

HOJA 1 DE EJERCICIOS RESUELTOS
UNIDAD 4: ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES

Ejercicio 1:

■  Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $12x - 8 = 34 + 5x$

b) $4(2 - x) - (4 - x) = 7(2x + 3)$

c) $2[x + 3(x + 1)] = 5x$

d) $5(x - 2) - 2(x - 5) = 2x - (12 + 3x)$

a) $12x - 8 = 34 + 5x \rightarrow 12x - 5x = 34 + 8 \rightarrow 7x = 42 \rightarrow x = \frac{42}{7} \rightarrow x = 6$

b) $4(2 - x) - (4 - x) = 7(2x + 3) \rightarrow 8 - 4x - 4 + x = 14x + 21 \rightarrow 4 - 3x = 14x + 21 \rightarrow$
 $\rightarrow 4 - 21 = 14x + 3x \rightarrow -17 = 17x \rightarrow x = -1$

c) $2[x + 3(x + 1)] = 5x \rightarrow 2(x + 3x + 3) = 5x \rightarrow 2(4x + 3) = 5x \rightarrow 8x + 6 = 5x \rightarrow$
 $\rightarrow 8x - 5x = -6 \rightarrow 3x = -6 \rightarrow x = \frac{-6}{3} \rightarrow x = -2$

d) $5(x - 2) - 2(x - 5) = 2x - (12 + 3x) \rightarrow 5x - 10 - 2x + 10 = 2x - 12 - 3x \rightarrow$
 $\rightarrow 3x = -x - 12 \rightarrow 3x + x = -12 \rightarrow$
 $\rightarrow 4x = -12 \rightarrow x = \frac{-12}{4} \rightarrow x = -3$

Ejercicio 2: Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{3x}{2} + 2 = x + 4$

Sol.: $x = 4$

b) $x - 8 = \frac{x}{2} - \frac{x-6}{3}$

Sol.: $x = 12$

c) $x - \frac{3x}{4} = \frac{x}{7} + 3$

Sol.: $x = 28$

d) $2\left(\frac{x+5}{3}\right) = x + 3$

Sol.: $x = 1$

e) $\frac{9x}{4} - 6 = \frac{2x}{3} + \frac{1}{3}$

Sol.: $x = 4$

f) $x - 10 = \frac{5}{9}(x - 6)$

Sol.: $x = 15$

g) $\frac{x}{4} + 5 = \frac{2x}{5} - 2 - \frac{x}{30}$

Sol.: $x = 60$

h) $\frac{5x}{8} - 5(x - 20) = \frac{-2x + 18}{6}$

Sol.: $x = 24$

i) $3x - \frac{7-x}{8} = -1 + \frac{x-3}{4} + 2x$

Sol.: $x = -1$

j) $\frac{7x-3}{6} - \frac{3x-1}{4} = \frac{5x-1}{4}$

Sol.: $x = 0$

k) $\frac{2x+1}{4} - \frac{3x}{9} - 2 = \frac{3x-2}{4}$

Sol.: $x = \frac{15}{7}$

l) $\frac{x}{3} + \frac{x-5}{2} - \frac{1}{4}x = \frac{5x-2}{2}$

Sol.: $x = -\frac{18}{23}$

Ejercicio 3: Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $9x - 45 + 4x - 16 = 4$

Sol.: $x = 5$

c) $3 \cdot (x - 2) + 9 = 0$

Sol.: $x = -1$

e) $2 \cdot (3x - 2) - (x + 3) = 8$

Sol.: $x = 3$

g) $4x - 3 \cdot (1 - 3x) = -3$

Sol.: $x = 0$

i) $96 - x = 4 \cdot (x - 3) - 7 \cdot (x - 4)$

Sol.: $x = 5$

b) $2x - 3 + x - 35 = 2 - 9x - 4$

Sol.: $x = 3$

d) $8x + 7 - 2x + 5 = 4x + 12 - (x - 30)$

Sol.: $x = 10$

f) $2 \cdot (x - 3) - 3 \cdot (4x - 5) = 17 - 8x$

Sol.: $x = -4$

h) $4 \cdot (2x) - 3 \cdot (3x - 5) = 12x - 180$

Sol.: $x = 15$

j) $3 \cdot (2x - 6) - [(x - (3x - 8) + 2) - 1] = 2 - (3 - 2x)$

Sol.: $x = \frac{26}{6} = \frac{13}{3}$

Ejercicio 4:**Resuelve y comprueba que tus soluciones coinciden con las que se ofrecen debajo.**

a) $11x - 3 + x = 10x - 13$

b) $x - 3 - 4x = 3x - 4 + x$

c) $9 - 3x - 2 - 3x = 1 - 3x + 3 - x$

d) $8x = 6x - 4x - 3 + x + 7 + 5x - 2$

e) $7x + 12 - 4x - 3 = 10 + 2x - 1 + x$

Soluciones: a) -5 ; b) $1/7$; c) $3/2$; d) Sin solución; e) Infinitas soluciones.

$$\begin{aligned}
 \text{a) } 11x - 3 + x = 10x - 13 &\rightarrow 12x - 3 = 10x - 13 \rightarrow 12x - 10x = -13 + 3 \rightarrow \\
 &\rightarrow 2x = -10 \rightarrow x = \frac{-10}{2} \rightarrow x = -5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } x - 3 - 4x = 3x - 4 + x &\rightarrow -3x - 3 = 4x - 4 \rightarrow -3 + 4 = 4x + 3x \rightarrow 1 = 7x \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{1}{7} = x
 \end{aligned}$$

$$\text{c) } 9 - 3x - 2 - 3x = 1 - 3x + 3 - x \rightarrow 7 - 6x = 4 - 4x \rightarrow 7 - 4 = 6x - 4x \rightarrow 3 = 2x \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } 8x = 6x - 4x - 3 + x + 7 + 5x - 2 &\rightarrow 8x = 8x + 2 \rightarrow 8x - 8x = 2 \rightarrow 0x = 2 \rightarrow \\
 &\rightarrow \text{No tiene solución.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e) } 7x + 12 - 4x - 3 = 10 + 2x - 1 + x &\rightarrow 3x + 9 = 9 + 3x \rightarrow 3x - 3x = 9 - 9 \rightarrow 0x = 0 \rightarrow \\
 &\rightarrow \text{Tiene infinitas soluciones.}
 \end{aligned}$$

Ejercicio 5:**Quita denominadores y resuelve.**

a) $\frac{1}{2} + \frac{x}{3} = x - \frac{x}{2} + \frac{3x}{10}$

b) $2 - \frac{x}{4} + x = \frac{5x}{8} + 1$

c) $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} - \frac{2x}{5} = 1$

d) $x - \frac{1}{5} = \frac{2x}{3} - \frac{13x}{15} + 1$

e) $1 - \frac{5x}{9} + \frac{x}{6} = x - \frac{2}{3}$

Soluciones: a) 15/14; b) -8; c) 20/7; d) 1; e) 6/5

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{1}{2} + \frac{x}{3} = x - \frac{x}{2} + \frac{3x}{10} &\rightarrow 30 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{3} \right) = 30 \cdot \left(x - \frac{x}{2} + \frac{3x}{10} \right) \rightarrow 15 + 10x = 30x - 15x + 9x \rightarrow \\ &\rightarrow 15 + 10x = 24x \rightarrow 15 = 24x - 10x \rightarrow \\ &\rightarrow 15 = 14x \rightarrow x = \frac{15}{14} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 2 - \frac{x}{4} + x = \frac{5x}{8} + 1 &\rightarrow 8 \cdot \left(2 - \frac{x}{4} + x \right) = 8 \cdot \left(\frac{5x}{8} + 1 \right) \rightarrow 16 - 2x + 8x = 5x + 8 \rightarrow \\ &\rightarrow 16 + 6x = 5x + 8 \rightarrow 6x - 5x = 8 - 16 \rightarrow x = -8 \end{aligned}$$

$$\text{c) } \frac{x}{2} + \frac{x}{4} - \frac{2x}{5} = 1 \rightarrow 20 \cdot \left(\frac{x}{2} + \frac{x}{4} - \frac{2x}{5} \right) = 20 \cdot 1 \rightarrow 10x + 5x - 8x = 20 \rightarrow 7x = 20 \rightarrow x = \frac{20}{7}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } x - \frac{1}{5} = \frac{2x}{3} - \frac{13x}{15} + 1 &\rightarrow 15 \cdot \left(x - \frac{1}{5} \right) = 15 \cdot \left(\frac{2x}{3} - \frac{13x}{15} + 1 \right) \rightarrow 15x - 3 = 10x - 13x + 15 \rightarrow \\ &\rightarrow 15x - 3 = -3x + 15 \rightarrow 15x + 3x = 3 + 15 \rightarrow 18x = 18 \rightarrow x = \frac{18}{18} \rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } 1 - \frac{5x}{9} + \frac{x}{6} = x - \frac{2}{3} &\rightarrow 18 \cdot \left(1 - \frac{5x}{9} + \frac{x}{6} \right) = 18 \cdot \left(x - \frac{2}{3} \right) \rightarrow 18 - 10x + 3x = 18x - 12 \rightarrow \\ &\rightarrow 18 - 7x = 18x - 12 \rightarrow 18 + 12 = 18x + 7x \rightarrow 30 = 25x \rightarrow x = \frac{30}{25} \rightarrow x = \frac{6}{5} \end{aligned}$$

Ejercicio 6:**Calcula el valor de x en cada caso:**

a) $\frac{x-1}{5} + \frac{3x}{4} = x - \frac{2x-1}{10}$

b) $\frac{x+2}{6} - \frac{1}{3} = x - \frac{1-3x}{4}$

c) $\frac{3(1+2x)}{8} - \frac{x}{2} = 1 - \frac{3-x}{4}$

d) $\frac{x-2}{10} - \frac{3x-1}{8} = \frac{2(x+1)}{5} - 1$

e) $\frac{4(x-2)}{9} - \frac{3(1-x)}{2} = \frac{21x-11}{8} - \frac{7}{24}$

Soluciones: a) 2; b) 3/19; c) Sin solución; d) 7/9; e) -52/49

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{x-1}{5} + \frac{3x}{4} = x - \frac{2x-1}{10} &\rightarrow 20 \cdot \left(\frac{x-1}{5} + \frac{3x}{4} \right) = 20 \cdot \left(x - \frac{2x-1}{10} \right) \rightarrow \\ &\rightarrow 4(x-1) + 5 \cdot 3x = 20x - 2(2x-1) \rightarrow 4x - 4 + 15x = 20x - 4x + 2 \rightarrow \\ &\rightarrow 19x - 4 = 16x + 2 \rightarrow 19x - 16x = 2 + 4 \rightarrow 3x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{3} \rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{x+2}{6} - \frac{1}{3} &= x - \frac{1-3x}{4} \rightarrow 12 \cdot \left(\frac{x+2}{6} - \frac{1}{3} \right) = 12 \cdot \left(x - \frac{1-3x}{4} \right) \rightarrow 2(x+2) - 4 = 12x - 3(1-3x) \rightarrow \\ &\rightarrow 2x + 4 - 4 = 12x - 3 + 9x \rightarrow 2x = 21x - 3 \rightarrow 3 = 21x - 2x \rightarrow 3 = 19x \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{3}{19} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{3(1+2x)}{8} - \frac{x}{2} &= 1 - \frac{3-x}{4} \rightarrow 8 \cdot \left(\frac{3(1+2x)}{8} - \frac{x}{2} \right) = 8 \cdot \left(1 - \frac{3-x}{4} \right) \rightarrow 3(1+2x) - 4x = 8 - 2(3-x) \rightarrow \\ &\rightarrow 3 + 6x - 4x = 8 - 6 + 2x \rightarrow 3 + 2x = 2 + 2x \rightarrow 3 - 2 = 2x - 2x \rightarrow \\ &\rightarrow 1 = 0x \rightarrow \text{No tiene solución.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{x-2}{10} - \frac{3x-1}{8} &= \frac{2(x+1)}{5} - 1 \rightarrow 40 \cdot \left(\frac{x-2}{10} - \frac{3x-1}{8} \right) = 40 \cdot \left(\frac{2(x+1)}{5} - 1 \right) \rightarrow \\ &\rightarrow 4(x-2) - 5(3x-1) = 16(x+1) - 40 \rightarrow \\ &\rightarrow 4x - 8 - 15x + 5 = 16x + 16 - 40 \rightarrow -11x - 3 = 16x - 24 \rightarrow \\ &\rightarrow 24 - 3 = 16x + 11x \rightarrow 21 = 27x \rightarrow x = \frac{21}{27} \rightarrow x = \frac{7}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{4(x-2)}{9} - \frac{3(1-x)}{2} &= \frac{21x-11}{8} - \frac{7}{24} \rightarrow 72 \cdot \left(\frac{4(x-2)}{9} - \frac{3(1-x)}{2} \right) = 72 \cdot \left(\frac{21x-11}{8} - \frac{7}{24} \right) \rightarrow \\ &\rightarrow 32(x-2) - 108(1-x) = 9(21x-11) - 21 \rightarrow \\ &\rightarrow 32x - 64 - 108 + 108x = 189x - 99 - 21 \rightarrow \\ &\rightarrow 140x - 172 = 189x - 120 \rightarrow 120 - 172 = 189x - 140x \rightarrow \\ &\rightarrow -52 = 49x \rightarrow x = \frac{-52}{49} \end{aligned}$$

Ejercicio 7:**Resuelve estas ecuaciones sin aplicar la fórmula:**

a) $5x^2 - 5 = 0$

b) $5x^2 + 5 = 0$

c) $2x^2 + 3 = 35$

d) $x^2 - 9x = 0$

e) $2x^2 - 6x = 0$

f) $5x^2 + 5x = 0$

g) $8x^2 - 16x = 0$

h) $4x^2 = 36$

i) $x^2 + 1 = 0$

j) $x^2 + x = 0$

$$\text{a) } 5x^2 - 5 = 0 \rightarrow 5x^2 = 5 \rightarrow x^2 = \frac{5}{5} = 1 \rightarrow x = \pm\sqrt{1} \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\text{b) } 5x^2 + 5 = 0 \rightarrow 5x^2 = -5 \rightarrow x^2 = \frac{-5}{5} = -1 \rightarrow x = \pm\sqrt{-1} \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

$$\text{c) } 2x^2 + 3 = 35 \rightarrow 2x^2 = 35 - 3 \rightarrow 2x^2 = 32 \rightarrow x^2 = \frac{32}{2} = 16 \rightarrow x = \pm\sqrt{16} \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$$

$$d) x^2 - 9x = 0 \rightarrow x(x - 9) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x - 9 = 0 \rightarrow x = 9 \end{cases}$$

$$e) 2x^2 - 6x = 0 \rightarrow 2x(x - 3) = 0 \begin{cases} 2x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

$$f) 5x^2 + 5x = 0 \rightarrow 5x(x + 1) = 0 \begin{cases} 5x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$$g) 8x^2 - 16x = 0 \rightarrow 8x(x - 2) = 0 \begin{cases} 8x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \end{cases}$$

$$h) 4x^2 = 36 \rightarrow x^2 = \frac{36}{4} = 9 \rightarrow x = \pm\sqrt{9} \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$i) x^2 + 1 = 0 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow x = \pm\sqrt{-1} \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

$$j) x^2 + x = 0 \rightarrow x(x + 1) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \end{cases}$$

Ejercicio 8:

Resuelve estas ecuaciones aplicando la fórmula:

a) $x^2 - 6x + 5 = 0$

b) $x^2 + 6x - 7 = 0$

c) $2x^2 + 2x - 24 = 0$

d) $x^2 + 4x + 3 = 0$

e) $x^2 - 10x + 25 = 0$

f) $x^2 - x + 1 = 0$

g) $x^2 + 2x + 1 = 0$

h) $-x^2 + 5x - 6 = 0$

i) $-2x^2 - 12x + 14 = 0$

j) $-x^2 - 2x - 1 = 0$

a) $x^2 - 6x + 5 = 0 \rightarrow a = 1, b = -6, c = 5$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{6+4}{2} \rightarrow x = \frac{10}{2} \rightarrow x = 5 \\ \frac{6-4}{2} \rightarrow x = \frac{2}{2} \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

$$b) x^2 + 6x - 7 = 0 \rightarrow a = 1, b = 6, c = -7$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7)}}{2 \cdot 1} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 28}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{-6 \pm 8}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-6+8}{2} \rightarrow x = \frac{2}{2} \rightarrow x = 1 \\ \frac{-6-8}{2} \rightarrow x = \frac{-14}{2} \rightarrow x = -7 \end{cases}$$

$$c) 2x^2 + 2x - 24 = 0 \rightarrow a = 2, b = 2, c = -24$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-24)}}{2 \cdot 2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 192}}{4} = \frac{-2 \pm \sqrt{196}}{4} = \frac{-2 \pm 14}{4}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-2+14}{4} \rightarrow x = \frac{12}{4} \rightarrow x = 3 \\ \frac{-2-14}{4} \rightarrow x = \frac{-16}{4} \rightarrow x = -4 \end{cases}$$

$$d) x^2 + 4x + 3 = 0 \rightarrow a = 1, b = 4, c = 3$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{-4 \pm 2}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-4+2}{2} \rightarrow x = \frac{-2}{2} \rightarrow x = -1 \\ \frac{-4-2}{2} \rightarrow x = \frac{-6}{2} \rightarrow x = -3 \end{cases}$$

$$e) x^2 - 10x + 25 = 0 \rightarrow a = 1, b = -10, c = 25$$

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$f) x^2 - x + 1 = 0 \rightarrow a = 1, b = -1, c = 1$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2} \rightarrow \text{Sin solución}$$

$$g) x^2 + 2x + 1 = 0 \rightarrow a = 1, b = 2, c = 1$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$h) -x^2 + 5x - 6 = 0 \rightarrow a = -1, b = 5, c = -6$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-6)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{-2} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{-2} = \frac{-5 \pm 1}{-2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-5+1}{-2} \rightarrow x = \frac{-4}{-2} \rightarrow x = 2 \\ \frac{-5-1}{-2} \rightarrow x = \frac{-6}{-2} \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

$$i) -2x^2 - 12x + 14 = 0 \rightarrow a = -2, b = -12, c = 14$$

$$x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 14}}{2 \cdot (-2)} = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 112}}{-4} = \frac{12 \pm \sqrt{256}}{-4} = \frac{12 \pm 16}{-4}$$

$$x = \begin{cases} \frac{12+16}{-4} \rightarrow x = \frac{28}{-4} \rightarrow x = -7 \\ \frac{12-16}{-4} \rightarrow x = \frac{-4}{-4} \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

$$j) -x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow a = -1, b = -2, c = -1$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{-2} = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{-2} = \frac{2}{-2} = -1$$

Ejercicio 9:**Resuelve las ecuaciones siguientes:**

$$a) (x-3)x + 1 = x^2 - 5x(x+1)$$

$$b) 3(x-1) - 4x = 2(x+1)(x-1) + 2$$

$$c) 3x^2 - (x+3)^2 = x^2 - 17$$

$$d) 2x^2 - (x-5)^2 = 11 - (x-6)^2$$

$$a) (x-3)x + 1 = x^2 - 5x(x+1) \rightarrow x^2 - 3x + 1 = x^2 - 5x^2 - 5x \rightarrow x^2 - 3x + 1 = -4x^2 - 5x \rightarrow \\ \rightarrow x^2 + 4x^2 - 3x + 5x + 1 = 0 \rightarrow 5x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1}}{2 \cdot 5} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 20}}{10} = \frac{-2 \pm \sqrt{-16}}{10} \rightarrow \text{Sin solución}$$

$$b) 3(x-1) - 4x = 2(x+1)(x-1) + 2 \rightarrow 3x - 3 - 4x = 2(x^2 - 1) + 2 \rightarrow -x - 3 = 2x^2 - 2 + 2 \rightarrow \\ \rightarrow 2x^2 + x + 3 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{2 \cdot 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 24}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{-23}}{4} \rightarrow \text{Sin solución}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 3x^2 - (x+3)^2 &= x^2 - 17 \rightarrow 3x^2 - (x^2 + 6x + 9) = x^2 - 17 \rightarrow 3x^2 - x^2 - 6x - 9 = x^2 - 17 \rightarrow \\ &\rightarrow 3x^2 - x^2 - x^2 - 6x - 9 + 17 = 0 \rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} \begin{cases} \frac{6+2}{2} \rightarrow x = \frac{8}{2} \rightarrow x = 4 \\ \frac{6-2}{2} \rightarrow x = \frac{4}{2} \rightarrow x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 2x^2 - (x-5)^2 &= 11 - (x-6)^2 \rightarrow 2x^2 - (x^2 - 10x + 25) = 11 - (x^2 - 12x + 36) \rightarrow \\ &\rightarrow 2x^2 - x^2 + 10x - 25 = 11 - x^2 + 12x - 36 \rightarrow \\ &\rightarrow 2x^2 - x^2 + x^2 - 12x + 10x - 25 - 11 + 36 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow 2x^2 - 2x = 0 \rightarrow 2x(x-1) = 0 \begin{cases} 2x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Ejercicio 10:**Resuelve las ecuaciones siguientes:**

a) $x^4 - x^2 - 12 = 0$

b) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

$$\text{a) } x^2 = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2} \begin{cases} 4 \rightarrow x = \pm 2 \\ -3 \rightarrow \text{(no vale)} \end{cases} \quad 2 \text{ y } -2$$

$$\text{b) } x^2 = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 36}}{2} = \frac{8 \pm 10}{2} \begin{cases} 9 \rightarrow x = \pm 3 \\ -1 \rightarrow \text{(no vale)} \end{cases} \quad 3 \text{ y } -3$$

Ejercicio 11:**Resuelve:**

a) $x^4 + 10x^2 + 9 = 0$

b) $x^4 - x^2 - 2 = 0$

$$\text{a) } x^2 = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} = \frac{-10 \pm 8}{2} \begin{cases} -1 \rightarrow \text{(no vale)} \\ -9 \rightarrow \text{(no vale)} \end{cases}$$

No tiene solución.

$$\text{b) } x^4 - x^2 - 2 = 0 \quad \xrightarrow{x^2 = y} \quad y^2 - y - 2 = 0$$

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} \begin{cases} y = -1 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow \text{No vale} \\ y = 2 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

Hay dos soluciones: $x_1 = -\sqrt{2}$; $x_2 = \sqrt{2}$ **Ejercicio 12:****Resuelve estas ecuaciones bicuadradas:**

a) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

b) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

c) $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$

d) $x^4 - 9x^2 + 8 = 0$

$$a) x^2 = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix}$$

$$x_1 = 2; x_2 = -2; x_3 = 1; x_4 = -1$$

$$b) x^2 = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{-3 \pm 5}{2} = \begin{matrix} 1 \\ -4 \end{matrix} \text{ (no vale)}$$

$$x_1 = 1; x_2 = -1$$

$$c) x^2 = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2} = \begin{matrix} -1 \\ -2 \end{matrix} \rightarrow \text{No tiene solución}$$

$$d) x^2 = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 32}}{2} = \frac{9 \pm 7}{2} = \begin{matrix} 8 \\ 1 \end{matrix}$$

$$x_1 = 1; x_2 = -1; x_3 = 2\sqrt{2}; x_4 = -2\sqrt{2}$$

Ejercicio 13:

Resuelve las siguientes ecuaciones, factorizando previamente:

a) $x^3 - 7x - 6 = 0$

b) $2x^3 - 3x^2 - 9x + 10 = 0$

c) $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 = 0$

d) $3x^3 - 10x^2 + 9x - 2 = 0$

e) $x^5 - 16x = 0$

f) $x^3 - 3x^2 + 2x = 0$

g) $x^3 - x^2 + 4x - 4 = 0$

a)

	1	0	-7	-6
-1		-1	1	6
	1	-1	-6	0
-2		-2	6	
	1	-3	0	
3		3		
	1	0		

$x_1 = -1; x_2 = -2; x_3 = 3$

b)

	2	-3	-9	10
1		2	-1	-10
	2	-1	-10	0
-2		-4	10	
	2	-5	0	

$x_1 = 1; x_2 = -2; x_3 = \frac{5}{2}$

c) $x_1 = 1; x_2 = -1; x_3 = 2; x_4 = 3$

1	1	-5	5	5	-6	
		1	-4	1	6	
-1		1	-4	1	6	0
		-1	5	-6		
2		1	-5	6		0
		2	-6			
3		1	-3			0
		3				
	1					0

d) $x_1 = 1; x_2 = 2; x_3 = \frac{1}{3}$

1	3	-10	9	-2	
		3	-7	2	
2		3	-7	2	0
		6	-2		
	3	-1			0

e) $x(x^4 - 16) = 0; x(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$

$x_1 = 0; x_2 = 2; x_3 = -2$

f) $x(x^2 - 3x + 2) = 0; x(x - 1)(x - 2) = 0$

$x_1 = 0; x_2 = 1; x_3 = 2$

g) $x = 1$

1	1	-1	4	-4	
		1	0	4	
	1	0	4		0

Ejercicio 14:

Resuelve, por el método de sustitución, los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ 3x - 5y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 10y = -1 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$

$$a) \begin{cases} x + y = 6 \\ 3x - 5y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 6 - x \\ 3x - 5y = 2 \end{cases}$$

$$3x - 5(6 - x) = 2 \rightarrow 3x - 30 + 5x = 2 \rightarrow 8x = 2 + 30 \rightarrow 8x = 32 \rightarrow x = \frac{32}{8} \rightarrow x = 4$$

$$y = 6 - 4 \rightarrow y = 2$$

$$\text{Solución: } x = 4, y = 2$$

$$b) \begin{cases} 3x + 10y = -1 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 10y = -1 \\ x = 1 - 2y \end{cases}$$

$$3(1 - 2y) + 10y = -1 \rightarrow 3 - 6y + 10y = -1 \rightarrow 3 + 4y = -1 \rightarrow 4y = -1 - 3 \rightarrow 4y = -4 \rightarrow y = -1$$

$$x = 1 - 2 \cdot (-1) \rightarrow x = 1 + 2 \rightarrow x = 3$$

$$\text{Solución: } x = 3, y = -1$$

$$c) \begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ y = 23 - 4x \end{cases}$$

$$5x - 3(23 - 4x) = 50 \rightarrow 5x - 69 + 12x = 50 \rightarrow 17x - 69 = 50 \rightarrow 17x = 50 + 69 \rightarrow 17x = 119 \rightarrow x = \frac{119}{17} \rightarrow x = 7$$

$$y = 23 - 4 \cdot 7 = 23 - 28 = -5$$

$$\text{Solución: } x = 7, y = -5$$

$$d) \begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - 2 = y \end{cases}$$

$$5x + 3x - 2 = 6 \rightarrow 8x - 2 = 6 \rightarrow 8x = 6 + 2 \rightarrow 8x = 8 \rightarrow x = 1$$

$$y = 3 \cdot 1 - 2 = 3 - 2 = 1$$

$$\text{Solución: } x = 1, y = 1$$

Ejercicio 15:

Resuelve, por el método de igualación, los siguientes sistemas:

$$a) \begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x + 10y = -1 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 6 - x \\ y = x - 2 \end{cases}$$

$$6 - x = x - 2 \rightarrow 6 + 2 = x + x \rightarrow 8 = 2x \rightarrow x = \frac{8}{2} \rightarrow x = 4$$

$$y = 6 - 4 \rightarrow y = 2$$

Solución: $x = 4$, $y = 2$

$$b) \begin{cases} 3x + 10y = -1 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{-1 - 10y}{3} \\ x = 1 - 2y \end{cases}$$

$$\frac{-1 - 10y}{3} = 1 - 2y \rightarrow 3 \cdot \frac{-1 - 10y}{3} = 3 \cdot (1 - 2y) \rightarrow -1 - 10y = 3 - 6y \rightarrow$$

$$\rightarrow -10y + 6y = 3 + 1 \rightarrow -4y = 4 \rightarrow y = -1$$

$$x = 1 - 2 \cdot (-1) \rightarrow x = 1 + 2 \rightarrow x = 3$$

Solución: $x = 3$, $y = -1$

$$c) \begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 6 - 5x \\ y = 3x - 2 \end{cases}$$

$$6 - 5x = 3x - 2 \rightarrow 6 + 2 = 3x + 5x \rightarrow 8 = 8x \rightarrow x = 1$$

$$y = 6 - 5 \cdot 1 = 6 - 5 = 1$$

Solución: $x = 1$, $y = 1$

$$d) \begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{5x - 50}{3} = y \\ y = 23 - 4x \end{cases}$$

$$\frac{5x - 50}{3} = 23 - 4x \rightarrow 3 \cdot \frac{5x - 50}{3} = 3 \cdot (23 - 4x) \rightarrow 5x - 50 = 69 - 12x \rightarrow$$

$$\rightarrow 5x + 12x = 69 + 50 \rightarrow 17x = 119 \rightarrow x = \frac{119}{17} \rightarrow x = 7$$

$$y = 23 - 4 \cdot 7 = 23 - 28 = -5$$

Solución: $x = 7$, $y = -5$

Ejercicio 16:

Resuelve, por el método de reducción, los siguientes sistemas:

$$a) \begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x - 5y = -26 \\ 4x + 10y = 32 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$2x = 8 \rightarrow x = \frac{8}{2} \rightarrow x = 4$$

$$4 + y = 6 \rightarrow y = 6 - 4 \rightarrow y = 2$$

Solución: $x = 4$, $y = 2$

$$b) \begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases}$$

$$4x = 8 \rightarrow x = \frac{8}{4} \rightarrow x = 2$$

$$2 + 5y = 7 \rightarrow 5y = 7 - 2 \rightarrow 5y = 5 \rightarrow y = 1$$

Solución: $x = 2$, $y = 1$

$$c) \begin{cases} 3x - 5y = -26 \\ 4x + 10y = 32 \end{cases} \rightarrow \text{Multiplicamos por 2} \rightarrow \begin{cases} 6x - 10y = -52 \\ 4x + 10y = 32 \end{cases}$$

$$10x = -20 \rightarrow x = \frac{-20}{10} \rightarrow x = -2$$

$$3 \cdot (-2) - 5y = -26 \rightarrow -6 - 5y = -26 \rightarrow -5y = -26 + 6 \rightarrow -5y = -20 \rightarrow$$

$$\rightarrow y = \frac{-20}{-5} \rightarrow y = 4$$

Solución: $x = -2$, $y = 4$

$$d) \begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \end{cases} \rightarrow \text{Multiplicamos por 3} \rightarrow \begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 12x + 3y = 69 \end{cases}$$

$$17x = 119 \rightarrow x = \frac{119}{17} \rightarrow x = 7$$

$$5 \cdot 7 - 3y = 50 \rightarrow 35 - 3y = 50 \rightarrow -3y = 50 - 35 \rightarrow -3y = 15 \rightarrow y = \frac{15}{-3} \rightarrow y = -5$$

Solución: $x = 7$, $y = -5$

Ejercicio 17:

Por un videojuego, un cómic y un helado, Andrés ha pagado 14,30 €. El videojuego es cinco veces más caro que el cómic, y este cuesta el doble que el helado. ¿Cuál es el precio de cada artículo?

Llamamos x al precio del helado. Por tanto, tenemos que:

– Precio del cómic $\rightarrow 2x$

– Precio del videojuego $\rightarrow 5 \cdot 2x = 10x$

$$x + 2x + 10x = 14,30 \rightarrow 13x = 14,30 \rightarrow x = \frac{14,30}{13} \rightarrow x = 1,10$$

– El precio del helado es 1,10 €.

– El precio del cómic es $2 \cdot 1,10 = 2,20$ €.

– El precio del videojuego es $5 \cdot 2,20 = 11$ €.

Ejercicio 18:

Dos albañiles que trabajan asociados reciben 1 400 € como pago de cierto trabajo. ¿Cuánto debe cobrar cada uno si el primero trabajó las dos quintas partes de lo que trabajó el otro?

Llamamos x al tiempo que trabajó uno de los albañiles, entonces, el otro albañil trabajó $\frac{2}{5}x$.

$$x + \frac{2}{5}x = 1\,400 \rightarrow \frac{5x + 2x}{5} = 1\,400 \rightarrow \frac{7}{5}x = 1\,400 \rightarrow x = \frac{1\,400 \cdot 5}{7} = 200 \cdot 5 \rightarrow x = 1\,000$$

Uno de los albañiles debe cobrar 1 000 € y el otro, debe cobrar, $1\,000 \cdot \frac{2}{5} = 400$ €.

Ejercicio 19:

Si divido un número entre 5, el resultado es dos unidades mayor que si lo divido entre 6. ¿Qué número es?

Llamamos x al número que buscamos.

$$\frac{x}{5} - 2 = \frac{x}{6} \rightarrow 30 \cdot \left(\frac{x}{5} - 2 \right) = 30 \cdot \frac{x}{6} \rightarrow 6x - 60 = 5x \rightarrow 6x - 5x = 60 \rightarrow x = 60$$

El número que buscamos es 60.

Ejercicio 20:

Me faltan 1,80 € para comprar una revista. Si tuviera el doble de lo que tengo ahora, me sobrarían 2 €. ¿Cuánto tengo? ¿Cuánto cuesta la revista?

Llamamos x al dinero que tengo.

$$x + 1,80 = 2x - 2 \rightarrow 1,80 + 2 = 2x - x \rightarrow x = 3,80 \text{ €}$$

Tengo 3,80 euros.

Por tanto, la revista cuesta $3,80 + 1,80 = 5,60$ €.

Ejercicio 21:

 **Calcula un número cuya mitad es 20 unidades menor que su triple.**

Llamamos x al número que buscamos.

$$\frac{x}{2} + 20 = \frac{x}{3} \rightarrow 6 \left(\frac{x}{2} + 20 \right) = 6 \cdot \frac{x}{3} \rightarrow 3x + 120 = 2x \rightarrow 3x - 2x = -120 \rightarrow x = -120$$

El número que buscamos es -120.

Ejercicio 22:

Una empresa aceitera ha envasado 3 000 litros de aceite en 1 200 botellas de dos y de cinco litros. ¿Cuántas botellas de cada clase se han utilizado?

Número de botellas de 2 litros $\rightarrow x$

Número de botellas de 5 litros $\rightarrow y$

$$\begin{cases} x + y = 1\,200 \\ 2x + 5y = 3\,000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1\,200 - y \\ 2x + 5y = 3\,000 \end{cases}$$

$$2(1\,200 - y) + 5y = 3\,000 \rightarrow 2\,400 - 2y + 5y = 3\,000 \rightarrow 3y = 600 \rightarrow y = 200$$

$$x = 1\,200 - 200 = 1\,000$$

Se han utilizado 1 000 botellas de dos litros y 200 botellas de cinco litros.

Ejercicio 23:

- **Calcula dos números cuya suma sea 191, y su diferencia, 67.**

Un número $\rightarrow x$

Otro número $\rightarrow y$

$$\begin{cases} x + y = 191 \\ x - y = 67 \end{cases}$$

$$2x = 258 \rightarrow x = \frac{258}{2} \rightarrow x = 129$$

Sustituimos en la primera ecuación:

$$129 + y = 191 \rightarrow y = 191 - 129 \rightarrow y = 62$$

Los números son 129 y 62.

Ejercicio 24:

Por dos cafés y un cruasán hemos pagado 4,30 €. En la mesa de al lado había un grupo de amigos que han pagado 11,60 € por cinco cafés y tres cruasanes. ¿Cuánto cuesta cada café y cada cruasán?

Precio del café $\rightarrow x$ €

Precio del cruasán $\rightarrow y$ €

$$\begin{cases} 2x + y = 4,30 \\ 5x + 3y = 11,60 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -6x - 3y = -12,90 \\ 5x + 3y = 11,60 \end{cases}$$

$$\begin{array}{rcl} -x & = & -1,30 \end{array} \rightarrow x = 1,30$$

Sustituimos en la primera ecuación:

$$2 \cdot 1,30 + y = 4,30 \rightarrow 2,60 + y = 4,30 \rightarrow y = 4,30 - 2,60 \rightarrow y = 1,70$$

Un café cuesta 1,30 €, y un cruasán, 1,70 €.

Ejercicio 25:

Un número excede en 12 unidades a otro; y si restáramos 4 unidades a cada uno de ellos, entonces el primero sería igual al doble del segundo. Plantea un sistema y resuélvelo para hallar los dos números.

Solución:

Hagamos una tabla para entender mejor la situación:

		SI RESTAMOS 4
PRIMER NÚMERO	x	$x - 4$
SEGUNDO NÚMERO	y	$y - 4$

Tenemos que:

$$\left. \begin{array}{l} x = y + 12 \\ x - 4 = 2(y - 4) \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} x = y + 12 \\ y + 12 - 4 = 2y - 8 \rightarrow y = 16 \end{array}$$

$$x = y + 12 = 16 + 12 = 28$$

Los números son el 28 y el 16.

Ejercicio 26:

Resuelve estos sistemas.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \left. \begin{array}{l} x - y = 3 \\ 3x + 2y = 19 \\ 2x + 3y = 16 \end{array} \right\} \\ \text{b)} & \left. \begin{array}{l} x + y + 2z = 0 \\ 2x + 5y - 6z = 0 \\ 3x + 4y + z = 0 \end{array} \right\} \end{array}$$

$$\text{a)} \quad \left. \begin{array}{l} x - y = 3 \\ 3x + 2y = 19 \\ 2x + 3y = 16 \end{array} \right\} \xrightarrow[\begin{array}{l} E_2 = E_2 - 3E_1 \\ E_3 = E_3 - 2E_1 \end{array}]{\begin{array}{l} E_2 = E_2 - 3E_1 \\ E_3 = E_3 - 2E_1 \end{array}} \left. \begin{array}{l} x - y = 3 \\ 5y = 10 \\ 5y = 10 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 5 \\ y = 2 \end{array}$$

$$\text{b)} \quad \left. \begin{array}{l} x + y + 2z = 0 \\ 2x + 5y - 6z = 0 \\ 3x + 4y + z = 0 \end{array} \right\} \xrightarrow[\begin{array}{l} E_2 = E_2 - 2E_1 \\ E_3 = E_3 - 3E_1 \end{array}]{\begin{array}{l} E_2 = E_2 - 2E_1 \\ E_3 = E_3 - 3E_1 \end{array}} \left. \begin{array}{l} x + y + 2z = 0 \\ 3y - 10z = 0 \\ y - 5z = 0 \end{array} \right\} \xrightarrow{E_3 = -3E_3 + E_2} \left. \begin{array}{l} x + y + 2z = 0 \\ 3y - 10z = 0 \\ 5z = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{array}$$

Ejercicio 27:

Resuelve los sistemas.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \left. \begin{array}{l} x + y + z = 2 \\ 3x - y = 1 \\ 5x + 7y - 3z = 3 \end{array} \right\} \\ \text{b)} & \left. \begin{array}{l} x - y - 2z = 8 \\ 2x + y - 3z = 11 \\ x + 2y + 3z = 5 \end{array} \right\} \end{array}$$

$$\text{a)} \quad \left. \begin{array}{l} x + y + z = 2 \\ 3x - y = 1 \\ 5x + 7y - 3z = 3 \end{array} \right\} \xrightarrow{E_3 = E_3 + 3E_1} \left. \begin{array}{l} x + y + z = 2 \\ 3x - y = 1 \\ 8x + 10y = 9 \end{array} \right\} \xrightarrow{E_3 = E_3 + 10E_2} \left. \begin{array}{l} x + y + z = 2 \\ 3x - y = 1 \\ 38x = 19 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \\ z = 1 \end{array}$$

$$\text{b)} \quad \left. \begin{array}{l} x - y - 2z = 8 \\ 2x + y - 3z = 11 \\ x + 2y + 3z = 5 \end{array} \right\} \xrightarrow[\begin{array}{l} E_3 = E_3 - E_1 \end{array}]{\begin{array}{l} E_2 = E_2 - 2E_1 \\ E_3 = E_3 - E_1 \end{array}} \left. \begin{array}{l} x - y - 2z = 8 \\ 3y + z = -5 \\ 3y + 5z = -3 \end{array} \right\} \xrightarrow{E_3 = E_3 - E_2} \left. \begin{array}{l} x - y - 2z = 8 \\ 3y + z = -5 \\ 4z = 2 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} x = \frac{43}{6} \\ y = -\frac{11}{6} \\ z = \frac{1}{2} \end{array}$$

Ejercicio 28:

Determina las soluciones de estos sistemas de tres ecuaciones con tres incógnitas, utilizando el método de Gauss.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \left. \begin{array}{l} 2x + 3y + z = 11 \\ x - 2y + 3z = 6 \\ -x + y - z = -2 \end{array} \right\} \\ \text{c)} & \left. \begin{array}{l} 2x + 3y + 5z = 0 \\ -4x - 6y + 7z = -3 \\ 3x - y + z = 3 \end{array} \right\} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{b)} & \left. \begin{array}{l} 2x - y + z = 4 \\ -x + 3y - 2z = 1 \\ x + 2y + z = 1 \end{array} \right\} \\ \text{d)} & \left. \begin{array}{l} 2x + 4y + z = 0 \\ x - 3y - 2z = 5 \\ -x + y - z = 1 \end{array} \right\} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{cases} 2x + 3y + z = 11 \\ x - 2y + 3z = 6 \\ -x + y - z = -2 \end{cases} \xrightarrow{\substack{E_2 = 2E_2 - E_1 \\ E_3 = 2E_3 + E_1}} \begin{cases} 2x + 3y + z = 11 \\ -7y + 5z = 1 \\ 5y - z = 7 \end{cases} \\ & \xrightarrow{E_3 = 7E_3 + 5E_2} \begin{cases} 2x + 3y + z = 11 \\ -7y + 5z = 1 \\ 18z = 54 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & \begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ -x + 3y - 2z = 1 \\ x + 2y + z = 1 \end{cases} \xrightarrow{\substack{E_2 = 2E_2 + E_1 \\ E_3 = 2E_3 - E_1}} \begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ 5y - 3z = 6 \\ 5y + z = -2 \end{cases} \xrightarrow{E_3 = E_3 - E_2} \begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ 5y - 3z = 6 \\ 4z = -8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \\ z = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & \begin{cases} 2x + 3y + 5z = 0 \\ -4x - 6y + 7z = -3 \\ 3x - y + z = 3 \end{cases} \xrightarrow{\substack{E_2 = E_2 + 2E_1 \\ E_3 = 2E_3 - 3E_1}} \begin{cases} 2x + 3y + 5z = 0 \\ 17z = -3 \\ -11y - 13z = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{177}{187} \\ y = -\frac{63}{187} \\ z = -\frac{3}{17} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & \begin{cases} 2x + 4y + z = 0 \\ x - 3y - 2z = 5 \\ -x + y - z = 1 \end{cases} \xrightarrow{\substack{E_2 = 2E_2 - E_1 \\ E_3 = 2E_3 + E_1}} \begin{cases} 2x + 4y + z = 0 \\ -10y - 5z = 10 \\ 6y - z = 2 \end{cases} \xrightarrow{E_3 = E_3 + \frac{3}{5}E_2} \begin{cases} 2x + 4y + z = 0 \\ -10y - 5z = 10 \\ -4z = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

Ejercicio 29:

Resuelve, empleando el método de Gauss.

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{cases} x + y + z = 10 \\ x + 2y - z = 2 \\ x + y + 2z = 15 \end{cases} & \text{d) } & \begin{cases} 2x - 3y + z = 3 \\ 4y - 3z = 10 \\ -x + 2y + 3z = -8 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & \begin{cases} 3x - y - z = -10 \\ 5x - z = -10 \\ -6x + 3y + 2z = 22 \end{cases} & \text{e) } & \begin{cases} 2x + 2y - 8z = 12 \\ -x + 3y + 5z = 7 \\ 3x + 4y - z = 32 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & \begin{cases} 2x + 4y + z = 0 \\ x - 3y - 2z = 5 \\ -x + y - z = 1 \end{cases} & \text{f) } & \begin{cases} 4x + 3y + 5z + 2 = 0 \\ -2x + 6y - z - 2 = 0 \\ 8x + 9y + 11z + 10 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{cases} x + y + z = 10 \\ x + 2y - z = 2 \\ x + y + 2z = 15 \end{cases} \xrightarrow{\substack{E_2 = E_2 - E_1 \\ E_3 = E_3 - E_1}} \begin{cases} x + y + z = 10 \\ y - 2z = -8 \\ z = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \\ z = 5 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & \begin{cases} 3x - y - z = -10 \\ 5x - z = -10 \\ -6x + 3y + 2z = 22 \end{cases} \xrightarrow{E_3 = E_3 + 3E_1} \begin{cases} 3x - y - z = -10 \\ 5x - z = -10 \\ 3x - z = -8 \end{cases} \\
 & \xrightarrow{E_3 = E_3 - E_2} \begin{cases} 3x - y - z = -10 \\ 5x - z = -10 \\ -2x = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = 5 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c)} \quad & \begin{cases} 2x + 4y + z = 0 \\ x - 3y - 2z = 5 \\ -x + y - z = 1 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} E_2 = 2E_2 - E_1 \\ E_3 = 2E_3 + E_1 \end{matrix}} \begin{cases} 2x + 4y + z = 0 \\ -10y - 5z = 10 \\ 6y - z = 2 \end{cases} \\
 & \xrightarrow{E_3 = E_3 + \frac{3}{5}E_2} \begin{cases} 2x + 4y + z = 0 \\ -10y - 5z = 10 \\ -4z = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = -2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d)} \quad & \begin{cases} 2x - 3y + z = 3 \\ 4y - 3z = 10 \\ -x + 2y + 3z = -8 \end{cases} \xrightarrow{E_3 = 2E_3 + E_1} \begin{cases} 2x - 3y + z = 3 \\ 4y - 3z = 10 \\ y + 7z = -13 \end{cases} \\
 & \xrightarrow{E_3 = 4E_3 - E_2} \begin{cases} 2x - 3y + z = 3 \\ 4y - 3z = 10 \\ 31z = -62 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \\ z = -2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e)} \quad & \begin{cases} 2x + 2y - 8z = 12 \\ -x + 3y + 5z = 7 \\ 3x + 4y - z = 32 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} E_2 = 2E_2 + E_1 \\ E_3 = 2E_3 - 3E_1 \end{matrix}} \begin{cases} 2x + 2y - 8z = 12 \\ 8y + 2z = 26 \\ 2y + 22z = 28 \end{cases} \\
 & \xrightarrow{E_3 = 4E_3 - E_2} \begin{cases} 2x + 2y - 8z = 12 \\ 8y + 2z = 26 \\ 86z = 86 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \\ z = 1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{f)} \quad & \begin{cases} 4x + 3y + 5z + 2 = 0 \\ -2x + 6y - z - 2 = 0 \\ 8x + 9y + 11z + 10 = 0 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} E_2 = 2E_2 + E_1 \\ E_3 = E_3 - 2E_1 \end{matrix}} \begin{cases} 4x + 3y + 5z = -2 \\ 15y + 3z = 2 \\ 3y + z = -6 \end{cases} \\
 & \xrightarrow{E_3 = 5E_3 - E_2} \begin{cases} 4x + 3y + 5z = -2 \\ 15y + 3z = 2 \\ 2z = -32 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 17 \\ y = \frac{10}{3} \\ z = -16 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Ejercicio 30:

Nos disponemos a fabricar un collar con 3 tipos de cuentas: verdes, rojas y azules. El collar tiene un total de 20 cuentas y el precio total de fabricación es de 33 €. El coste de la cuentas verdes, rojas y azules es de 1 €, 2 € y 3 €, respectivamente. Además, sabemos que el número de cuentas verdes es igual al número de rojas más azules.

Contesta a los siguientes apartados:

(2 puntos, 1 por apartado)

A. Plantea el sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas que da solución a este problema.

B. Resuelve dicho sistema.

SOLUCIÓN**A.** x = número de cuentas verdes y = número de cuentas rojas z = número de cuentas azules

$$\begin{cases} x + y + z = 20 \\ x + 2y + 3z = 33 \\ x = y + z \end{cases}$$

B. El sistema se puede resolver por el método de Gauss. Obtenemos como solución: $x=10$; $y=7$; $z=3$ **Ejercicio 31:**

Un señor se dispone a diseñar un tendedero con tres cordeles (C1, C2 y C3), utilizando en su totalidad una cuerda de 18 metros. Sabemos que C1 y C2 tienen la misma longitud y que la longitud de C3 es el doble que la suma de los otros dos.

Responde los siguientes apartados:

(2 puntos, 1 por apartado)

A. Plantea el sistema de ecuaciones asociado a este problema.**B.** Calcula la longitud de cada cordel.**SOLUCIÓN****A.** Llamamos x a la longitud de C1, y a la longitud de C2 y z a la longitud de C3.

$$\begin{cases} x + y + z = 18 \\ x = y \\ 2(x + y) = z \end{cases}$$

B. Resolviendo el sistema obtenemos que $x=3$, $y=3$, $z=12$