

EJERCICIOS RESUELTOS**UNIDAD 2: EXPRESIONES ALGEBRAICAS. POLINOMIOS****Cuestión 1:**

Efectúa las siguientes sumas de monomios. Cuando el resultado no pueda simplificarse, déjalo indicado:

a) $7x - 3x + 8x + 5x - 10x + 2x$

b) $8x^2 - 5x^2 + \frac{2}{3}x^2 - \frac{x^2}{3} + \frac{7}{3}x^2$

c) $x + 7x - x^2 + 3x + 5x^2 - 2x^2$

d) $4xy^2 - 9xy^2 + xy^2 + 3xy^2$

e) $9x^5 + y^2 + 6y^2 - 13x^5 - 5 + y^3$

a) $7x - 3x + 8x + 5x - 10x + 2x = 9x$

b) $8x^2 - 5x^2 + \frac{2}{3}x^2 - \frac{x^2}{3} + \frac{7}{3}x^2 = \frac{17}{3}x^2$

c) $x + 7x - x^2 + 3x + 5x^2 - 2x^2 = 11x + 2x^2$

d) $4xy^2 - 9xy^2 + xy^2 + 3xy^2 = -xy^2$

e) $9x^5 + y^2 + 6y^2 - 13x^5 - 5 + y^3 = -4x^5 + 7y^2 - 5 + y^3$

Cuestión 2:

Quita paréntesis y reduce.

a) $(x^4 + 2x^3 + 5x^2 - 3x) + (4x^3 - 9x^2 + 7x - 1)$

b) $(5x^4 - 5x^2 - 3x) - (x^3 + 3x^2 + 6x - 11)$

c) $(7x^2 - 9x + 1) - (x^3 - 5x^2 - 4) + (x^3 - 4x^2)$

a) $x^4 + 2x^3 + 5x^2 - 3x + 4x^3 - 9x^2 + 7x - 1 = x^4 + 6x^3 - 4x^2 + 4x - 1$

b) $5x^4 - 5x^2 - 3x - x^3 - 3x^2 - 6x + 11 = 5x^4 - x^3 - 8x^2 - 9x + 11$

c) $7x^2 - 9x + 1 - x^3 + 5x^2 + 4 + x^3 - 4x^2 = 8x^2 - 9x + 5$

Cuestión 3:

Efectúa estos productos:

a) $2x(3x^2 - 4x)$

b) $5(x^3 - 3x)$

c) $4x^2(-2x + 3)$

d) $-2x(x^2 - x + 1)$

e) $-6(x^3 - 4x + 2)$

f) $-x(x^4 - 2x^2 + 3)$

a) $2x(3x^2 - 4x) = 6x^3 - 8x^2$

b) $5(x^3 - 3x) = 5x^3 - 15x$

c) $4x^2(-2x + 3) = -8x^3 + 12x^2$

d) $-2x(x^2 - x + 1) = -2x^3 + 2x^2 - 2x$

e) $-6(x^3 - 4x + 2) = -6x^3 + 24x - 12$

f) $-x(x^4 - 2x^2 + 3) = -x^5 + 2x^3 - 3x$

Cuestión 4:

Dados los polinomios $P = 3x^2 - 5$, $Q = x^2 - 3x + 2$, $R = -2x + 5$, calcula:

a) $P \cdot Q$

b) $P \cdot R$

c) $Q \cdot R$

$$P = 3x^2 - 5 \quad Q = x^2 - 3x + 2 \quad R = -2x + 5$$

$$a) P \cdot Q = (3x^2 - 5) \cdot (x^2 - 3x + 2) = 3x^4 - 9x^3 + 6x^2 - 5x^2 + 15x - 10 = 3x^4 - 9x^3 + x^2 + 15x - 10$$

$$b) P \cdot R = (3x^2 - 5) \cdot (-2x + 5) = -6x^3 + 15x^2 + 10x - 25$$

$$c) Q \cdot R = (x^2 - 3x + 2) \cdot (-2x + 5) = -2x^3 + 5x^2 + 6x^2 - 15x - 4x + 10 = -2x^3 + 11x^2 - 19x + 10$$

Cuestión 5:

Opera y simplifica.

a) $2x(3x^2 - 2) + 5(3x - 4)$

b) $(x^2 - 3)(x + 1) - x(2x^2 + 5x)$

c) $(3x - 2)(2x + 1) - 2(x^2 + 4x)$

$$a) 2x(3x^2 - 2) + 5(3x - 4) = 6x^3 - 4x + 15x - 20 = 6x^3 + 11x - 20$$

$$b) (x^2 - 3)(x + 1) - x(2x^2 + 5x) = x^3 + x^2 - 3x - 3 - 2x^3 - 5x^2 = -x^3 - 4x^2 - 3x - 3$$

$$c) (3x - 2)(2x + 1) - 2(x^2 + 4x) = 6x^2 + 3x - 4x - 2 - 2x^2 - 8x = 4x^2 - 9x - 2$$

Cuestión 6:

Efectúa $P(x) : Q(x)$ en cada caso y expresa el resultado así:

$$P(x) = Q(x) \cdot \text{COCIENTE} + \text{RESTO}$$

a) $P(x) = 3x^2 - 11x + 5$

$Q(x) = x + 6$

b) $P(x) = 6x^3 + 2x^2 + 18x + 3$

$Q(x) = 3x + 1$

c) $P(x) = 6x^3 + 2x^2 + 18x + 3$

$Q(x) = x$

d) $P(x) = 5x^2 + 11x - 4$

$Q(x) = 5x - 2$

$$a) \begin{array}{r} 3x^2 - 11x + 5 \quad | \quad x + 6 \\ - 3x^2 - 18x \\ \hline - 29x + 5 \\ + 29x + 174 \\ \hline 179 \end{array}$$

$$3x^2 - 11x + 5 = (x + 6)(3x - 29) + 179$$

$$b) \begin{array}{r} 6x^3 + 2x^2 + 18x + 3 \quad | \quad 3x + 1 \\ - 6x^3 - 2x^2 \\ \hline 0 + 18x + 3 \\ - 18x - 6 \\ \hline - 3 \end{array}$$

$$6x^3 + 2x^2 + 18x + 3 = (3x + 1)(2x^2 + 6) - 3$$

$$\begin{array}{r}
 c) \quad 6x^3 + 2x^2 + 18x + 3 \quad \Big| \quad x \\
 \underline{-6x^3} \\
 0 + 2x^2 \\
 \underline{-2x^2} \\
 0 + 18x \\
 \underline{-18x} \\
 0 + 3
 \end{array}$$

$$6x^3 + 2x^2 + 18x + 3 = x(6x^2 + 2x + 18) + 3$$

$$\begin{array}{r}
 d) \quad 5x^2 + 11x - 4 \quad \Big| \quad 5x - 2 \\
 \underline{-5x^2 + 2x} \\
 13x - 4 \\
 \underline{-13x + \frac{26}{5}} \\
 \frac{6}{5}
 \end{array}$$

$$5x^2 + 11x - 4 = (5x - 2)\left(x + \frac{13}{5}\right) + \frac{6}{5}$$

Cuestión 7: Dividir:

a.- $(x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 30x - 20) : (x^2 + 3x - 2)$

$$\begin{array}{r}
 x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 30x - 20 \quad \Big| \quad x^2 + 3x - 2 \\
 \underline{-x^4 - 3x^3 + 2x^2} \\
 -5x^3 - 9x^2 + 30x \\
 \underline{5x^3 + 15x^2 - 10x} \\
 6x^2 + 20x - 20 \\
 \underline{-6x^2 - 18x + 12} \\
 2x - 8
 \end{array}$$

b.- $(x^6 + 5x^4 + 3x^2 - 2x) : (x^2 - x + 3)$

$$\begin{array}{r}
 x^6 + 3x^2 - 2x \quad \Big| \quad x^2 - x + 3 \\
 \underline{-x^6 + x^5 - 3x^4} \\
 x^5 + 2x^4 \\
 \underline{-x^5 + x^4 - 3x^3} \\
 3x^4 - 3x^3 + 3x^2 \\
 \underline{-3x^4 + 3x^3 - 9x^2} \\
 -6x^2 - 2x \\
 \underline{6x^2 - 6x + 18} \\
 -8x + 18
 \end{array}$$

$$c.- P(x) = x^5 + 2x^3 - x - 8 \quad Q(x) = x^2 - 2x + 1$$

$$\begin{array}{r}
 x^5 \quad \quad \quad + 2x^3 \quad \quad \quad - x - 8 \\
 \underline{-x^5 + 2x^4 - x^3} \\
 2x^4 + x^3 \\
 \underline{-2x^4 + 4x^3 - 2x^2} \\
 5x^3 - 2x^2 - x \\
 \underline{-5x^3 + 10x^2 - 5x} \\
 8x^2 - 6x - 8 \\
 \underline{-8x^2 + 16x - 8} \\
 10x - 16
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \overline{x^2 - 2x + 1} \\
 x^3 + 2x^2 + 5x + 8
 \end{array}$$

Cuestión 8:

Desarrolla las siguientes expresiones:

a) $(x + 1)^2$

c) $(x - 3)^2$

e) $(x + 3)(x - 3)$

g) $(5x + 2)^2$

i) $(2x - 5)(2x + 5)$

a) $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$

b) $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

c) $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$

d) $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$

e) $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$

f) $(2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$

g) $(5x + 2)^2 = 25x^2 + 20x + 4$

h) $(5x + 2y)^2 = 25x^2 + 20xy + 4y^2$

g) $(2x + 5)(2x - 5) = 4x^2 - 25$

h) $(x^2 + 2)(x^2 - 2) = x^4 - 4$

b) $(x + 3)^2$

d) $(x + 1)(x - 1)$

f) $(2x - 1)^2$

h) $(5x + 2y)^2$

j) $(x^2 + 2)(x^2 - 2)$

Cuestión 9:

Simplifica:

a) $(x - 2)(x + 2) - (x^2 + 4)$

c) $2(x - 5)^2 - (2x^2 + 3x + 50)$

a) $(x - 2)(x + 2) - (x^2 + 4) = x^2 - 4 - x^2 - 4 = -8$

b) $(3x - 1)^2 - (3x + 1)^2 = 9x^2 - 6x + 1 - (9x^2 + 6x + 1) = 9x^2 - 6x + 1 - 9x^2 - 6x - 1 = -12x$

c) $2(x - 5)^2 - (2x^2 + 3x + 50) = 2(x^2 - 10x + 25) - (2x^2 + 3x + 50) = 2x^2 - 20x + 50 - 2x^2 - 3x - 50 = -23x$

d) $(2x - 4)^2 - (2x + 4)(2x - 4) = 4x^2 + 16 - 16x - (4x^2 - 16) = 4x^2 + 16 - 16x - 4x^2 + 16 = 32 - 16x$

Cuestión 10:**Calcula el cociente y el resto en cada caso:**

a) $(x^3 - 7x^2 + 9x - 3) : (x - 5)$

b) $(2x^3 + 7x^2 + 2x + 4) : (x + 3)$

c) $(x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 3x - 6) : (x + 2)$

d) $(4x^4 - 3x^3 - x^2 + 5x - 1) : (x - 1)$

e) $(x^5 - 32) : (x - 2)$

$$\begin{array}{r|rrrr} \text{a)} & 1 & -7 & 9 & -3 \\ 5 & & 5 & -10 & -5 \\ \hline & 1 & -2 & -1 & \boxed{-8} \end{array}$$

$$C(x) = x^2 - 2x - 1$$

$$R = -8$$

$$\begin{array}{r|rrrr} \text{b)} & 2 & 7 & 2 & 4 \\ -3 & & -6 & -3 & 3 \\ \hline & 2 & 1 & -1 & \boxed{7} \end{array}$$

$$C(x) = 2x^2 + x - 1$$

$$R = 7$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} \text{c)} & 1 & -2 & -5 & 3 & -6 \\ -2 & & -2 & 8 & -6 & 6 \\ \hline & 1 & -4 & 3 & -3 & \boxed{0} \end{array}$$

$$C(x) = x^3 - 4x^2 + 3x - 3$$

$$R = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} \text{d)} & 4 & -3 & -1 & 5 & -1 \\ 1 & & 4 & 1 & 0 & 5 \\ \hline & 4 & 1 & 0 & 5 & \boxed{4} \end{array}$$

$$C(x) = 4x^3 + x^2 + 5$$

$$R = 4$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} \text{e)} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -32 \\ 2 & & 2 & 4 & 8 & 16 & 32 \\ \hline & 1 & 2 & 4 & 8 & 16 & \boxed{0} \end{array}$$

$$C(x) = x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16$$

$$R = 0$$

Cuestión 11:

Divide por Ruffini:

a.- $(x^3 + 2x + 70) : (x + 4)$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & 0 & 2 & 70 \\
 -4 & & -4 & 16 & -72 \\
 \hline
 & 1 & -4 & 18 & \underline{-2}
 \end{array}$$

$$C(x) = x^2 - 4x + 18 \quad R(x) = -2$$

b.- $(x^5 - 32) : (x - 2)$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -32 \\
 2 & & 2 & 4 & 8 & 16 & 32 \\
 \hline
 & 1 & 2 & 4 & 8 & 16 & \underline{0}
 \end{array}$$

$$C(x) = x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16 \quad R = 0$$

c.- $(x^4 - 3x^2 + 2) : (x - 3)$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & 0 & -3 & 0 & 2 \\
 3 & & 3 & 9 & 18 & 54 \\
 \hline
 & 1 & 3 & 6 & 18 & \underline{56}
 \end{array}$$

$$C(x) = x^3 + 3x^2 + 6x + 18 \quad R = 56$$

Cuestión 12:Sea el polinomio $M(x) = x^4 - 8x^3 + 15x^2 + 7x + 8$.

a) Calcula $M(4) = 4^4 - 8 \cdot 4^3 + 15 \cdot 4^2 + 7 \cdot 4 + 8$.

b) Divide, con la regla de Ruffini, $M(x) : (x - 4)$.

c) Comprueba que el resultado del apartado a) coincide con el resto de la división que has realizado en b).

a) $M(4) = 256 - 512 + 240 + 28 + 8 = 20$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & -8 & 15 & 7 & 8 \\
 4 & & 4 & -16 & -4 & 12 \\
 \hline
 & 1 & -4 & -1 & 3 & \underline{20}
 \end{array}$$

c) El resto de dividir por $(x - 4)$ coincide con el valor del polinomio en $x = 4$.

Cuestión 13:

Considera los polinomios siguientes:

$$P(x) = 3x^3 - 5x^2 - 9x + 3$$

$$Q(x) = x^4 - 12x^2 - 11x + 9$$

Calcula, utilizando la regla de Ruffini:

a) $P(3)$

b) $P(-1)$

c) $Q(3)$

d) $Q(-1)$

$$\begin{array}{r|rrrr} \text{a)} & 3 & -5 & -9 & 3 \\ & 3 & & 9 & 12 & 9 \\ \hline & 3 & 4 & 3 & \underline{12} \end{array}$$

$$P(3) = 12$$

$$\begin{array}{r|rrrr} \text{b)} & 3 & -5 & -9 & 3 \\ & -1 & & -3 & 8 & 1 \\ \hline & 3 & -8 & -1 & \underline{4} \end{array}$$

$$P(-1) = 4$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} \text{c)} & 1 & 0 & -12 & -11 & 9 \\ & 3 & & 3 & 9 & -60 \\ \hline & 1 & 3 & -3 & -20 & \underline{-51} \end{array}$$

$$Q(3) = -51$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} \text{d)} & 1 & 0 & -12 & -11 & 9 \\ & -1 & & -1 & 1 & 11 & 0 \\ \hline & 1 & -1 & -11 & 0 & \underline{9} \end{array}$$

$$Q(-1) = 9$$

Cuestión 14:

Averigua si alguno de los valores 1, -3, 5, -7 es raíz del polinomio $x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 5x - 4$.

• $x = 1$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -4 & 2 & 5 & -4 \\ & 1 & & 1 & -3 & -1 & 4 \\ \hline & 1 & -3 & -1 & 4 & \underline{0} \end{array}$$

$x = 1$ sí es raíz del polinomio

• $x = -3$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -4 & 2 & 5 & -4 \\ & -3 & & -3 & 21 & -69 & 192 \\ \hline & 1 & -7 & 23 & -64 & \underline{188} \end{array}$$

$x = -3$ no es raíz del polinomio

• $x = 5$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -4 & 2 & 5 & -4 \\ & 5 & & 5 & 5 & 35 & 200 \\ \hline & 1 & 1 & 7 & 40 & \underline{196} \end{array}$$

$x = 5$ no es raíz del polinomio

• $x = -7$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -4 & 2 & 5 & -4 \\ & -7 & & -7 & 77 & -553 & 3836 \\ \hline & 1 & -11 & 79 & -548 & \underline{3832} \end{array}$$

$x = -7$ no es raíz del polinomio

Cuestión 15:

¿Cuáles son las raíces de $P(x) = (x - 2)(x + 5)(x - 6)$?

$$x = 2; x = -5 \text{ y } x = 6$$

Cuestión 16:

Descompón en factores sacando factor común y utilizando los productos notables.

a) $x^3 + 6x^2 + 9x$

b) $2x^3 - 4x^2 + 2x$

c) $3x^4 - 12x^2$

d) $8x^5 - 24x^4 + 18x^3$

a) $x(x^2 + 6x + 9) = x \cdot (x + 3)^2$

b) $2x(x^2 - 2x + 1) = 2x(x - 1)^2$

c) $3x^2(x^2 - 4) = 3x^2(x + 2)(x - 2)$

d) $2x^3(4x^2 - 12x + 9) = 2x^3(2x - 3)^2$

Cuestión 17:

Factoriza con ayuda de la regla de Ruffini.

a) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

b) $2x^3 + 6x^2 - x - 30$

c) $x^3 + 7x^2 + 14x + 8$

d) $3x^5 + x^2 - 24x + 36$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -6 & 11 & -6 \\ & & 1 & -5 & 6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = (x - 1) \cdot (x - 3) \cdot (x - 2)$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix}$$

b) Después de probar con todos los divisores de 30, deducimos que este polinomio no tiene raíces enteras.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 7 & 14 & 8 \\ & & -1 & -6 & -8 \\ \hline & 1 & 6 & 8 & 0 \end{array}$$

$$x^3 + 7x^2 + 14x + 8 = (x + 1) \cdot (x + 4) \cdot (x + 2)$$

$$x^2 + 6x + 8 = 0 \rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{-6 \pm 2}{2} = \begin{matrix} -4 \\ -2 \end{matrix}$$

d) Después de probar con todos los divisores de 36, deducimos que este polinomio no tiene raíces enteras.

Cuestión 18:

Descompón en el máximo número de factores que sea posible.

a) $2x^4 - 12x^3 + 10x^2$

b) $5x^3 + 10x^4 + 25x^2$

c) $x^3 - x^2 - x - 2$

d) $x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 18x - 9$

e) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

f) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

a) $2x^2(x^2 - 6x + 5) = 2x^2(x - 5)(x - 1)$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2} = \begin{matrix} 5 \\ 1 \end{matrix}$$

b) $5x^2(x + 2x^2 + 5) \rightarrow$ No se puede seguir factorizando.

$$2x^2 + x + 5 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 40}}{4} \text{ No tiene solución.}$$

$$c) x^3 - x^2 - x - 2 = (x - 2) \cdot (x^2 + x + 1)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & & 2 & 2 & 2 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

$$x^2 + x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} \text{ No tiene solución.}$$

$$d) x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 18x - 9 = (x - 1)^2 \cdot (x^2 - 9) = (x - 1)^2 \cdot (x + 3) \cdot (x - 3)$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -2 & -8 & 18 & -9 \\ 1 & & 1 & -1 & -9 & 9 \\ \hline & 1 & -1 & -9 & 9 & 0 \\ 1 & & 1 & 0 & -9 & \\ \hline & 1 & 0 & -9 & 0 & \end{array}$$

$$e) x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = (x + 1) \cdot (x^2 + 2x + 1) = (x + 1) \cdot (x + 1)^2 = (x + 1)^3$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 3 & 3 & 1 \\ -1 & & -1 & -2 & -1 \\ \hline & 1 & 2 & 1 & 0 \end{array}$$

$$f) x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = (x - 2) \cdot (x^2 - 4x + 4) = (x - 2) \cdot (x - 2)^2 = (x - 2)^3$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -6 & 12 & -8 \\ 2 & & 2 & -8 & 8 \\ \hline & 1 & -4 & 4 & 0 \end{array}$$

Cuestión 19:

 Encuentra las raíces de estos polinomios y factorízalos:

a) $x^3 + 2x^2 - x - 2$

b) $x^3 - 19x^2 + 34x$

c) $x^3 - x^2 - 5x - 3$

d) $x^3 + 2x^2 - 9x - 18$

a)
$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & -1 & -2 \\ 1 & & 1 & 3 & 2 \\ \hline & 1 & 3 & 2 & 0 \end{array}$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2} = \begin{cases} -1 \\ -2 \end{cases}$$

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x - 1)(x + 1)(x + 2)$$

$$b) x^2 - 19x + 34 = 0 \rightarrow x = \frac{19 \pm \sqrt{361 - 136}}{2} = \frac{19 \pm 15}{2} = \begin{cases} 17 \\ 2 \end{cases}$$

$$x^3 - 19x^2 + 34x = x(x - 17)(x - 2)$$

$$c) \begin{array}{c|cccc} & 1 & -1 & -5 & -3 \\ -1 & & -1 & 2 & 3 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & 0 \end{array} \quad x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$$

$$x^3 - x^2 - 5x - 3 = (x + 1)(x - 3)(x + 1) = (x + 1)^2(x - 3)$$

$$d) \begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & -9 & -18 \\ -2 & & -2 & 0 & 18 \\ \hline & 1 & 0 & -9 & 0 \end{array}$$

$$x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = (x + 2)(x^2 - 9) = (x + 2)(x + 3)(x - 3)$$

Cuestión 20:

Factoriza el siguiente polinomio: $x^4 + x^3 - 27x^2 - 25x + 50$

$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & 1 & -27 & -25 & 50 \\ 1 & & 1 & 2 & -25 & -50 \\ \hline & 1 & 2 & -25 & -50 & 0 \\ -2 & & -2 & 0 & 50 & \\ \hline & 1 & 0 & -25 & 0 & \end{array} \quad x^2 - 25 = 0 \rightarrow x^2 = 25 \begin{cases} x = -5 \\ x = 5 \end{cases}$$

$$x^4 + x^3 - 27x^2 - 25x + 50 = (x - 1)(x + 2)(x - 5)(x + 5)$$

Cuestión 21:

Observa y descompón en factores el polinomio:

$$x^4 - 8x^3 + 11x^2 + 32x - 60$$

$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & -8 & 11 & 32 & -60 \\ 2 & & 2 & -12 & -2 & 60 \\ \hline & 1 & -6 & -1 & 30 & 0 \\ -2 & & -2 & 16 & -30 & \\ \hline & 1 & -8 & 15 & 0 & \\ 3 & & 3 & -15 & & \\ \hline & 1 & -5 & 0 & & \end{array}$$

$$x^4 - 8x^3 + 11x^2 + 32x - 60 = (x - 2)(x + 2)(x - 3)(x - 5)$$

Cuestión 22:**Simplifica:**

a) $\frac{x^3 - 4x}{x^2 - 2x}$

b) $\frac{4x - 12}{x^3 - 7x^2 + 16x - 12}$

c) $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x - 3}$

d) $\frac{x^4}{x^3 + 3x^2}$

e) $\frac{x^3 + 4x^2 + 3x}{x^3 - 4x^2 - 5x}$

f) $\frac{x^3 - x}{x^4 + 2x^3 + x^2}$

a) $\frac{x^3 - 4x}{x^2 - 2x} = \frac{x(x^2 - 4)}{x(x - 2)} = \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{(x + 2)(x - 2)}{(x - 2)} = x + 2$

b)
$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -7 & 16 & -12 \\ 3 & & 3 & -12 & 12 \\ \hline & 1 & -4 & 4 & 0 \end{array}$$

$$\frac{4x - 12}{x^3 - 7x^2 + 16x - 12} = \frac{4(x - 3)}{(x - 3)(x^2 - 4x + 4)} = \frac{4}{x^2 - 4x + 4}$$

c) $\frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} \begin{cases} \frac{-2 + 4}{2} = 1 \\ \frac{-2 - 4}{2} = -3 \end{cases}$

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x - 3} = \frac{(x - 1)^2}{(x - 1)(x + 3)} = \frac{x - 1}{x + 3}$$

d) $\frac{x^4}{x^3 + 3x^2} = \frac{x^2 \cdot x^2}{x^2(x + 3)} = \frac{x^2}{x + 3}$

e) $\frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} \begin{cases} \frac{-4 + 2}{2} = -1 \\ \frac{-4 - 2}{2} = -3 \end{cases} \quad \frac{4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} \begin{cases} \frac{4 + 6}{2} = 5 \\ \frac{4 - 6}{2} = -1 \end{cases}$

$$\frac{x^3 + 4x^2 + 3x}{x^3 - 4x^2 - 5x} = \frac{x(x^2 + 4x + 3)}{x(x^2 - 4x - 5)} = \frac{(x + 1)(x + 3)}{(x + 1)(x - 5)} = \frac{x + 3}{x - 5}$$

$$f) \frac{x^3 - x}{x^4 + 2x^3 + x^2} = \frac{x(x^2 - 1)}{x^2(x^2 + 2x + 1)} = \frac{(x+1)(x-1)}{x(x+1)^2} = \frac{x-1}{x(x+1)}$$

Cuestión 23:**1. Simplificar las fracciones**

$$a) \frac{x^3 + x}{x^4 - 1} \quad b) \frac{m^2 - 9}{9m - m^3} \quad c) \frac{ax + by}{ax^2 + bxy} \quad d) \frac{x^2 - 9x}{x^3 - 6x^2 + 9x} \quad e) \frac{x^4 + 2x^3 - 3x^2}{x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 10x + 15}$$

$$a) \frac{x^3 + x}{x^4 - 1} \Rightarrow \frac{x^3 + x}{x^4 - 1} = \frac{(x)(\cancel{x^2 + 1})}{(x+1)(x-1)(\cancel{x^2 + 1})} \Rightarrow \frac{x^3 + x}{x^4 - 1} = \frac{x}{(x+1)(x-1)}$$

$$b) \frac{m^2 - 9}{9m - m^3} \Rightarrow \frac{m^2 - 9}{9m - m^3} = \frac{\cancel{(m+3)}(m-3)}{m\cancel{(3+m)}(3-m)} \Rightarrow \frac{-(m-3)}{-m(3-m)} = \frac{\cancel{(-m+3)}}{-m\cancel{(3-m)}} \Rightarrow -\frac{1}{m}$$

$$c) \frac{ax + by}{ax^2 + bxy} \Rightarrow \frac{ax + by}{ax^2 + bxy} = \frac{\cancel{(ax+by)}}{x\cancel{(ax+by)}} \Rightarrow \frac{ax + by}{ax^2 + bxy} = \frac{1}{x}$$

$$d) \frac{x^2 - 9x}{x^3 - 6x^2 + 9x} \Rightarrow \frac{x^2 - 9x}{x^3 - 6x^2 + 9x} = \frac{x(x+3)(x-3)}{x(x-3)^2} \Rightarrow \frac{x^2 - 9x}{x^3 - 6x^2 + 9x} = \frac{x+3}{x-3}$$

$$e) \frac{x^4 + 2x^3 - 3x^2}{x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 10x - 15} \Rightarrow \frac{x^4 + 2x^3 - 3x^2}{x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 10x - 15} = \frac{x^2(x-1)(x+3)}{(x+3)(x-1)(x^2+5)} \Rightarrow \frac{x^2}{(x^2+5)}$$

Cuestión 24:**2. Sumar las fracciones**

$$a) \frac{3}{x-1} + \frac{x}{x+1} + \frac{4}{x^2+1}$$

$$b) \frac{x-1}{x+2} + \frac{3}{x-2} - \frac{3x+4}{(x+2)^2} - \frac{x+2}{x^2-4}$$

$$a) \frac{3}{x-1} + \frac{x}{x+1} + \frac{4}{x^2+1} = \frac{3(x+1)(x^2+1) + x(x-1)(x^2+1) + 4(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)(x^2+1)} \Rightarrow$$

$$\frac{3x^3 + 3x^2 + 3x + 3 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 4x^2 - 4}{(x^2-1)(x^2+1)} = \frac{x^4 + 2x^3 + 8x^2 + 2x - 1}{x^4 - 1}$$

$$b) \frac{x-1}{x+2} + \frac{3}{x-2} - \frac{3x+4}{(x+2)^2} - \frac{x+2}{x^2-4} \Rightarrow \frac{(x-1)(x+2)(x-2) + 3(x+2)^2 - (3x+4)(x-2)}{(x+2)^2(x-2)} \Rightarrow$$

$$\frac{x^3 - x^2 - 4x + 4 + 3x^2 + 12x + 12 - (3x^2 - 6x + 4x - 8)}{(x+2)^2(x-2)} = \frac{x^3 - x^2 + 10x + 24}{x^3 + 2x^2 - 4x - 8}$$

Cuestión 25:**3. Efectuar estas operaciones :**

a) $\frac{x^2 - 2x + 3}{x - 2} \times \frac{2x + 3}{x + 5}$

b) $\frac{x + 2}{x} : \left(\frac{x - 1}{3} \times \frac{x}{2x + 1} \right)$

a) $\frac{x^2 - 2x + 3}{x - 2} \cdot \frac{2x + 3}{x + 5} = \frac{(x^2 - 2x + 3)(2x + 3)}{(x - 2)(x + 5)} \Rightarrow \frac{2x^3 + 3x^2 - 4x^2 - 6x + 6x + 9}{x^2 + 5x - 2x - 10} = \frac{2x^3 - x^2 + 9}{x^2 + 3x - 10}$

b) $\frac{x + 2}{x} : \left(\frac{x - 1}{3} \cdot \frac{x}{2x + 1} \right) = \frac{x + 2}{x} : \left(\frac{(x - 1)x}{3(2x + 1)} \right) \Rightarrow \frac{x + 2}{x} \cdot \frac{3(2x + 1)}{(x - 1)x} = \frac{6x^2 + 15x + 6}{x^3 - x^2}$

Cuestión 26:**4. Efectuar y simplificar el resultado de :**

a) $\frac{1}{x + 1} \left(x - \frac{1}{x} \right)$

b) $\left(x - \frac{4}{x} \right) : (x + 2)$

a) $\frac{1}{x + 1} \left(x - \frac{1}{x} \right) = \frac{1}{x + 1} \left(\frac{x^2 - 1}{x} \right) \Rightarrow \frac{(x^2 - 1)}{(x + 1)x} = \frac{\cancel{(x + 1)}(x - 1)}{\cancel{(x + 1)}x} \Rightarrow \frac{1}{x + 1} \left(x - \frac{1}{x} \right) = \frac{x - 1}{x}$

b) $\left(x - \frac{4}{x} \right) : (x + 2) = \frac{x^2 - 4}{x} : (x + 2) \Rightarrow \frac{(x^2 - 4)}{x} \cdot \frac{1}{(x + 2)} = \frac{\cancel{(x + 2)}(x - 2)}{x \cancel{(x + 2)}} \Rightarrow \frac{x - 2}{x}$

Cuestión 27: Efectúa:

$$\frac{1}{x + 1} + \frac{2x}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} =$$

$$x^2 - 1 = (x + 1) \cdot (x - 1)$$

$$\text{m.c.m.}(x + 1, x^2 - 1, x - 1) = (x + 1) \cdot (x - 1)$$

$$= \frac{x - 1 + 2x - (x + 1)}{(x + 1) \cdot (x - 1)} = \frac{x - 1 + 2x - x - 1}{(x + 1) \cdot (x - 1)} = \frac{2x - 2}{(x + 1) \cdot (x - 1)} = \frac{2 \cdot (x - 1)}{(x + 1) \cdot (x - 1)}$$

$$= \frac{2}{(x + 1)}$$

Cuestión 28: Efectúa:

$$\begin{aligned} \frac{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}{x^2 + 2x - 3} : \frac{4x - 2x^2}{x^3 - 2x^2 + x} &= \frac{(x^3 + 3x^2 - 4x - 12) \cdot (x^3 - 2x^2 + x)}{(x^2 + 2x - 3) \cdot (4x - 2x^2)} = \\ &= \frac{(x - 2) \cdot (x + 2) \cdot (x + 3) \cdot x \cdot (x - 1)^2}{(x + 3) \cdot (x - 1) \cdot 2x \cdot (2 - x)} = \frac{-(x - 2) \cdot (x + 2) \cdot (x - 1)}{2 \cdot (-2 + x)} = -\frac{(x + 2) \cdot (x - 1)}{2} \end{aligned}$$

Cuestión 29: Opera:

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{x}{x-1}\right) \cdot \left(x - \frac{x}{x-1}\right) &= x^2 - \left(\frac{x}{x-1}\right)^2 = x^2 - \frac{x^2}{(x-1)^2} = \\ &= \frac{x^2 \cdot (x-1)^2 - x^2}{(x-1)^2} = \frac{x^2[(x-1)^2 - 1]}{(x-1)^2} = \frac{x^2 \cdot (x-1-1) \cdot (x-1+1)}{(x-1)^2} = \frac{x^2 \cdot (x-2) \cdot x}{(x-1)^2} = \\ &= \frac{x^3 \cdot (x-2)}{(x-1)^2} \end{aligned}$$

Cuestión 30: Realiza:

$$1 + \frac{\frac{x}{1}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{x}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{x}{1 + \frac{x}{x+1}} = \frac{x}{\frac{x+1+x}{x+1}} = \frac{x}{\frac{2x+1}{x+1}} = \frac{x(x+1)}{2x+1}$$