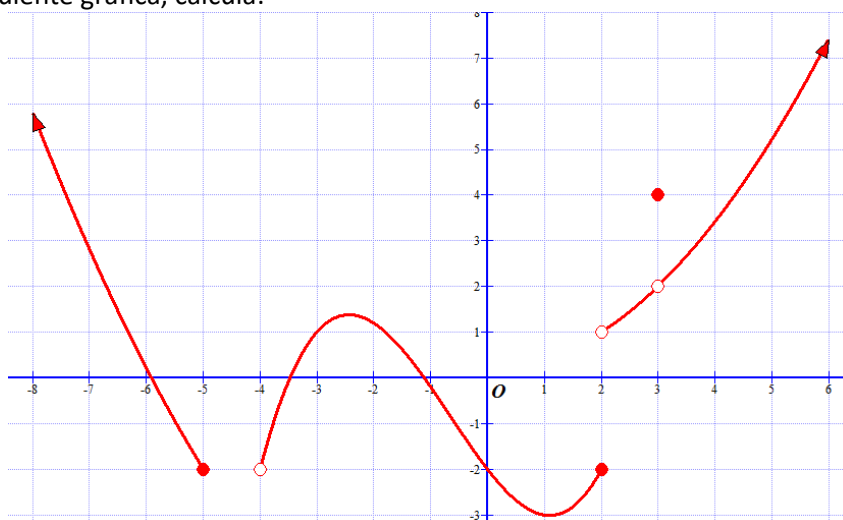


HOJA 1 DE EJERCICIOS

UNIDAD 12: LÍMITES DE FUNCIONES. CONTINUIDAD

Ejercicio 1: Dada la siguiente gráfica, calcula:



a) $\lim_{x \rightarrow -5^-} f(x)$	b) $\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x)$	c) $\lim_{x \rightarrow -5} f(x)$	d) $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x)$
e) $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x)$	f) $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)$	g) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$	h) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$
i) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$	j) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$	k) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$	l) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$
m) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$	n) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$	o) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$	p) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

Ejercicio 2: Representa gráficamente una función que cumpla las siguientes condiciones:

$Dom(f) = \mathbb{R} - \{0, 2\}$	$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$		

Ejercicio 3: Representa gráficamente una función que cumpla las siguientes condiciones:

$Dom(f) = \mathbb{R}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3$	f es par
$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$	$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$		

Ejercicio 4: Calcula los siguientes límites:

a.- $\lim_{x \rightarrow 0} 2$	Sol: 2	b.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x^{12}}$	Sol: 0
c.- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{6 + x - x^2}$	Sol: 0	d.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (5x^2 - x + 1)$	Sol: $+\infty$
e.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^3}{5x^3 - 3x + 8}$	Sol: -2/5	f.- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 - x^3 + x - 9}{x^3 - 3}$	Sol: $-\infty$

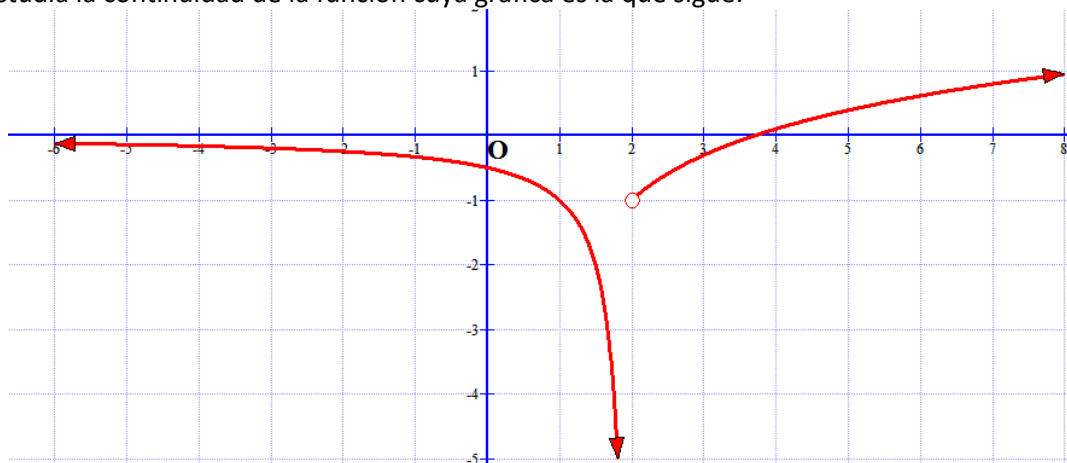
g.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+7}}{2x}$	Sol: 1/2	h.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}$	Sol: 1
i.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^5+1}}{\sqrt{x^2+2}-4}$	Sol: $+\infty$	j.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x^2+1}$	Sol: 0
k.- $\lim_{x \rightarrow 5} (\sqrt[3]{x^2+2}-x)$	Sol: -2	l.- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-6x^2+5x}{x^4-x^3+x-1}$	Sol: -2
m.- $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+1)^3}{x+3}$	Sol: ∞	n.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3-6}{x^2}$	Sol: $-\infty$
ñ.- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x^3+2x^2-3x}$	Sol: 3/4	o.- $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4-1}{x^3+1}$	Sol: -4/3
p.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{2x}$	Sol: -1/4	q.- $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{2x-6}$	Sol: $\frac{1}{4\sqrt{3}}$
r.- $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2+1}{x-1}$	Sol: $-\infty$	s.- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-2x}{\sqrt{x+2}-2}$	Sol: 8
t.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+3}-x)$	Sol : 0	u.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x^2}{x+2} - \frac{x^3-1}{x^2+2} \right]$	Sol : -2
v.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x-\sqrt{x^2+3x}}$	Sol : $-\infty$	x.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[5]{3x^2-x+1}}{\sqrt{4x-1}}$	Sol : -0
y.- $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3+5x^2+3x-9}{x^3+7x^2+15x+9}$	Sol : 2	z.- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x- x }{2x}$	Sol : 0

Ejercicio 5: Calcula los siguientes límites:

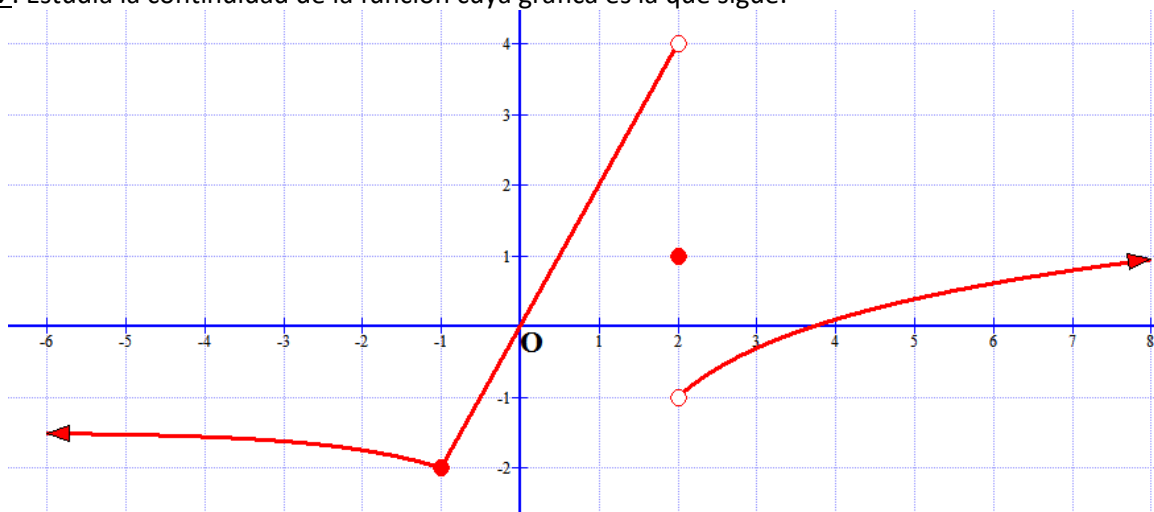
a.- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x-1}{1-x}$	Sol: ∞	b.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x+1}{x^3-6}$	Sol: $+\infty$
c.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x}-x}{x}$	Sol: $+\infty$ (sólo se puede hacer por la derecha)	d.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2-1}{5x^2+x} \right)^{x^2-6x}$	Sol: 0
e.- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x^3}{x+2} - 2x \right)$	Sol: $+\infty$	f.- $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+2x} - \sqrt{x^2-1})$	Sol: 1
g.- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{2-x}$	Sol : -12	h.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x-1}{3x+1} \right)^{2x}$	Sol : $e^{-\frac{4}{3}}$

i: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + x} \right)^{x^2 - 6x}$	Sol : 0	j: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 2} \right)^{-\sqrt{x}}$	Sol : e^4
k: $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 + x}{4x - 2} \right)^{\frac{1}{x-2}}$	Sol : $e^{\frac{1}{6}}$		

Ejercicio 6: Estudia la continuidad de la función cuya gráfica es la que sigue:



Ejercicio 7: Estudia la continuidad de la función cuya gráfica es la que sigue:



Ejercicio 8: Dada la función $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 3 & \text{si } x < 2 \\ x + 1 & \text{si } 2 \leq x < 4 \\ 5 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$. Estudia la continuidad y represéntala gráficamente.

Ejercicio 9: Estudia la continuidad de la función indicando, en su caso, los tipos de discontinuidad que presenta:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & -2 \leq x < 1 \\ 3 & x = 1 \\ x - 1 & 1 < x \leq 5 \\ 2^{x-4} & x > 5 \end{cases}$$

Ejercicio 10: Calcula el valor de k para que la siguiente función sea continua en $\mathfrak{R}$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x < 5 \\ 4x + k & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

Ejercicio 11: Calcula los valores de a y b para que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x & \text{si } x \leq 1 \\ 4x^2 + ax + b & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 3x + b & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

Ejercicio 12: Dada la función: $f(x) = \begin{cases} 1-x & \text{si } x \leq -3 \\ x^2 + 2x - 3 & \text{si } -3 < x < 1 \\ \log_2 x & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- Representarla gráficamente
- Señala su dominio y su recorrido o imagen.
- Estudia su continuidad en $x = -3$ y en $x = 1$