15x - 7) : (x - 3)$

d)  $(3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + x - 1) : (x + 2)$

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -5 & 1 \\ 2 & & 2 & -6 \\ \hline & 1 & -3 & -5 \end{array}$$

$C(x) = x - 3$

$R = -5$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & 5 & 2 \\ -1 & & -1 & 4 & -9 \\ \hline & 1 & -4 & 9 & -7 \end{array}$$

$C(x) = x^2 - 4x + 9$

$R = -7$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & 0 & -15 & -7 \\ 3 & & 6 & 18 & 9 \\ \hline & 2 & 6 & 3 & 2 \end{array}$$

$C(x) = 2x^2 + 6x + 3$

$R = 2$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 5 & -2 & 1 & -1 \\ -2 & & -6 & 2 & 0 & -2 \\ \hline & 3 & -1 & 0 & 1 & -3 \end{array}$$

$C(x) = 3x^3 - x^2 + 1$

$R = -3$

**Ejercicio 31:**

•  **Saca factor común y utiliza las identidades notables para factorizar los siguientes polinomios:**

a)  $x^3 - 6x^2 + 9x$

b)  $x^3 - x$

c)  $4x^4 - 81x^2$

d)  $x^3 + 2x^2 + x$

e)  $3x^3 - 27x$

f)  $3x^2 + 30x + 75$

a)  $x(x^2 - 6x + 9) = x(x - 3)^2$

b)  $x(x^2 - 1) = x(x - 1)(x + 1)$

c)  $x^2(4x^2 - 81) = x^2(2x + 9)(2x - 9)$

d)  $x(x^2 + 2x + 1) = x(x + 1)^2$

e)  $3x(x^2 - 9) = 3x(x + 3)(x - 3)$

f)  $3(x^2 + 10x + 25) = 3(x + 5)^2$

**Ejercicio 32:**

•  **Encuentra las raíces de estos polinomios y factorízalos:**

a)  $x^3 + 2x^2 - x - 2$

b)  $x^3 - 19x^2 + 34x$

c)  $x^3 - x^2 - 5x - 3$

d)  $x^3 + 2x^2 - 9x - 18$

$$\begin{array}{r|rrrr} \text{a)} & 1 & 2 & -1 & -2 \\ & & 1 & 3 & 2 \\ \hline & 1 & 3 & 2 & \boxed{0} \end{array}$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2} = \begin{cases} -1 \\ -2 \end{cases}$$

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x - 1)(x + 1)(x + 2)$$

$$\text{b)} x^2 - 19x + 34 = 0 \rightarrow x = \frac{19 \pm \sqrt{361 - 136}}{2} = \frac{19 \pm 15}{2} = \begin{cases} 17 \\ 2 \end{cases}$$

$$x^3 - 19x^2 + 34x = x(x - 17)(x - 2)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} \text{c)} & 1 & -1 & -5 & -3 \\ & -1 & & 2 & 3 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & \boxed{0} \end{array}$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$$

$$x^3 - x^2 - 5x - 3 = (x + 1)(x - 3)(x + 1) = (x + 1)^2(x - 3)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} \text{d)} & 1 & 2 & -9 & -18 \\ & -2 & & 0 & 18 \\ \hline & 1 & 0 & -9 & \boxed{0} \end{array}$$

$$x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = (x + 2)(x^2 - 9) = (x + 2)(x + 3)(x - 3)$$