HOJA 1 DE EJERCICIOS PROPUESTOS
UNIDAD 14: **APLICACIONES DE LAS DERIVADAS**

Ejercicio 1: Calcula los valores de a y b para que la función $f(x)=\begin{cases} 2x^2+ax & \text{si } x\le 1 \\ bx^2+2x-1 & \text{si } x>1 \end{cases}$ sea derivable en $\mathbb{R}$

Ejercicio 2: Dada la función $f(x)=\begin{cases} 2 & si \quad x<0 \\ x-2 & si \quad 0\le x<4 \\ x^2 & si \quad x\ge 4 \end{cases}$, estudia su continuidad y derivabilidad

Ejercicio 3: Calcula los valores de m y n para que la función $f(x)=\begin{cases} x^2+3x+m & \text{si } x\le -1 \\ x^2\text{-nx} & \text{si } x>-1 \end{cases}$ sea continua y derivable en $\mathbb{R}$

Ejercicio 4: Sea la función $f(x)=\begin{cases} 2x^2-3x+a & si \quad x\le 0 \\ x^2+bx+1 & si \quad x>0 \end{cases}$. Halle a y b para que la función sea continua y derivable.

Ejercicio 5: Se la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x-k}{x+1} & si \quad x>0 \\ x^2+2x+1 & si \quad x\le 0 \end{cases}$

a) Calcule el valor de k para que la función sea continua en $x=0$. Para ese valor de k, ¿es derivable f en $x=0$?
b) Para $k=0$, calcule $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

Ejercicio 6: Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $g(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$ en el punto de abscisa $x=2$

Ejercicio 7: Sea la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{2x-1} & si \quad x\le 0 \\ x^2+x & si \quad x>0 \end{cases}$

a) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función.
b) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x=1$

Ejercicio 8: Sea la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{2-x} & si \quad x\le 1 \\ x^2-6x+6 & si \quad x>1 \end{cases}$.

a) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función en $x_0=1$
b) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x=0$.

Ejercicio 9: Dada la función $f(x)=e^{3x^2+3}$, escribe la ecuación de la recta tangente en el punto de abscisa $x_0=-1$

Ejercicio 10: Obtén la ecuación de la recta tangente a la curva $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ en su punto de corte con el eje de abscisas

Ejercicio 11: Halle los valores de a y b para que la recta tangente a la gráfica de $f(x)=ax^2-b$ en el punto $(1,5)$ sea la recta $y=3x+2$

Ejercicio 12: Sea la función definida para todo número real por $f(x)=ax^3+bx$. Determine a y b sabiendo que su gráfica pasa por el punto $(1,1)$, y que en ese punto la pendiente de la recta tangente es -3.

Ejercicio 13: Sea la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2x-5}{x+4} & si \quad x<2 \\ x^3-3x^2 & si \quad x\geq 2 \end{cases}$

a) Determine y represente gráficamente sus asíntotas.
b) Calcule los puntos de corte de la función con los ejes coordenados.
c) Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en $x=-3$.

Ejercicio 14: Se considera la función $f(x)=x^3-3x^2+2x$.

a) Halle los puntos de corte con los ejes
b) Halle los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como los extremos relativos.
c) Represente gráficamente la función.

Ejercicio 15: Estudia la monotonía de la función $f(t)=\dfrac{12t-24}{t+3}$, $t\geq 0$ y sus extremos.

Ejercicio 16: Sea la función $f(x)=\begin{cases} 3x-3x^2 & si \quad x\leq 1 \\ 2x^2-2 & si \quad x>1 \end{cases}$. Estudia su monotonía y su curvatura.

Ejercicio 17: Calcule los valores de a y b para que la gráfica de la función $f(x)=x^3+ax^2+b$ presente un extremo relativo en el punto $(2,6)$

Ejercicio 18: Sea la función $f(x)=x^3+ax^2+bx$.

a) Halle a y b sabiendo que la función tiene un mínimo en el punto de abscisa $x=-1$ y un punto de inflexión en el punto de abscisa $x=-2$
b) Para $a=6$ y $b=9$, halle los puntos de corte con los ejes, estudie la monotonía y extremos y esboce la gráfica de la función.

Ejercicio 19: Sea la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x-1} & si \quad x<0 \\ x^2-2 & si \quad x\geq 0 \end{cases}$, estudie la monotonía, extremos, curvatura y puntos de inflexión.

Ejercicio 20: Dada la función $g(x)=x^3+bx^2+c$, calcula los valores de b y c sabiendo que g tiene un extremo relativo en $x=-1$ y que su gráfica pasa por el punto $(-1,3)$. Represéntala gráficamente.

Ejercicio 21: Sea la función $f(x)=x^3+ax^2+bx+1$. Halle a y b de forma que la función tenga un extremo relativo en $x=1$ y la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x=0$ tenga pendiente $m=-1$.

Ejercicio 22:
Unos productores de cereales realizan un estudio para conocer la posible demanda de su producto. Concluyen que la función de demanda de dichos cereales tiene la forma $D(x) = -200x^3 + 2100x^2 - 7200x + 10000$, para $0 \le x \le 4$, donde x es el precio en euros por kilogramo de producto y $D(x)$ es la cantidad de kilogramos de cereales que los consumidores están dispuestos a comprar a dicho precio x.

a) ¿Cuál es la cantidad de cereales demandada si el precio es de 0’50 euros por kilogramo?
b) Calcule para qué precio se alcanza una demanda mínima del producto y determine dicha demanda.

Ejercicio 23:
La función $B(t) = -t^2 + 21t - 20$ con $0 \le t \le 15$ representa el beneficio, en miles de euros, de una empresa en función de los años, t.

a) Si la función $I(t) = -t^2 + 48t$ representa los ingresos de esta empresa, en miles de euros, para el mismo intervalo de tiempo, ¿cuál es la función de gastos de dicha empresa? ¿Cuáles son los gastos iniciales?
b) Calcule el momento a partir del cual el beneficio fue positivo.
c) Calcule en qué momento el beneficio fue máximo y el valor del mismo.
d) Represente gráficamente la función beneficio.

Ejercicio 24:
Una entidad financiera lanza al mercado un plan de inversión cuya rentabilidad, $R(x)$, en miles de euros, viene dada por la función $R(x) = -0,001x^2 + 0,5x + 2,5$ con $1 \le x \le 500$ donde x es la cantidad de dinero invertida en miles de euros.

a) Determine qué cantidad de dinero se debe invertir para obtener la máxima rentabilidad.
b) ¿Qué rentabilidad se obtendría con dicha inversión?
c) ¿Cuál es la cantidad de dinero para la que se obtiene menor rentabilidad?

Ejercicio 25:
La mosca común solamente vive si la temperatura media de su entorno está comprendida entre $4^o C \ y \ 36^o C$. La vida en días, en función de la temperatura media T, medida en grados centígrados, viene dada por la función:

$$V(T) = -\frac{1}{16}\left(T^2 - 40T + 16\right), \qquad T \in [4, 36]$$

a) Determine la vida máxima que puede alcanzar la mosca común.
b) Calcule la vida mínima e indique la temperatura media a la que se alcanza.
c) Si sabemos que una mosca ha vivido 15 días, ¿a qué temperatura media ha estado el entorno donde ha habitado?