

HOJA 1 DE EJERCICIOS RESUELTOS

UNIDAD 16: DISTRIBUCIONES UNIDIMENSIONALES

Ejercicio 1:

La tabla adjunta muestra el número de faltas de asistencia en una clase a lo largo de un mes.

N.º de faltas	0	1	2	3	4	5
N.º de alumnos	10	7	6	2	1	4

Calcula la media aritmética y la moda.

$$\text{Media aritmética: } \bar{x} = \frac{0 \cdot 10 + 1 \cdot 7 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 4}{10 + 7 + 6 + 2 + 1 + 4} = \frac{49}{30} = 1,6 \text{ faltas}$$

$$\text{Moda} = M_o = 0 \text{ faltas}$$

Ejercicio 2:

La siguiente tabla muestra los resultados de unos alumnos en la prueba de salto de longitud.

Salto (m)	[2; 2,5)	[2,5; 3)	[3; 3,5)	[3,5; 4)
N.º de alumnos	6	12	15	4

Halla la media aritmética y la moda.

$$\text{Media aritmética: } \bar{x} = \frac{2,25 \cdot 6 + 2,75 \cdot 12 + 3,25 \cdot 15 + 3,75 \cdot 4}{6 + 12 + 15 + 4} = \frac{110,25}{37} = 2,98 \text{ m}$$

Moda: La clase modal es [3; 3,5), y tomaremos como valor aproximado de la moda la marca de la clase modal.

$$\text{Así, } M_o = 3,25 \text{ m.}$$

Ejercicio 3:

Calcula la mediana y los cuartiles de la distribución estadística dada por esta tabla.

x_i	2	3	4	5	6
f_i	11	17	23	24	15

Primer cuartil. El número de datos es 90. La cuarta parte es 22,5. El primer cuartil es 3, ya que es el valor de la variable cuya frecuencia absoluta acumulada excede por primera vez la cuarta parte del número de datos. Por tanto, $Q_1 = 3$.

x_i	f_i	F_i
2	11	11 < 22,5
3	17	28 > 22,5
4	23	51
5	24	75
6	15	90

Mediana. El número de datos es 90. La mitad es 45. La mediana es 4, ya que es el valor de la variable cuya frecuencia absoluta acumulada excede por primera vez la mitad del número de datos. Por tanto, $M = 4$.

x_i	f_i	F_i
2	11	11
3	17	28 < 45
4	23	51 > 45
5	24	75
6	15	90

Tercer cuartil. Las tres cuartas partes del número de datos son 67,5. El tercer cuartil es 5, ya que es el valor de la variable cuya frecuencia absoluta acumulada excede por primera vez las tres cuartas partes del número de datos. Por tanto, $Q_3 = 5$.

x_i	f_i	F_i
2	11	11
3	17	28
4	23	51 < 67,5
5	24	75 > 67,5
6	15	90

Ejercicio 4:

En la siguiente distribución de notas, halla Me , Q_1 , Q_3 , p_{80} , p_{90} y p_{99} .

NOTAS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N.º DE ALUMNOS	7	15	41	52	104	69	26	13	19	14

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f_i	7	15	41	52	104	69	26	13	19	14
F_i	7	22	63	115	219	288	314	327	346	360
EN %	1,94	6,11	17,5	31,94	60,83	80	87,22	90,83	96,11	100

$$Me = p_{50} = 5; \quad Q_1 = p_{25} = 4; \quad Q_3 = p_{75} = 6; \quad p_{80} = 6,5; \quad p_{90} = 8; \quad p_{99} = 10$$

Ejercicio 5:

La altura, en centímetros, de un grupo de alumnos y alumnas de una misma clase es:

150, 169, 171, 172, 172, 175, 181

182, 183, 177, 179, 176, 184, 158

Calcula la mediana, los cuartiles, p_{15} y p_{90} .

Primero los ordenamos:

150, 158, 169, 171, 172, 172, 175, 176, 177, 181, 182, 183, 184

$Me = 175,5$ Es el valor que deja por debajo de él al 50% de la población, y por encima, al otro 50%.

$Q_1 = 171$ Es el valor que deja por debajo de él al 25% de la población, y por encima, al 75%.

$Q_3 = 181$ Es el valor que deja por debajo al 75% de la población, y por encima, al 25%.

$$p_{15} \rightarrow \frac{15 \cdot 14}{100} = 2,1. \text{ Es el 3.º} \rightarrow p_{15} = 169$$

$$p_{90} \rightarrow \frac{90 \cdot 14}{100} = 12,6. \text{ Es el 13.º} \rightarrow p_{90} = 183$$

Ejercicio 6:

Los gastos mensuales de una empresa A tienen una media de 100 000 euros y una desviación típica de 12 500 euros. En otra empresa B la media es 15 000 euros y la desviación típica 2 500 euros. Calcula el coeficiente de variación y di cuál de las dos tiene mayor variación relativa.

$$C.V. (A) = \frac{\sigma_A}{\bar{x}_A} \cdot 100 = 12,5\%$$

$$C.V. (B) = \frac{\sigma_B}{\bar{x}_B} \cdot 100 = 16,67\%$$

Tiene mayor variación relativa la B.

Ejercicio 7:

Ejercicio 8:

El peso medio de los alumnos de una clase es 58,2 kg y su desviación típica 3,1 kg. El de las alumnas de esa clase es 52,4 kg y su desviación típica es 5,1 kg. Calcula el coeficiente de variación y compara la dispersión de ambos grupos.

$$\text{C.V. (chicos)} = \frac{3,1}{58,2} \cdot 100 = 5,33\%$$

$$\text{C.V. (chicas)} = \frac{5,1}{52,4} \cdot 100 = 9,73\%$$

Hay mayor dispersión en el peso de las alumnas.

Ejercicio 9:

Estos son los pesos (en kg) de 50 recién nacidos:

2,8 3,2 3,8 2,5 2,7	3,7 1,9 2,6 3,5 2,3
3,0 2,6 1,8 3,3 2,9	2,1 3,4 2,8 3,1 3,9
2,9 3,5 3,0 3,1 2,2	3,4 2,5 1,9 3,0 2,9
2,4 3,4 2,0 2,6 3,1	2,3 3,5 2,9 3,0 2,7
2,9 2,8 2,7 3,1 3,0	3,1 2,8 2,6 2,9 3,3

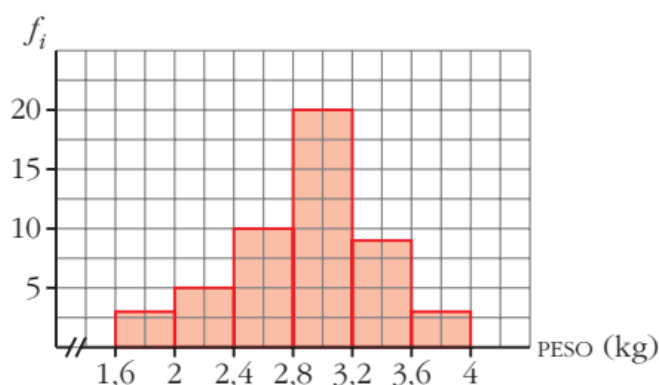
a) Haz una tabla con los datos agrupados en 6 intervalos de amplitud 0,4 kg, comenzando en 1,6. Representa esta distribución.

b) Calcula la media y la desviación típica.

c) Calcula, a partir del polígono de porcentajes acumulados, Q_1 , Me , Q_3 , p_{40} , p_{90} , p_{95} .

a)

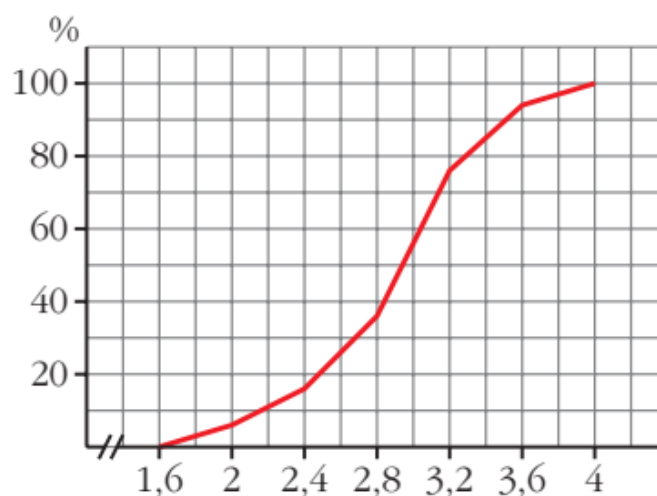
INTERVALOS	FRECUENCIAS
[1,6; 2)	3
[2; 2,4)	5
[2,4; 2,8)	10
[2,8; 3,2)	20
[3,2; 3,6)	9
[3,6; 4)	3
	50



b) $\bar{x} = 2,89$; $\sigma = 0,49$

c)

EXTREMO INTERVALO	PORCENTAJE ACUMULADO
1,6	0
2	6
2,4	16
2,8	36
3,2	76
3,6	94
4	100



$$Q_1 = 2,3; Me = 2,85; Q_3 = 3,18$$

$$p_{40} = 2,83; p_{90} = 3,55; p_{95} = 3,61$$

Ejercicio 10:

Se ha pasado un test de 80 preguntas a 600 personas. El número de respuestas correctas se refleja en la siguiente tabla:

RESPUESTAS CORRECTAS	N.º DE PERSONAS
[0, 10)	40
[10, 20)	60
[20, 30)	75
[30, 40)	90
[40, 50)	105
[50, 60)	85
[60, 70)	80
[70, 80)	65

a) Calcula la mediana, los cuartiles y los percentiles 20 y 85.

b) ¿Cuál es el percentil de una persona que tiene 65 respuestas correctas?

c) Halla $\bar{x}$, σ y C.V.

a) Hacemos las tablas de frecuencias:

INTERVALO	f_i	EN %
[0, 10)	40	6,67
[10, 20)	60	10
[20, 30)	75	12,5
[30, 40)	90	15
[40, 50)	105	17,5
[50, 60)	85	14,17
[60, 70)	80	13,33
[70, 80)	65	10,83
	600	100

EXTREMOS	F_i	EN %
0	0	0
10	40	6,67
20	100	16,67
30	175	29,17
40	265	44,17
50	370	61,67
60	455	75,83
70	535	89,17
80	600	100

$$Me = 40 + \frac{50 - 44,17}{17,5} \cdot (50 - 40) = 43,33$$

$$Q_1 = 20 + \frac{25 - 16,67}{12,5} \cdot (30 - 20) = 26,66$$

$$Q_3 = 50 + \frac{75 - 61,67}{14,17} \cdot (60 - 50) = 59,41$$

$$p_{20} = 20 + \frac{20 - 16,67}{12,5} \cdot (30 - 20) = 22,66$$

$$p_{85} = 60 + \frac{85 - 75,83}{13,33} \cdot (70 - 60) = 66,88$$

$$b) 65 = 60 + \frac{k - 75,83}{13,33} \cdot (70 - 60) \rightarrow k = 82,5$$

$$c) \bar{x} = 42,67; \sigma = 20,52; C.V. = 0,48$$

Ejercicio 11:

De una muestra de 75 pilas eléctricas, se han obtenido estos datos sobre su duración:

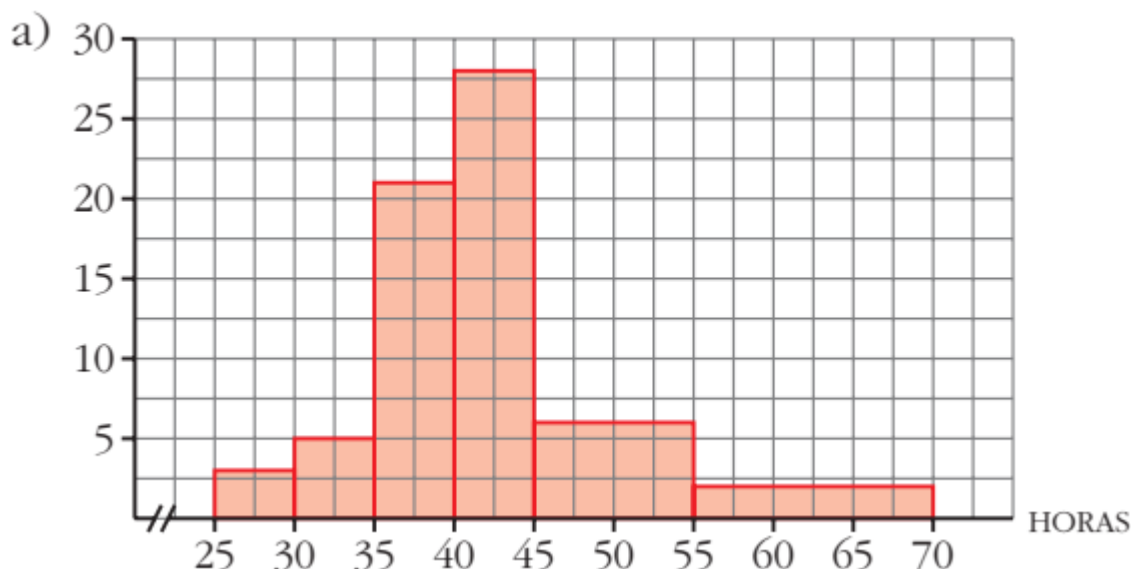
TIEMPO (en horas)	N.º DE PILAS
[25, 30)	3
[30, 35)	5
[35, 40)	21
[40, 45)	28
[45, 55)	12
[55, 70)	6

a) Representa los datos gráficamente.

b) Calcula la media y la desviación típica.

c) ¿Qué porcentaje de pilas hay en el intervalo $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$?

d) Calcula Q_1 , Me , Q_3 , p_{30} , p_{60} , p_{95} .



b) $\bar{x} = 42,63$; $\sigma = 7,98$

c) $\bar{x} - \sigma = 34,65$; $\bar{x} + \sigma = 50,61$

En el intervalo $[30, 35)$:

$$35 - 34,65 = 0,35 \rightarrow \frac{0,35 \cdot 5}{5} = 0,35$$

En el intervalo $[45, 55)$:

$$50,61 - 45 = 5,61 \rightarrow \frac{5,61 \cdot 12}{10} = 6,73$$

En total:

$$0,35 + 21 + 28 + 6,73 = 56,08$$

Por tanto, en el intervalo $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$ hay un $\frac{56,08}{75} \cdot 100 = 74,77\%$ del total de pilas.

d) $Q_1 = 37,55$; $Me = 41,51$; $Q_3 = 44,87$; $p_{30} = 38,45$; $p_{60} = 42,86$; $p_{95} = 60,63$

Ejercicio 12:

Las estaturas de los 40 alumnos de una clase vienen dadas en la siguiente tabla:

INTERVALOS	N.º DE ALUMNOS
158,5 - 163,5	1
163,5 - 168,5	5
168,5 - 173,5	11
173,5 - 178,5	14
178,5 - 183,5	6
183,5 - 188,5	3

a) **Calcula la media y la desviación típica.**

b) **Di el valor de la mediana y de los cuartiles.**

c) **¿Qué centil corresponde a una estatura de 180 cm?**

a) $n = 40$, $\Sigma x = 6980 \rightarrow \bar{x} = 174,5$

$$\Sigma x^2 = 1219370 \rightarrow \sigma = 5,83$$

b) $Me = 174,6$; $Q_1 = 170,3$; $Q_2 = 178,1$

c) A 180 cm le corresponde el centil 82.

Ejercicio 13:

En una fábrica de tornillos se mide la longitud (en mm) de algunos de ellos y se obtiene:

22, 20, 18, 15, 19	22, 16, 19, 23, 18
17, 23, 23, 21, 18	20, 22, 18, 25, 23
22, 22, 19, 19, 20	21, 18, 24, 17, 20
19, 23, 21, 23, 21	20, 19, 21, 20, 22
19, 20, 18, 21, 19	18, 20, 22, 21, 19

a) Haz una tabla de frecuencias con datos aislados: 15, 16, ..., 23, 24, 25. Calcula $\bar{x}$, σ , Q_1 , Me , Q_3 .

b) Haz una nueva tabla agrupando los valores en seis intervalos de extremos 14,5-16,5-18,5-20,5-22,5-24,5-26,5. Vuelve a calcular $\bar{x}$, σ , Q_1 , Me , Q_3 .

c) ¿Qué centil corresponde a 24 mm en cada una de las dos distribuciones?

a)

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$	F_i
15	1	15	225	1
16	1	16	256	2
17	2	34	578	4
18	7	126	2268	11
19	9	171	3249	20
20	8	160	3200	28
21	7	147	3087	35
22	7	154	3388	42
23	6	138	3174	48
24	1	24	576	49
25	1	25	625	50
	50	1010	20626	

$$\bar{x} = \frac{1010}{50} = 20,2 \text{ mm}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{20626}{50} - 20,2^2} = 2,12 \text{ mm}$$

$$Me = 20 \text{ mm}$$

$$Q_1 = 19 \text{ mm}$$

$$Q_3 = 22 \text{ mm}$$

b)

INTERVALOS	x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$	F_i	EN %
14,5 - 16,5	15,5	2	31	480,5	2	4
16,5 - 18,5	17,5	9	157,5	2756,25	11	22
18,5 - 20,5	19,5	17	331,5	6464,25	28	56
20,5 - 22,5	21,5	14	301	6471,5	42	84
22,5 - 24,5	23,5	7	164,5	3865,75	49	98
24,5 - 26,5	25,5	1	25,5	650,25	50	100
		50	1011	20688,5		

$$\bullet \bar{x} = \frac{1011}{50} = 20,22 \text{ mm}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{20688,5}{50} - 20,22^2} = 2,22 \text{ mm}$$

- La mediana está en el intervalo $[18,5; 20,5)$.

$$\frac{x}{50 - 22} = \frac{2}{56 - 22} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 28}{34} \approx 1,65$$

$$Me = 18,5 + 1,65 = 20,15 \text{ mm}$$

- Q_1 está en el intervalo $[18,5; 20,5)$.

$$\frac{x}{25 - 22} = \frac{2}{56 - 22} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 3}{34} \approx 0,18$$

$$Q_1 = 18,5 + 0,18 = 18,68 \text{ mm}$$

- Q_3 está en el intervalo $[20,5; 22,5)$.

$$\frac{x}{75 - 56} = \frac{2}{84 - 56} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 19}{28} \approx 1,36$$

$$Q_3 = 20,5 + 1,36 = 21,86 \text{ mm}$$

- c) • Con datos aislados.

Si $x_1 = 24 \rightarrow F_i = 49 \rightarrow$ le corresponde un porcentaje acumulado del 98%.

Por tanto: $p_{98} = 24 \text{ mm}$

- Con datos agrupados.

Nos fijamos en el intervalo $[22,5; 24,5)$:

$$\frac{x}{98 - 84} = \frac{24 - 22,5}{2} \rightarrow x = \frac{1,5 \cdot 14}{2} = 10,5$$

El percentil correspondiente a 24 mm es: $84 + 10,5 = 94,5$