HOJA 1 DE EJERCICIOS RESUELTOS

UNIDAD 5: **INECUACIONES Y SISTEMAS DE INECUACIONES**

Ejercicio 1:

Resuelve estas inecuaciones:

a) $3x - 2 \leq 10$ **b)** $x - 2 > 1$

c) $2x + 5 \geq 6$ **d)** $3x + 1 \leq 15$

a) $3x - 2 \leq 10 \rightarrow 3x \leq 12 \rightarrow x \leq 4$

Soluciones: $\{x \,/\, x \leq 4\} = (-\infty, 4]$

b) $x - 2 > 1 \rightarrow x > 3$

Soluciones: $\{x \,/\, x > 3\} = (3, +\infty)$

c) $2x + 5 \geq 6 \rightarrow 2x \geq 1 \rightarrow x \geq \frac{1}{2}$

Soluciones: $\left\{x \,/\, x \geq \frac{1}{2}\right\} = \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$

d) $3x + 1 \leq 15 \rightarrow 3x \leq 14 \rightarrow x \leq \frac{14}{3}$

Soluciones: $\left\{x \,/\, x \leq \frac{14}{3}\right\} = \left(-\infty, \frac{14}{3}\right]$

Ejercicio 2:

Resuelve la siguiente inecuación: $\frac{1}{2}x - 4 \leq 3x + 1$

la solución de la inecuación es el intervalo $(-\infty, -2]$.

Ejercicio 3:

Resuelve estos sistemas de inecuaciones:

a) $\begin{cases} 3x - 2 \leq 10 \\ x - 2 > 1 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2x + 5 \geq 6 \\ 3x + 1 \leq 15 \end{cases}$

Obserevamos que las inecuaciones que forman ambos sistemas se han resuelto en el ejercicio anterior.

a) $\begin{cases} x \leq 4 \\ x > 3 \end{cases}$ *Soluciones*: $\{x \,/\, 3 < x \leq 4\} = (3, 4]$

b) $\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x \leq \frac{14}{3} \end{cases}$ *Soluciones*: $\left\{x \,/\, \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{14}{3}\right\} = \left[\frac{1}{2}, \frac{14}{3}\right]$

Ejercicio 4:

Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $x^2 - 3x - 4 < 0$

b) $x^2 - 3x - 4 \geq 0$

c) $x^2 + 7 < 0$

d) $x^2 - 4 \leq 0$

a) $(-1, 4)$
b) $(-\infty, -1] \cup [4, +\infty)$
c) $\rightarrow$ No tiene solución
d) $[-2, 2]$

Ejercicio 5:

Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado con una incógnita.

a) $x^2 - 3x + 2 \leq 0$

b) $x^2 - 3x + 2 \geq 0$

c) $x^2 - 9x > 0$

d) $x^2 - 9 < 0$

e) $x^2 + 2 \leq 0$

f) $(x - 3)(x + 4) \geq 0$

g) $(x + 3)x < 4$

h) $x^2 - 30 > x$

i) $x^2 + x + 3 < 0$

j) $4x^2 - 4x + 1 < 0$

a) Resolvemos la ecuación: $x^2 - 3x + 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$

Tomamos un punto de cada intervalo en que queda dividida la recta:

$x = 0 \qquad x = 1{,}5 \qquad x = 3$

Si $x = 0 \rightarrow 0^2 - 3 \cdot 0 + 2 > 0 \rightarrow (-\infty, 1)$ no es solución de la inecuación.

Si $x = 1{,}5 \rightarrow 1{,}5^2 - 3 \cdot 1{,}5 + 2 < 0 \rightarrow (1, 2)$ es solución de la inecuación.

Si $x = 3 \rightarrow 3^2 - 3 \cdot 3 + 2 > 0 \rightarrow (2, +\infty)$ no es solución de la inecuación.

Las soluciones de la ecuación lo son también de la inecuación.

Por tanto, la solución es $[1, 2]$.

b) Se deduce del apartado anterior que las soluciones de la inecuación son: $(-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$

c) Resolvemos la ecuación: $x^2 - 9x = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 9 \end{cases}$

Tomamos un punto de cada intervalo en que queda dividida la recta:

$x = -1 \qquad x = 1 \qquad x = 10$

Si $x = -1 \rightarrow (-1)^2 - 9 \cdot (-1) > 0 \rightarrow (-\infty, 0)$ es solución de la inecuación.

Si $x = 1 \rightarrow 1^2 - 9 \cdot 1 < 0 \rightarrow (0, 9)$ no es solución de la inecuación.

Si $x = 10 \rightarrow 10^2 - 9 \cdot 10 > 0 \rightarrow (9, +\infty)$ es solución de la inecuación.

Las soluciones de la ecuación no lo son de la inecuación.

Por tanto, la solución es $(-\infty, 0) \cup (9, +\infty)$.

d) Resolvemos la ecuación: $x^2 - 9 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 3 \end{cases}$

Tomamos un punto de cada intervalo en que queda dividida la recta:

$x = -10 \qquad x = 0 \qquad x = 10$

Si $x = -10 \rightarrow (-10)^2 - 9 > 0 \rightarrow (-\infty, -3)$ no es solución de la inecuación.

Si $x = 0 \rightarrow 0^2 - 9 < 0 \rightarrow (-3, 3)$ es solución de la inecuación.

Si $x = 10 \rightarrow 10^2 - 9 > 0 \rightarrow (3, +\infty)$ no es solución de la inecuación.

Las soluciones de la ecuación no lo son de la inecuación.

Por tanto, la solución es $(-3, 3)$.

e) El primer miembro de la inecuación siempre será positivo.
Por tanto, la inecuación no tiene solución.

f) Resolvemos la ecuación: $(x - 3)(x + 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -4 \\ x_2 = 3 \end{cases}$

Tomamos un punto de cada intervalo en que queda dividida la recta:

$x = -10 \qquad x = 0 \qquad x = 10$

Si $x = -10 \rightarrow (-10 - 3)(-10 + 4) > 0 \rightarrow (-\infty, -4)$ es solución de la inecuación.

Si $x = 0 \rightarrow (0 - 3)(0 + 4) < 0 \rightarrow (-4, 3)$ no es solución de la inecuación.

Si $x = 10 \rightarrow (10 - 3)(10 + 4) > 0 \rightarrow (3, +\infty)$ es solución de la inecuación.

Las soluciones de la ecuación lo son también de la inecuación.

Por tanto, la solución es $(-\infty, -4] \cup [3, +\infty)$.

g) Resolvemos la ecuación: $(x + 3)x = 4 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -4 \\ x_2 = 1 \end{cases}$

Tomamos un punto de cada intervalo en que queda dividida la recta:

$x = -10 \qquad x = 0 \qquad x = 10$

Si $x = -10 \rightarrow (-10 + 3) \cdot (-10) - 4 > 0 \rightarrow (-\infty, -4)$ no es solución de la inecuación.

Si $x = 0 \rightarrow (0 - 3) \cdot 0 - 4 < 0 \rightarrow (-4, 1)$ es solución de la inecuación.

Si $x = 10 \rightarrow (10 - 3) \cdot 10 + 4 > 0 \rightarrow (1, +\infty)$ no es solución de la inecuación.

Las soluciones de la ecuación no lo son de la inecuación.

Por tanto, la solución es $(-4, 1)$.

h) Resolvemos la ecuación: $x^2 - x - 30 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -5 \\ x_2 = 6 \end{cases}$

Tomamos un punto de cada intervalo en que queda dividida la recta:

$x = -10 \qquad x = 0 \qquad x = 10$

Si $x = -10 \rightarrow (-10)^2 - 10 - 30 > 0 \rightarrow (-\infty, -5)$ no es solución de la inecuación.

Si $x = 0 \rightarrow 0^2 - 0 - 30 < 0 \rightarrow (-5, 6)$ es solución de la inecuación.

Si $x = 10 \rightarrow 10^2 - 10 - 30 > 0 \rightarrow (6, +\infty)$ no es solución de la inecuación.

Las soluciones de la ecuación no lo son de la inecuación.

Por tanto, la solución es $(-5, 6)$.

i) El primer miembro de la inecuación es siempre mayor o igual que cero. Por tanto, la inecuación no tiene solución.

j) El primer miembro de la inecuación es siempre mayor o igual que cero. Por tanto, la inecuación no tiene solución.

Ejercicio 6:

Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $2x - 3 < x - 1$

b) $\dfrac{3x-2}{2} \leq \dfrac{2x+7}{3}$

c) $-3x - 2 < 5 - \dfrac{x}{2}$

d) $\dfrac{3x}{5} - x > -2$

a) $x < 2$; $(-\infty, 2)$

b) $9x - 6 \leq 4x + 14 \rightarrow 5x \leq 20 \rightarrow x \leq 4$; $(-\infty, 4]$

c) $-6x - 4 < 10 - x \rightarrow -14 < 5x \rightarrow x > -\dfrac{14}{5}$; $\left(-\dfrac{14}{5}, +\infty\right)$

d) $3x - 5x > -10 \rightarrow -2x > -10 \rightarrow 2x < 10 \rightarrow x < 5$; $(-\infty, 5)$

Ejercicio 7:

Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $5(2 + x) > -5x$

b) $\dfrac{x-1}{2} > x - 1$

c) $x^2 + 5x < 0$

d) $9x^2 - 4 > 0$

e) $x^2 + 6x + 8 \geq 0$

f) $x^2 - 2x - 15 \leq 0$

a) $10 + 5x > -5x \rightarrow 10x > -10 \rightarrow x > -1;\ (-1, +\infty)$

b) $x - 1 > 2x - 2 \rightarrow 1 > x \rightarrow x < 1;\ (-\infty, 1)$

c) $x(x + 5) < 0 \rightarrow -5 < x < 0;\ (-5, 0)$

d) $(3x - 2)(3x + 2) > 0 \rightarrow \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$

e) $(x + 2)(x + 4) \geq 0 \rightarrow (-\infty, -4] \cup [-2, +\infty)$

f) $(x + 3)(x - 5) \leq 0 \rightarrow [-3, 5]$

Ejercicio 8:

Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $\begin{cases} 4x - 3 < 1 \\ x + 6 > 2 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 3x - 2 > -7 \\ 5 - x < 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5 - x < -12 \\ 16 - 2x < 3x - 3 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 2x - 3 > 0 \\ 5x + 1 < 0 \end{cases}$

☛ ***Resuelve cada inecuación y busca las soluciones comunes. Uno de los sistemas no tiene solución.***

a) $\left.\begin{array}{l} 4x < 4 \rightarrow x < 1 \\ x > -4 \end{array}\right\} (-4, 1)$ b) $\left.\begin{array}{l} 3x > -5 \rightarrow x > -5/3 \\ x > 4 \end{array}\right\} (4, +\infty)$

c) $\left.\begin{array}{l} x > 17 \\ 5x > 19 \rightarrow x > 19/5 \end{array}\right\} (17, +\infty)$ d) $\left.\begin{array}{l} x > 3/2 \\ x < -1/5 \end{array}\right\}$ No tiene solución

Ejercicio 9:

Resuelve estas inecuaciones de grado superior, siguiendo el método utilizado para las inecuaciones de segundo grado.

a) $(x - 2)(x - 3)(x^2 - 2) \geq 0$ c) $x^3 + 2x^2 + 3x - 6 < 0$

b) $x(x - 4)(x + 1)(x^3 - 1) \leq 0$ d) $x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 9x - 9 > 0$

a) Resolvemos la ecuación: $(x - 2)(x - 3)(x^2 - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -\sqrt{2} \\ x_2 = \sqrt{2} \\ x_3 = 2 \\ x_4 = 3 \end{cases}$

Tomamos un punto de cada intervalo en que queda dividida la recta:

$x = -10 \qquad x = 0 \qquad x = 1{,}5 \qquad x = 2{,}5 \qquad x = 10$

Si $x = -10 \rightarrow (-10-2)(-10-3)((-10)^2-2) > 0 \rightarrow \left(-\infty, -\sqrt{2}\right)$ es solución.

Si $x = 0 \rightarrow (0-2)(0-3)(0^2-2) < 0 \rightarrow \left(\sqrt{2}, -\sqrt{2}\right)$ no es solución.

Si $x = 1{,}5 \rightarrow (1{,}5-2)(1{,}5-3)(1{,}5^2-2) > 0 \rightarrow \left(\sqrt{2}, 2\right)$ es solución.

Si $x = 2{,}5 \rightarrow (2{,}5-2)(2{,}5-3)(2{,}5^2-2) < 0 \rightarrow (2, 3)$ no es solución.

Si $x = 10 \rightarrow (10-2)(10-3)(10^2-2) > 0 \rightarrow (3, +\infty)$ es solución.

Las soluciones de la ecuación lo son de la inecuación.

Por tanto, la solución es $\left(-\infty, -\sqrt{2}\right] \cup \left[\sqrt{2}, 2\right] \cup [3, +\infty)$.

b) Resolvemos la ecuación: $x(x-4)(x+1)(x^3-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 1 \\ x_4 = 4 \end{cases}$

Tomamos un punto de cada intervalo en que queda dividida la recta:

$x = -10 \qquad x = -0{,}5 \qquad x = 0{,}5 \qquad x = 2 \qquad x = 10$

Si $x = -10 \rightarrow -10 \cdot (-10-4)(-10+1)((-10)^3-1) > 0 \rightarrow (-\infty, -1)$ no es solución.

Si $x = -0{,}5 \rightarrow -0{,}5 \cdot (-0{,}5-4)(-0{,}5+1)((-0{,}5)^3-1) < 0 \rightarrow (-1, 0)$ es solución.

Si $x = 0{,}5 \rightarrow 0{,}5 \cdot (0{,}5-4)(0{,}5+1)(0{,}5^3-1) > 0 \rightarrow (0, 1)$ no es solución.

Si $x = 2 \rightarrow 2 \cdot (2-4)(2+1)(2^3-1) < 0 \rightarrow (1, 4)$ es solución.

Si $x = 10 \rightarrow 10 \cdot (10-4)(10+1)(10^3-1) > 0 \rightarrow (4, +\infty)$ no es solución.

Las soluciones de la ecuación lo son de la inecuación.

Por tanto, la solución es $[-1, 0] \cup [1, 4]$.

c) Resolvemos la ecuación: $x^3 + 2x^2 + 3x - 6 = 0 \rightarrow x = 1$

Tomamos un punto de cada intervalo en que queda dividida la recta:

$x = 0 \qquad x = 10$

Si $x = 0 \rightarrow 0^3 + 2 \cdot 0^2 + 3 \cdot 0 - 6 < 0 \rightarrow (-\infty, 1)$ es solución.

Si $x = 10 \rightarrow 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 - 6 > 0 \rightarrow (1, +\infty)$ no es solución.

Las soluciones de la ecuación no lo son de la inecuación.

Por tanto, la solución es $(-\infty, 1)$.

d) Resolvemos la ecuación: $x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 9x - 9 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{1-\sqrt{13}}{2} \\ x_2 = 1 \\ x_3 = \dfrac{1+\sqrt{13}}{2} \\ x_4 = 3 \end{cases}$

Tomamos un punto de cada intervalo en que queda dividida la recta:

$x = -10 \qquad x = 0 \qquad x = 2 \qquad x = 2{,}5 \qquad x = 10$

Si $x = -10 \rightarrow (-10)^4 - 5 \cdot (-10)^3 + 4 \cdot (-10)^2 + 9 \cdot (-10) - 9 > 0$

$\rightarrow \left(-\infty, \dfrac{1-\sqrt{13}}{2}\right)$ es solución.

Si $x = 0 \rightarrow 0^4 - 5 \cdot 0^3 + 4 \cdot 0^2 + 9 \cdot 0 - 9 < 0 \rightarrow \left(\dfrac{1-\sqrt{13}}{2}, 1\right)$ no es solución.

Si $x = 2 \rightarrow 2^4 - 5 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^2 + 9 \cdot 2 - 9 > 0 \rightarrow \left(1, \dfrac{1+\sqrt{13}}{2}\right)$ es solución.

Si $x = 2{,}5 \rightarrow 2{,}5^4 - 5 \cdot 2{,}5^3 + 4 \cdot 2{,}5^2 + 9 \cdot 2{,}5 - 9 < 0 \rightarrow \left(\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}, 3\right)$ no es solución.

Si $x = 10 \rightarrow 10^4 - 5 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 - 9 > 0 \rightarrow (3, +\infty)$ es solución.

Las soluciones de la ecuación no lo son de la inecuación.

Por tanto, la solución es $\left(-\infty, \dfrac{1-\sqrt{13}}{2}\right) \cup \left(1, \dfrac{1+\sqrt{13}}{2}\right) \cup (3, +\infty)$.

<u>Ejercicio 10</u>:

$$\frac{x-2}{x-4} \geq 0$$

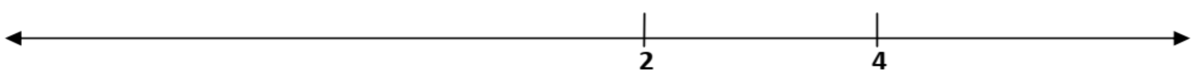
Hallando las raíces ceros o soluciones de las expresiones matemáticas que componen la fracción es decir tenemos que hallar los números que hacen valer cero al numerador y que hacen valer cero al denominador.

- $x - 2 = 0$

  $x = 2$

- $x - 4 = 0$

  $x = 4$



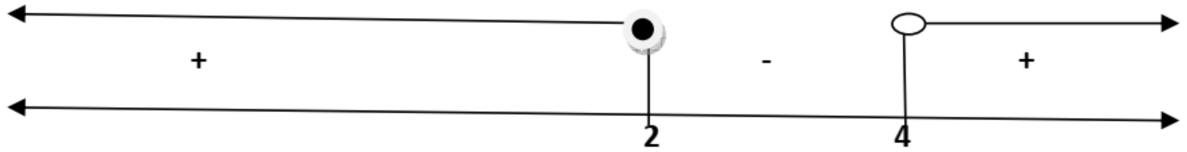
Si x toma el valor de 4 la expresión se anularía por tanto $x \neq 4$ para que la expresión exista, es decir para la solución en este valor consideraremos intervalo abierto.

Evaluando los signos en cada intervalo:

Si $x = 0$ **entonces** $\frac{0-2}{0-4} > 0$

Si $x = 3$ **entonces** $\frac{3-2}{3-4} < 0$

Si $x = 5$ **entonces** $\frac{5-2}{5-4} > 0$



Como la inecuación racional es mayor o igual que cero, para solución consideramos los intervalos con signo positivo por tanto el conjunto solución es $=(-\infty, 2] \cup (4, +\infty)$

<u>**Ejercicio 11**</u>:

$$\frac{x+3}{x-2} < 2$$

- Primero debemos unificar la expresión:

$$\frac{x+3}{x-2} < 2$$

$$\frac{x+3}{x-2} - 2 < 0$$

$$\frac{x+3}{x-2} - \frac{2(x-2)}{x-2} < 0$$

$$\frac{x+3-2x+4}{x-2} < 0$$

$$\frac{-x+7}{x-2} < 0 - - - - - - - - - - - - - - - A$$

Hallando las raíces ceros o soluciones de las expresiones matemáticas que componen la fracción es decir tenemos que hallar los números que hacen valer cero al numerador y que hacen valer cero al denominador.

- $-x+7=0$

  $x=7$

- $x-2=0$

  $x=2$

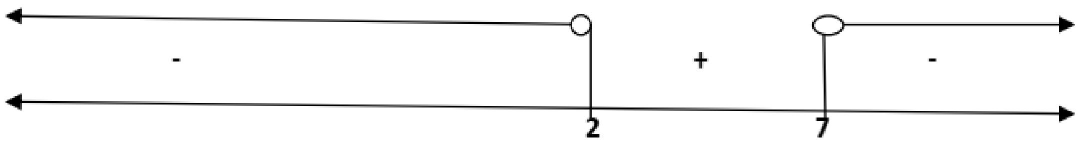
Si x toma el valor de 2 la expresión se anularía por tanto $x\neq 2$ para que la expresión exista, es decir para la solución en este valor consideraremos intervalo abierto.

Evaluando los signos en cada intervalo:

Si $x=0$ **entonces** $\frac{0+7}{0-2}<0$

Si $x=3$ **entonces** $\frac{-3+7}{3-2}>0$

Si $x=8$ **entonces** $\frac{-8+7}{8-2}<0$



Como la desigualdad **A** es menor que 2 entonces consideramos los intervalos don signo negativo el conjunto solución es $=(-\infty,2)\cup(7,+\infty)$

<u>Ejercicio 12</u>:

$$\frac{3x-1}{4+2x}\leq 1$$

- Primero debemos unificar la expresión:

  $$\frac{3x-1}{4+2x}\leq 1$$

  $$\frac{3x-1}{4+2x}-1\leq 0$$

$$\frac{3x-1}{4+2x}-\frac{1(4+2x)}{4+2x}\leq 0$$

$$\frac{3x-1-4-2x}{4+2x}\leq 0$$

$$\frac{x-5}{4+2x}\leq 0-----------A$$

Hallando las raíces ceros o soluciones de las expresiones matemáticas que componen la fracción es decir tenemos que hallar los números que hacen valer cero al numerador y que hacen valer cero al denominador.

- $x-5=0$

  $x=5$

- $4+2x=0$

  $x=-2$

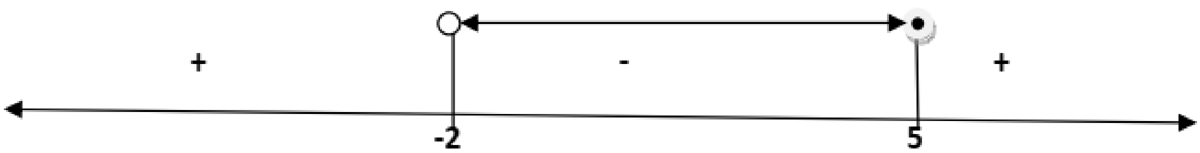
Si x toma el valor de -2 la expresión se anularía por tanto $x\neq-2$ para que la expresión exista, es decir para la solución en este valor consideraremos intervalo abierto.

Evaluando los signos en cada intervalo:

Si $x=6$ **entonces** $\frac{6-5}{4+2(6)}>0$

Si $x=0$ **entonces** $\frac{0-5}{4+2(0)}<0$

Si $x=-3$ **entonces** $\frac{-3-5}{4+2(-3)}>0$



Como la desigualdad **A** es menor o igual que 0 entonces consideramos el intervalo con signo negativo el conjunto solución es $=(-2,5]$

<u>Ejercicio 13</u>:

$$\frac{2-x}{2x+6}\geq 0$$

Hallando las raíces ceros o soluciones de las expresiones matemáticas que componen la fracción es decir tenemos que hallar los números que hacen valer cero al numerador y que hacen valer cero al denominador.

- $\mathbf{2 - x = 0}$

  $x = 2$

- $\mathbf{2x + 6 = 0}$

  $x = -3$

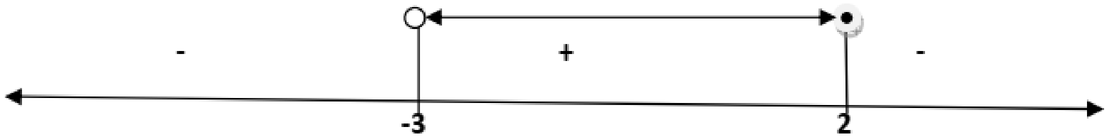
Si x toma el valor de -3 la expresión se anularía por tanto x≠-3 para que la expresión exista, es decir para la solución en este valor consideraremos intervalo abierto.

Evaluando los signos en cada intervalo:

Si $x = 3$ **entonces** $\frac{2-3}{2(3)+6} < 0$

Si $x = 0$ **entonces** $\frac{2-0}{2(0)+6} > 0$

Si $x = -4$ **entonces** $\frac{2-(-4)}{2(-4)+6} < 0$



Como la desigualdad es mayor o igual que 0 entonces consideramos el intervalo con signo positivo el conjunto solución es $=(-3,2]$.

<u>Ejercicio 14</u>:

$$\frac{2x-3}{x+2} \geq \frac{3x+7}{x+2}$$

- Primero debemos unificar la expresión:

$$\frac{2x-3}{x+2} \geq \frac{3x+7}{x+2}$$

$$\frac{2x-3}{x+2} - \frac{3x+7}{x+2} \geq 0$$

$$\frac{2x-3-3x-7}{x+2} \geq 0$$

$$\frac{-x-10}{x+2} \geq 0 - \mathbf{A}$$

Hallando las raíces ceros o soluciones de las expresiones matemáticas que componen la fracción es decir tenemos que hallar los números que hacen valer cero al numerador y que hacen valer cero al denominador.

- $-x-10=0$

  $x=-10$

- $x+2=0$

  $x=-2$

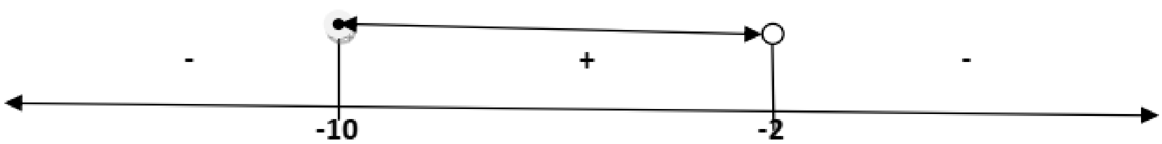
Si x toma el valor de -2 la expresión se anularía por tanto $x \neq -2$ para que la expresión exista, es decir para la solución en este valor consideraremos intervalo abierto.

Evaluando los signos en cada intervalo:

Si $x=-1$ **entonces** $\frac{1-10}{-1+2} < 0$

Si $x=-3$ **entonces** $\frac{3-10}{-3+2} > 0$

Si $x=-11$ **entonces** $\frac{11-10}{-11+2} < 0$



Como la desigualdad **A** es mayor o igual que 0 entonces consideramos el intervalo con signo positivo por tanto el conjunto solución es $=[-10,-2)$

<u>**Ejercicio 15**</u>:

$$\frac{x^2+4}{x^2-4} \geq 0$$

- $x^2 + 4 = 0$
- $x^2 = -4$

$x = \pm\sqrt{-4}$ *no pertenece a los numeros reales* (R).

El radical siempre debe ser positivo.

- $x^2 - 4 = 0$

  $x^2 = 4$

  $x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$

  $x_1 = 2$

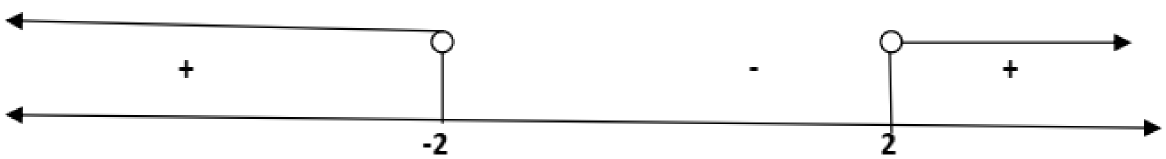
  $x_2 = -2$

El denominador no se puede anular por lo tanto $x \neq 2$ **y** $x \neq -2$

Y la inecuación original será equivalente a:

$$\frac{1}{x^2 - 4} \geq 0$$

$$x^2 - 4 > 0$$



Como la desigualdad es mayor o igual que 0 entonces consideramos los intervalos de signo positivo por tanto el conjunto solución es $=(-\infty - 2) \cup (2, +\infty)$

<u>**Ejercicio 16**</u>:

$$\frac{x^2-1}{-x^2+2x-1} \leq 0$$

Hallando las raíces o soluciones

- $x^2 - 1 = 0$
- $x^2 = 1$

  $x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$

- $-x^2 + 2x - 1 = -\left(x^2 - 2x + 1\right) = -(x-1)^2$

$$\frac{x^2 - 1}{-(x-1)^2} \leq 0 \qquad x \neq 1$$

$$(-1)\ \frac{x^2-1}{-(x-1)^2} \leq 0 \qquad x \neq 1$$

$$\frac{x^2 - 1}{(x-1)^2} \geq 0 \qquad x \neq 1 - - - - - - - - A$$

El denominador elevado al cuadrado es siempre positivo, pero para que no se anule $x \neq 1$.

Evaluando los signos en cada intervalo

Si $x = 2$ **entonces** $\frac{(2)^2-1}{(2-1)^2} > 0$

Si $x = -1/2$ **entonces** $\frac{(-1/2)^2-1}{(-1/2-1)^2} < 0$

Si $x = -2$ **entonces** $\frac{(-2)^2-1}{(-2-1)^2} > 0$

Como la desigualdad **A** es mayor o igual que 0 entonces consideramos los intervalos de signo positivo por tanto el conjunto solución es $=(-\infty, -1] \cup (1, +\infty)$

<u>Ejercicio 17</u>:

$\frac{x^2-1}{x^2-4} \leq 0$

Hallando las raíces o soluciones

- $x^2 - 1 = 0$
- $x^2 = 1$

  $x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$

- $x^2 - 4 = 0$
- $x^2 = 4$

$x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$

$x_1 = 2$

$x_2 = -2$

El denominador no se puede anular por tanto $x \neq 2$ y $x \neq -2$

Evaluando los signos en cada intervalo

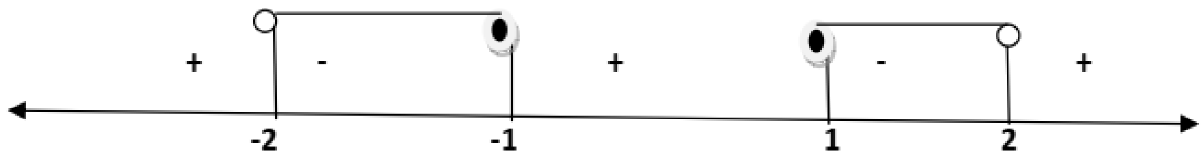
Si $x = 3$ entonces $\frac{(3)^2-1}{(3)^2-4} > 0$

Si $x = 3/2$ entonces $\frac{(3/2)^2-1}{(3/2)^2-4} < 0$

Si $x = 0$ entonces $\frac{(0)^2-1}{(0)^2-4} > 0$

Si $x = -3/2$ entonces $\frac{(-3/2)^2-1}{(-3/2)^2-4} < 0$

Si $x = -3$ entonces $\frac{(-3)^2-1}{(-3)^2-4} > 0$



Como la desigualdad es menor o igual que 0 entonces consideramos los intervalos de signo negativo por tanto el conjunto solución es $=(-2,-1] \cup [1,2)$