

EJERCICIOS RESUELTOS**UNIDAD 3: ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES****Cuestión 1:** Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{3x}{2} + 2 = x + 4$

Sol.: $x = 4$

c) $x - \frac{3x}{4} = \frac{x}{7} + 3$

Sol.: $x = 28$

e) $\frac{9x}{4} - 6 = \frac{2x}{3} + \frac{1}{3}$

Sol.: $x = 4$

g) $\frac{x}{4} + 5 = \frac{2x}{5} - 2 - \frac{x}{30}$

Sol.: $x = 60$

i) $3x - \frac{7-x}{8} = -1 + \frac{x-3}{4} + 2x$

Sol.: $x = -1$

k) $\frac{2x+1}{4} - \frac{3x}{9} - 2 = \frac{3x-2}{4}$

Sol.: $x = \frac{15}{7}$

b) $x - 8 = \frac{x}{2} - \frac{x-6}{3}$

Sol.: $x = 12$

d) $2 \left(\frac{x+5}{3} \right) = x + 3$

Sol.: $x = 1$

f) $x - 10 = \frac{5}{9} (x - 6)$

Sol.: $x = 15$

h) $\frac{5x}{8} - 5 (x-20) = \frac{-2x+18}{6}$

Sol.: $x = 24$

j) $\frac{7x-3}{6} - \frac{3x-1}{4} = \frac{5x-1}{4}$

Sol.: $x = 0$

l) $\frac{x}{3} + \frac{x-5}{2} - \frac{1}{4}x = \frac{5x-2}{2}$

Sol.: $x = -\frac{18}{23}$

Cuestión 2: Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

1) $x^2 - 5x = 0$

(Sol: $x_1=0, x_2=5$)

2) $x^2 - 16 = 0$

(Sol: $x=\pm 4$)

3) $x^2 + 8x = 0$

(Sol: $x_1=0, x_2=-8$)

4) $x^2 - 49 = 0$

(Sol: $x=\pm 7$)

5) $x^2 + 49 = 0$

(Sol: $\nexists$ soluc.)

6) $3x^2 - 9x = 0$

(Sol: $x_1=0, x_2=3$)

7) $2x^2 - 18 = 0$

(Sol: $x=\pm 3$)

8) $5x^2 + x = 0$

(Sol: $x_1=0, x_2=-1/5$)

9) $x^2 - 3 = 0$

(Sol: $x=\pm\sqrt{3}$)

10) $x^2 = x$

(Sol: $x_1=0, x_2=1$)

11) $x^2 + x = 0$

(Sol: $x_1=0, x_2=-1$)

12) $4x^2 - 1 = 0$

(Sol: $x=\pm 1/2$)

13) $-x^2 + 12x = 0$

(Sol: $x_1=0, x_2=12$)

14) $x^2 = 10x$

(Sol: $x_1=0, x_2=10$)

15) $9x^2 - 4 = 0$

(Sol: $x=\pm 2/3$)

16) $3x^2 - 11x = 0$

(Sol: $x_1=0, x_2=11/3$)

17) $x(x+2) = 0$

(Sol: $x_1=0, x_2=-2$)

18) $4x^2 - 9x = 0$

(Sol: $x_1=0, x_2=9/4$)

19) $4x^2 - 9 = 0$

(Sol: $x=\pm 3/2$)

20) $x^2 + 16 = 0$

(Sol: $\nexists$ soluc.)

21) $25x^2 - 9 = 0$

(Sol: $x=\pm 3/5$)

22) $x^2 - 8 = 0$

(Sol: $x=\pm 2\sqrt{2}$)

23) $4 - 25x^2 = 0$

(Sol: $x=\pm 2/5$)

24) $2x^2 - 8 = 0$

(Sol: $x=\pm 2$)

25) $-x^2 - x = 0$

(Sol: $x_1=0, x_2=-1$)

26) $16x + 4x^2 = 0$

(Sol: $x_1=0, x_2=-4$)

27) $(x+1)(x-1) = 2(x^2 - 13)$

(Sol: $x=\pm 5$)

28) $\frac{x}{2} + 2x^2 = -x(x-1)$

(Sol: $x_1=0, x_2=1/6$)

29) $x(x-1) - 2x = -6x$

(Sol: $x_1=0, x_2=-3$)

30) $\frac{1}{x} = \frac{1}{x^2}$

(Sol: $x=1$)

31) $(3x+2)(3x-2) = (x+2)^2 - 4x$

(Sol: $x=\pm 1$)

32) $(2x+1)^2 - (2x+1)(2x-1) = x^2 + 4x + 1$ (Sol: $x=\pm 1$)

33) $(3x+2)(3x-2) - (2x-3)^2 = 17x - 13$ ($x_1=0, x_2=1$)

34) $2x - 9 - (2x+3)(2x-3) = x^2 + 2x - 25$ ($x=\pm\sqrt{5}$)

35) $-x^2 + 9 = x^2 - 9$

(Sol: $x=\pm 3$)

Cuestión 3:

- a) Determinar para qué valores de m la ecuación $2x^2 - 5x + m = 0$ tiene una solución. (Sol: $m = 25/8$)
- b) ¿Para qué valores de a la ecuación $x^2 - 6x + 3 + a = 0$ tiene solución única? (Sol: $a = -6$)
- c) Determinar para qué valores de b la ecuación $x^2 - bx + 25 = 0$ tiene una sola solución. (Sol: $b = \pm 10$)

Cuestión 4: Resuelve:

- | | | | |
|---------------------------------------|--|---|--------------------------------|
| 1) $2x^2 + 5x = 5 + 3x - x^2$ | (Sol: $x_1 = 1, x_2 = -5/3$) | 20) $(2x-4)^2 - 2x(x-2) = 48$ | (Sol: $x_1 = 8, x_2 = -2$) |
| 2) $4x(x+1) = 15$ | (Sol: $x_1 = 3/2, x_2 = -5/2$) | 21) $(2x-3)^2 + x^2 + 6 = (3x+1)(3x-1)$ | (Sol: $x_1 = 1, x_2 = -4$) |
| 3) $-x(x+2) + 3 = 0$ | (Sol: $x_1 = 1, x_2 = -3$) | 22) $(3x-2)^2 = (2x+3)(2x-3) + 3(x+1)$ | (Sol: $x_1 = 1, x_2 = 2$) |
| 4) $x(x+3) - 2x = 4x + 4$ | (Sol: $x_1 = 4, x_2 = -1$) | 23) $(x-1)(x-2) = 0$ | (Sol: $x_1 = 1, x_2 = 2$) |
| 5) $x(x^2 + x) - (x+1)(x^2 - 2) = -4$ | (Sol: $x = -3$) | 24) $(x-1)(x-2) = 6$ | (Sol: $x_1 = -1, x_2 = 4$) |
| 6) $(2x-3)^2 = 1$ | (Sol: $x_1 = 1, x_2 = 2$) | 25) $(2x-3)(1-x) = 0$ | (Sol: $x_1 = 3/2, x_2 = 1$) |
| 7) $(5x-1)^2 = 16$ | (Sol: $x_1 = 1, x_2 = -3/5$) | 26) $x(x-2) = 3$ | (Sol: $x_1 = 3, x_2 = -1$) |
| 8) $(4-3x)^2 - 64 = 0$ | (Sol: $x_1 = 4, x_2 = -4/3$) | 27) $(x^2 - 4)(2x-6)(x+3) = 0$ | (Sol: $x = \pm 2; x = \pm 3$) |
| 9) $2(x+1)^2 = 8 - 3x$ | (Sol: $x = \frac{-7 \pm \sqrt{97}}{4}$) | 28) $x(x+2) = 3(x+2)$ | (Sol: $x_1 = 3, x_2 = -2$) |

Cuestión 5: Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas:

- | | | | |
|--|---|--|--|
| 1. $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 1, x = \pm 2$) | 12. $x^4 + 2x^2 - 8 = 0$ | (Soluc: $x = \pm \sqrt{2}$) |
| 2. $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 3$) | 13. $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$ | (Soluc: $x = 1, x = -2$) |
| 3. $x^4 + 13x^2 + 36 = 0$ | (Soluc: $\nexists$ soluc) | 14. $x^4 - 16 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 2$) |
| 4. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 2, x = \pm 3$) | 15. $x^4 + 16 = 0$ | (Soluc: $\nexists$ soluc) |
| 5. $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 1, x = \pm \sqrt{3}$) | 16. $x^4 - 16x^2 = 0$ | (Soluc: $x = 0, x = \pm 4$) |
| 6. $x^4 + 21x^2 - 100 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 2$) | 17. $x^6 - 64 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 2$) |
| 7. $x^4 + 2x^2 + 3 = 0$ | (Soluc: $\nexists$ soluc) | 18. $(x^2 + 2)(x^2 - 2) + 3x^2 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 1$) |
| 8. $x^4 - 41x^2 + 400 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 4, x = \pm 5$) | 19. $5x^2 = (6+x^2)(6-x^2)$ | (Soluc: $x = \pm 2$) |
| 9. $36x^4 - 13x^2 + 1 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 1/2, x = \pm 1/3$) | 20. $(x^2 + x)(x^2 - x) = (x-2)^2 + x(x+4)$ | (Soluc: $x = \pm 2$) |
| 10. $x^4 - 77x^2 - 324 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 9$) | 21. $(2x^2 + 1)(x^2 - 3) = (x^2 + 1)(x^2 - 1) - 8$ | ($x = \pm \sqrt{2}, x = \pm \sqrt{3}$) |
| 11. $x^4 - 45x^2 + 324 = 0$ | (Soluc: $x = \pm 3, x = \pm 6$) | 22. $(x^2 - 2)^2 = 5(1+x)(1-x) + 1$ | (Soluc: $x = \pm 1$) |
| 23. $(x^2 + 1)(x^2 - 1) + 3x^2 = 3$ | (Soluc: $x = \pm 1$) | 35. $x^6 + 1 = 0$ | (Soluc: $x = -1$) |
| 24. $(3+x)(3-x)x^2 - 2x(x-3) = (x+3)^2 - 1$ | (Soluc: $x = \pm 2, x = \pm \sqrt{2}$) | 36. $\frac{(3x^2 - 1)(x^2 + 3)}{4} - \frac{(2x^2 + 1)(x^2 - 3)}{3} = 4x^2$ | ($x = \pm 1, x = \pm \sqrt{3}$) |
| 25. $5(x+1)(x-1) = 1 - (x^2 - 2)^2$ | (Soluc: $x = \pm 1$) | 37. $\frac{(3x^2 + 2)(3x^2 - 2)}{5} - \frac{(3x - 1)^2}{4} = \frac{3(x - 1)}{2}$ | ($x = \pm 1/2, x = \pm 1$) |
| 26. $(x+3)(x-3) = \left(\frac{20}{x}\right)^2$ | (Soluc: $x = \pm 5$) | 38. $(2x^2 - 8)(2x^2 + 8x)(x^4 - 2x^2 - 8) = 0$ | ($x = \pm 2, x = 0, x = -4$) |
| 27. $(x^2 + 4)(x + 4)(x^4 + 2x^2 - 8) = 0$ | (Soluc: $x = -4, x = \pm \sqrt{2}$) | 39. $(9 - 4x^2)(9x - 4x^2)(4x^4 - 21x^2 + 27) = 0$ | (Soluc: $x = \pm 2/3, x = 0, x = 9/4, x = \pm 3/2, x = \pm \sqrt{3}$) |
| 28. $\frac{x^2 - 32}{4} = -\frac{28}{x^2 - 9}$ | (Soluc: $x = \pm 4, x = \pm 5$) | | |

Cuestión 6:

Estas ecuaciones aparecen factorizadas. Encuentra su solución.

a) $3(x-1)(x+2)(x-4) = 0$

d) $2x^2(x-3)^2(3x+4) = 0$

b) $x(x-2)(x+3)(x-12) = 0$

e) $5x(x-1)^2(2x+7)^3 = 0$

c) $(2x-1)(4x+3)(x-2) = 0$

Sol.:

a) $x_1 = 1 \quad x_2 = -2 \quad x_3 = 4$

d) $x_1 = 0 \quad x_2 = 3 \quad x_3 = -\frac{4}{3}$

b) $x_1 = 0 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = -3 \quad x_4 = 12$

e) $x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = -\frac{7}{2}$

c) $x_1 = \frac{1}{2} \quad x_2 = -\frac{3}{4} \quad x_3 = 2$

Cuestión 7:

Factoriza las ecuaciones y resuélvelas.

a) $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 38x - 24 = 0$

b) $x^5 - 6x^4 + 10x^3 - 6x^2 + 9x = 0$

c) $x^4 + 8x^3 + 17x^2 + 8x + 16 = 0$

a) $(x-1)(x-2)(x-3)(x+4) = 0$

$x_1 = 1 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = 3 \quad x_4 = -4$

b) $x(x-3)^2(x^2+1) = 0$

$x_1 = 0 \quad x_2 = 3$

c) $(x+4)^2(x^2+1) = 0$

$x = -4$

Cuestión 8:

Escribe una ecuación que tenga como soluciones: $x = 3$, $x = 2$ y $x = -7$.
¿Cuál es el mínimo grado que puede tener?

Respuesta abierta.

$(x-3)(x-2)(x+7) = 0$

El mínimo grado que puede tener es 3.

Cuestión 9:**Resolver las siguientes ecuaciones:**

1) $x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$

	1	3	-1	-3
1		1	4	3
	1	4	3	0
-1		-1	-3	
	1	3	0	

$$x^3 + 3x^2 - x - 3 = (x - 1)(x + 1)(x + 3)$$

$$(x - 1)(x + 1)(x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = 1} \\ x + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x_2 = -1} \\ x + 3 = 0 \Rightarrow \boxed{x_3 = -3} \end{cases}$$

2) $x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = 0$

	1	2	2	1
-1		-1	-1	-1
	1	1	1	0

$$x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = (x + 1) \cdot (x^2 + x + 1)$$

$$(x + 1)(x^2 + x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = -1} \\ x^2 + x + 1 = 0 \end{cases}$$

Las otras dos raíces las calculamos aplicando la fórmula de la ecuación de segundo grado:

$$x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4}}{2} \rightarrow \text{No tiene solución}$$

3) $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$

	1	3	-4	-12
2		2	10	12
	1	5	6	0
-2		-2	-6	
	1	3	0	

$$x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = (x - 2)(x + 2)(x + 3)$$

$$(x - 2)(x + 2)(x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = 2} \\ x + 2 = 0 \Rightarrow \boxed{x_2 = -2} \\ x + 3 = 0 \Rightarrow \boxed{x_3 = -3} \end{cases}$$

4) $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$

	1	-1	-1	1
-1		-1	2	-1
	1	-2	1	0
1		1	-1	
	1	-1	0	

$$x^3 - x^2 - x + 1 = (x + 1)(x - 1)^2$$

$$(x + 1)(x - 1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = 1} \\ x + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x_2 = -1} \end{cases}$$

5) $x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = 0$

	1	-2	-4	8
2		2	0	-8
	1	0	-4	0
2		2	4	
	1	2	0	

$$x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = (x + 2)(x - 2)^2$$

$$(x + 2)(x - 2)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = 2} \\ x + 2 = 0 \Rightarrow \boxed{x_2 = -2} \end{cases}$$

6) $6x^3 + 7x^2 - 9x + 2 = 0$

	6	7	-9	2
-2		-12	10	-2
	6	-5	1	0

 $6x^3 + 7x^2 - 9x + 2 = (x + 2)(6x^2 - 5x + 1)$
 $(x + 2)(6x^2 - 5x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + 2 = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = -2} \\ 6x^2 - 5x + 1 = 0 \end{cases}$

$$6x^2 - 5x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6 \cdot 1}}{6 \cdot 2} = \frac{5 \pm 1}{12} = \begin{cases} x_2 = \frac{5+1}{12} = \frac{6}{12} \Rightarrow \boxed{x_2 = \frac{1}{2}} \\ x_3 = \frac{5-1}{12} = \frac{4}{12} \Rightarrow \boxed{x_3 = \frac{1}{3}} \end{cases}$$

7) $x^4 - 1 = 0$

$$x^4 - 1 = 0 \Rightarrow x^4 = 1 \Rightarrow x = \sqrt[4]{1} = \pm 1 \Rightarrow \boxed{x = \pm 1}$$

8) $8x^3 - 14x^2 + 7x - 1 = 0$

	8	-14	7	-1
1		8	-6	1
	8	-6	1	0

 $8x^3 - 14x^2 + 7x - 1 = (x + 2)(8x^2 - 6x + 1)$
 $(x - 1)(8x^2 - 6x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = 1} \\ 8x^2 - 6x + 1 = 0 \end{cases}$

$$8x^2 - 6x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 8 \cdot 1}}{8 \cdot 2} = \frac{6 \pm 2}{16} = \begin{cases} x_2 = \frac{6+2}{16} = \frac{8}{16} \Rightarrow \boxed{x_2 = \frac{1}{2}} \\ x_3 = \frac{6-2}{16} = \frac{4}{16} \Rightarrow \boxed{x_3 = \frac{1}{4}} \end{cases}$$

Cuestión 10:

Resuelve las siguientes ecuaciones racionales.

a) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} = \frac{7}{8}$

b) $\frac{2x}{3} + \frac{2x+3}{x-1} = \frac{11}{3x-3}$

c) $\frac{2x}{x-2} + \frac{3x}{x+2} = \frac{6x^2}{x^2-4}$

a) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} = \frac{7}{8} \Rightarrow 8x^2 + 8x + 8 = 7x^3 \Rightarrow (x-2)(7x^2 + 6x + 4) = 0 \Rightarrow x = 2$ La solución es verdadera.

b) $\frac{2x}{3} + \frac{2x+3}{x-1} = \frac{11}{3x-3} \Rightarrow 2x(x-1) + 3(2x+3) = 11 \Rightarrow 2x^2 + 4x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 + \sqrt{2} \\ x_2 = -1 - \sqrt{2} \end{cases}$ Ambas son verdaderas.

c) $\frac{2x}{x-2} + \frac{3x}{x+2} = \frac{6x^2}{x^2-4} \Rightarrow 2x(x+2) + 3x(x-2) = 6x^2 \Rightarrow x^2 + 2x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ Verdadera} \\ x = -2 \text{ Falsa} \end{cases}$

Cuestión 11:

Encuentra la solución de estas ecuaciones racionales.

a) $\frac{1}{1-\frac{1}{x+1}} = \frac{x+1}{x}$

b) $\frac{1+\frac{x+1}{x-1}}{2-\frac{x-1}{x+1}} = 2$

a) $\frac{1}{1-\frac{1}{x+1}} = \frac{x+1}{x} \Rightarrow \frac{x+1}{x} = \frac{x+1}{x}$; $x \in \mathbb{R} - \{0, -1\}$, que anulan los denominadores de la ecuación, son soluciones.

b) $\frac{1+\frac{x+1}{x-1}}{2-\frac{x-1}{x+1}} = 2 \Rightarrow \frac{2x}{x-1} : \frac{x+3}{x+1} = 2 \Rightarrow \frac{2x^2+2x}{x^2+2x-3} = 2 \Rightarrow 2x^2+2x = 2x^2+4x-6 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$

Cuestión 12:

Resuelve las siguientes ecuaciones con radicales.

a) $\frac{x-1}{\sqrt{x}} = x - \frac{5}{2}$

c) $\sqrt{3(16-x)} - \sqrt{2x-5} = 1$

e) $\sqrt{1-4x} - 2\sqrt{3+x} = \sqrt{3+x}$

b) $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = 5$

d) $\sqrt{x-7} + \sqrt{2x} = \sqrt{x+1}$

a) $\frac{x-1}{\sqrt{x}} = x - \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{x-1}{\sqrt{x}} = \frac{2x-5}{2} \Rightarrow 2x-2 = (2x-5)\sqrt{x} \Rightarrow (2x-2)^2 = ((2x-5)\sqrt{x})^2 \Rightarrow 4x^3 - 24x^2 + 33x - 4 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow (x-4)(4x^2 - 8x + 1) = 0 \Rightarrow x = 4; x = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (Falsa); } x = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = 5 \Rightarrow \sqrt{x+4} = 5 - \sqrt{x-1} \Rightarrow (\sqrt{x+4})^2 = (5 - \sqrt{x-1})^2 \Rightarrow x+4 = 25 + x - 1 - 10\sqrt{x-1} \Rightarrow$
 $\Rightarrow 10\sqrt{x-1} = 20 \Rightarrow \sqrt{x-1} = 2 \Rightarrow x-1 = 4 \Rightarrow x = 5$

c) $\sqrt{3(16-x)} - \sqrt{2x-5} = 1 \Rightarrow \sqrt{48-3x} = 1 + \sqrt{2x-5} \Rightarrow 48-3x = 1 + 2x-5 + 2\sqrt{2x-5} \Rightarrow 2\sqrt{2x-5} = -5x+52 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 4(2x-5) = 25x^2 + 2704 - 520x \Rightarrow 25x^2 - 528x + 2724 = 0 \Rightarrow x = \frac{264+2\sqrt{399}}{25} \text{ (Falsa); } x = \frac{264-2\sqrt{399}}{25}$

d) $\sqrt{x-7} + \sqrt{2x} = \sqrt{x+1} \Rightarrow x-7+2x+2\sqrt{(x-7)2x} = x+1 \Rightarrow \sqrt{2x^2-14x} = 4-x \Rightarrow 2x^2-14x = 16+x^2-8x \Rightarrow$
 $\Rightarrow x^2-6x-16 = 0 \Rightarrow x = 8 \text{ (Falsa); } x = -2 \text{ (Falsa) La ecuación no tiene solución.}$

e) $\sqrt{1-4x} - 2\sqrt{3+x} = \sqrt{3+x} \Rightarrow \sqrt{1-4x} = 3\sqrt{3+x} \Rightarrow 1-4x = 9(3+x) \Rightarrow 1-4x = 27+9x \Rightarrow 13x = -26 \Rightarrow x = -2$

Cuestión 13:

Resuelve:

a) $-\sqrt{2x-3} + 1 = x$

b) $\sqrt{2x-3} - \sqrt{x+7} = 4$

c) $2 + \sqrt{x} = x$

d) $2 - \sqrt{x} = x$

e) $\sqrt{3x+3} - 1 = \sqrt{8+2x}$

a) $1 - x = \sqrt{2x-3}$

$1 + x^2 - 2x = 2x - 3; x^2 - 4x + 4 = 0; x = 2 \text{ (no vale)}$

No tiene solución.

$$b) 2x - 3 = 16 + x + 7 + 8\sqrt{x+7}$$

$$x - 26 = 8\sqrt{x+7}$$

$$x^2 + 676 - 52x = 64(x+7)$$

$$x^2 + 676 - 52x = 64x + 448$$

$$x^2 - 116x + 228 = 0; \quad x = \frac{116 \pm 112}{2} \begin{matrix} \swarrow \\ \searrow \end{matrix} \begin{matrix} 114 \\ 2 \end{matrix} \rightarrow (\text{no vale})$$

$$x = 114$$

$$c) \sqrt{x} = x - 2; \quad x = x^2 + 4 - 4x; \quad 0 = x^2 - 5x + 4$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} \begin{matrix} \swarrow \\ \searrow \end{matrix} \begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix} \rightarrow (\text{no vale})$$

$$x = 4$$

$$d) 2 - x = \sqrt{x}; \quad 4 + x^2 - 4x = x; \quad x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$x = \begin{matrix} \swarrow \\ \searrow \end{matrix} \begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix} \rightarrow (\text{no vale})$$

$$x = 1$$

$$e) \sqrt{3x+3} - 1 = \sqrt{8-2x}$$

$$3x + 3 = 1 + 8 - 2x + 2\sqrt{8-2x}$$

$$5x - 6 = 2\sqrt{8-2x}$$

$$25x^2 + 36 - 60x = 4(8 - 2x)$$

$$25x^2 - 52x + 4 = 0$$

$$x = \frac{52 \pm 48}{50} \begin{matrix} \swarrow \\ \searrow \end{matrix} \begin{matrix} x = 2 \\ x = 0,08 \end{matrix} \rightarrow \text{no vale}$$

$$\text{Así, } x = 2.$$

Cuestión 14:

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$a) \begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x^2 - 7 = y + 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 - \frac{1}{xy} \\ xy = 6 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x = 2y + 1 \\ \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 2 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = x^2 - 9 \end{cases}$$

$$x^2 - 9 = 2x - 1; \quad x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2} = \begin{matrix} \swarrow \\ \searrow \end{matrix} \begin{matrix} 4 \\ -2 \end{matrix}$$

$$x_1 = 4; \quad y_1 = 7$$

$$x_2 = -2; \quad y_2 = -5$$

$$\text{b) } \begin{cases} y + x = xy - 1 \\ xy = 6 \end{cases}$$

$$y = 5 - x$$

$$x(5 - x) = 6; \quad 5x - x^2 = 6; \quad x^2 - 5x + 6 = 0 \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$x_1 = 2; \quad y_1 = 3$$

$$x_2 = 3; \quad y_2 = 2$$

$$\text{c) } x = 2y + 1$$

$$\sqrt{3y+1} - \sqrt{y+1} = 2; \quad \sqrt{3y+1} = 2 + \sqrt{y+1}$$

$$3y+1 = 4 + y+1 + 4\sqrt{y+1}; \quad 2y-4 = 4\sqrt{y+1}; \quad y-2 = 2\sqrt{y+1}$$

$$y^2 + 4 - 4y = 4y + 4; \quad y^2 - 8y = 0$$

$$y = 8 \rightarrow x = 17$$

$$y = 0 \text{ (no vale)}$$

$$x = 17; \quad y = 8$$

Cuestión 15:

Halla la solución de los siguientes sistemas.

$$\text{a) } \begin{cases} x+y=11 \\ \frac{1}{x} + \frac{6}{y+1} = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} xy = -3 \\ x^2 + 2y^2 = 19 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x^2 + 3y^2 = 32 \\ -3x^2 + 4y^2 = -48 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x^2 - 2xy = 16 - y^2 \\ x^2 - y^2 = 72 \end{cases}$$

$$\text{a) } x = 11 - y \Rightarrow \frac{1}{11-y} + \frac{6}{y+1} = 1 \Rightarrow y+1+66-6y = 11y+11-y^2-y \Rightarrow y^2-15y+56=0 \Rightarrow \begin{cases} y=8, x=3 \\ y=7, x=4 \end{cases}$$

$$\text{b) } y = -\frac{3}{x} \Rightarrow x^2 + \frac{18}{x^2} = 19 \Rightarrow x^4 - 19x^2 + 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z = x^2 \\ z^2 = x^4 \end{cases} \Rightarrow z^2 - 19z + 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z=18 \Rightarrow \begin{cases} x=3\sqrt{2}, y=-\frac{\sqrt{2}}{2} \\ x=-3\sqrt{2}, y=\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \\ z=1 \Rightarrow \begin{cases} x=1, y=-3 \\ x=-1, y=3 \end{cases} \end{cases}$$

c) Multiplicando la primera ecuación por 3, la segunda por 2 y sumando obtenemos:

$$17y^2 = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=4, y=0 \\ x=-4, y=0 \end{cases}$$

$$\text{d) } x^2 - 2xy = 16 - y^2 \Rightarrow x^2 - 2xy + y^2 = 16 \Rightarrow (x-y)^2 = 16 \Rightarrow x-y = \pm 4$$

Distinguimos, por tanto, dos casos:

$$\text{Caso 1: } x-y=4 \Rightarrow x=y+4 \Rightarrow (y+4)^2 - y^2 = 72 \Rightarrow y^2+16+8y-y^2=72 \Rightarrow 8y=56 \Rightarrow y=7, x=11$$

$$\text{Caso 2: } x-y=-4 \Rightarrow x=y-4 \Rightarrow (y-4)^2 - y^2 = 72 \Rightarrow y^2+16-8y-y^2=72 \Rightarrow -8y=56 \Rightarrow y=-7, x=-11$$

Cuestión 16:**Resuelve los siguientes sistemas de dos ecuaciones lineales.**

$$\text{a) } \begin{cases} y = \frac{x+1}{2} + 3 \\ y = 2x + 10 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2(2x+y) - 3(3x-2y) = -34 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 2 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} y = \frac{x+1}{2} + 3 \\ y = 2x + 10 \end{cases} \Rightarrow \frac{x+1}{2} + 3 = 2x + 10 \Rightarrow x + 1 + 6 = 4x + 20 \Rightarrow 3x = -13 \Rightarrow x = -\frac{13}{3}, y = \frac{4}{3}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2(2x+y) - 3(3x-2y) = -34 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 2y - 9x + 6y = -34 \\ 3x - 2y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5x + 8y = -34 \\ 3x - 2y = 12 \end{cases} \Rightarrow x = 2, y = -3$$

Cuestión 17:**Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones de segundo grado.**

$$\text{a) } \begin{cases} x - 6y = -6 \\ 2x^2 + y^2 = 76 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3x + \frac{y}{2} = 15 \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} 3x^2 + 5y^2 = 20 \\ 4x^2 - y^2 = -4 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3xy - 2x^2 = -26 \\ 4x + 5y = -7 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ x^2 + 3xy = -8 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} x^2 - 2(x-y)^2 = 36 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 5 \end{cases}$$

$$\text{a) } x = 6y - 6 \Rightarrow 2(6y - 6)^2 + y^2 = 76 \Rightarrow 73y^2 - 144y - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 2, x = 6 \\ y = -\frac{2}{73}, x = -\frac{450}{73} \end{cases}$$

$$\text{b) } y = -\frac{4x+7}{5} \Rightarrow -3x \cdot \frac{4x+7}{5} - 2x^2 = -26 \Rightarrow -22x^2 - 21x + 130 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{65}{22}, y = \frac{53}{55} \\ x = 2, y = -3 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3x + \frac{y}{2} = 15 \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x + y = 30 \\ 2y + 3x = xy \end{cases}$$

$$y = 30 - 6x \Rightarrow 60 - 12x + 3x = 30x - 6x^2 \Rightarrow 2x^2 - 13x + 20 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4, y = 6 \\ x = \frac{5}{2}, y = 15 \end{cases}$$

$$\text{d) } y = \frac{5-x}{2} \Rightarrow x^2 + 3x\left(\frac{5-x}{2}\right) = -8 \Rightarrow x^2 - 15x - 16 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 16, y = -\frac{11}{2} \\ x = -1, y = 3 \end{cases}$$

e) Multiplicando la segunda ecuación por 5 y sumándole la primera obtenemos:

$$23x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0, y = 2 \\ x = 0, y = -2 \end{cases}$$

f) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 5 \Rightarrow 3x + 2y = 30 \Rightarrow y = 15 - \frac{3}{2}x$

$$x^2 - 2\left(\frac{5}{2}x - 15\right)^2 = 36 \Rightarrow 23x^2 - 300x + 972 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{162}{23}, y = \frac{102}{23} \\ x = 6, y = 6 \end{cases}$$

Cuestión 18:

Resuelve por el método de Gauss:

a) $\begin{cases} x - y - z = -10 \\ x + 2y + z = 11 \\ 2x - y + z = -8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + z = 2 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x - y - z = -10 \\ x + 2y + z = 11 \\ 2x - y + z = -8 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} 1^a \\ 2^a + 1^a \\ 3^a + 1^a \end{matrix}} \begin{cases} x - y - z = -10 \\ 2x + y = 1 \\ 3x - 2y = -18 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} 1^a \\ 2^a \\ 3^a + 2 \cdot 2^a \end{matrix}}$

$$\begin{cases} x - y - z = -10 \\ 2x + y = 1 \\ 7x = -16 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{-17}{6} \\ y = 1 - 2x = \frac{20}{3} \\ z = x - y + 10 = \frac{1}{2} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{-17}{6} \\ y = \frac{20}{3} \\ z = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

b) $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + z = 2 \\ x - y + z = 1 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} 1^a \\ 2^a + 1^a \\ 3^a + 1^a \end{matrix}} \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 3x + 2z = 5 \\ 2x + 2z = 4 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} 1^a \\ 2^a \\ 3^a - 2^a \end{matrix}}$

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 3x + 2z = 5 \\ -x = -1 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ z = \frac{5 - 3x}{2} = 1 \\ y = 3 - x - z = 1 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{array} \right.$$

Cuestión 19:**Aplica el método de Gauss para resolver los sistemas siguientes:**

$$\text{a) } \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + 5z = 11 \\ x - 5y + 6z = 29 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} 1^a \\ 2^a \\ 3^a + 2 \cdot 1^a \end{matrix}} \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ 3x + 3z = 36 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} 1^a \\ 2^a \\ 3^a : 3 \end{matrix}} \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ x + z = 12 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\begin{matrix} 1^a \\ 2^a \\ 3^a + 2^a \end{matrix}} \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ 2x = 18 \end{cases} \begin{cases} x = 9 \\ z = x - 6 = 3 \\ y = 18 - x - z = 6 \end{cases} \begin{cases} x = 9 \\ y = 6 \\ z = 3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + 5z = 11 \\ x - 5y + 6z = 29 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} 1^a \\ 2^a - 2 \cdot 1^a \\ 3^a - 1^a \end{matrix}} \begin{cases} x + y + z = 2 \\ y + 3z = 7 \\ -6y + 5z = 27 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} 1^a \\ 2^a \\ 3^a + 6 \cdot 2^a \end{matrix}}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ y + 3z = 7 \\ 23z = 69 \end{cases} \begin{cases} z = \frac{69}{23} = 3 \\ y = 7 - 3z = 7 - 9 = -2 \\ x = 2 - y - z = 2 + 2 - 3 = 1 \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 \end{cases}$$

Cuestión 20:**Resuelve por el método de Gauss:**

$$\text{a) } \begin{cases} x + y - 2z = 9 \\ 2x - y + 4z = 4 \\ 2x - y + 6z = -1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ 3x + 6y - 2z = 0 \\ 4x + y - z = 0 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x + y - 2z = 9 \\ 2x - y + 4z = 4 \\ 2x - y + 6z = -1 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} 1^a \\ 2^a + 1^a \\ 3^a + 1^a \end{matrix}} \begin{cases} x + y - 2z = 9 \\ 3x + 2z = 13 \\ 3x + 4z = 8 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} 1^a \\ 2^a \\ 3^a - 2^a \end{matrix}}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y - 2z = 9 \\ 3x + 2z = 13 \\ 2z = -5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} z = \frac{-5}{2} \\ x = \frac{13 - 2z}{3} = 6 \\ y = 9 - x + 2z = 9 - 6 - 5 = -2 \end{array} \left. \begin{array}{l} x = 6 \\ y = -2 \\ z = \frac{-5}{2} \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 2x - 3y + z = 0 \\ 3x + 6y - 2z = 0 \\ 4x + y - z = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1^a \\ 2^a + 2 \cdot 1^a \\ 3^a + 1^a \end{array} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x - 3y + z = 0 \\ 7x = 0 \\ 6x - 2y = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{array}$$

Cuestión 21:**Resuelve por el método de Gauss:**

$$\text{a) } \left\{ \begin{array}{l} x - y = 1 \\ 2x + 6y - 5z = -4 \\ x + y - z = 0 \end{array} \right. \quad \text{b) } \left\{ \begin{array}{l} 2x - y - z = 2 \\ 3x - 2y - 2z = 2 \\ -5x + 3y + 5z = -1 \end{array} \right.$$

$$\text{a) } \left\{ \begin{array}{l} x - y = 1 \\ 2x + 6y - 5z = -4 \\ x + y - z = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1^a \\ 2^a - 5 \cdot 3^a \\ 3^a \end{array} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x - y = 1 \\ -3x + y = -4 \\ x + y - z = 0 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} 1^a \\ 2^a + 3 \cdot 1^a \\ 3^a \end{array} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x - y = 1 \\ -y = -1 \\ x + y - z = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} y = 1 \\ x = 1 + y = 2 \\ z = x + y = 3 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 3 \end{array} \right.$$

$$\text{b) } \left\{ \begin{array}{l} 2x - y - z = 2 \\ 3x - 2y - 2z = 2 \\ -5x + 3y + 5z = -1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1^a \\ 2^a - 2 \cdot 1^a \\ 3^a + 5 \cdot 1^a \end{array} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2x - y - z = 2 \\ -x = -2 \\ 5x - 2y = 9 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} x = 2 \\ y = \frac{5x - 9}{2} = \frac{1}{2} \\ z = 2x - y - 2 = \frac{3}{2} \end{array} \right.$$

$$\text{Solución: } x = 2, y = \frac{1}{2}, z = \frac{3}{2}$$

Cuestión 22:**Si se divide un número por 5 y por 13 y se suman los cocientes, el resultado es 72. Halla dicho número.**

$$\text{Sea } x \text{ el número desconocido: } \frac{x}{5} + \frac{x}{13} = 72 \Rightarrow 13x + 5x = 4680 \Rightarrow x = \frac{4680}{18} = 260$$

Cuestión 23:**Si sumamos cuatro números impares consecutivos obtenemos como resultado 72. ¿Cuáles son estos números?**Sean $x, x+2, x+4, x+6$ los números buscados. Se tiene que:

$$x + x + 2 + x + 4 + x + 6 = 72 \Rightarrow 4x + 12 = 72 \Rightarrow x = \frac{60}{4} = 15. \text{ Por tanto, los números buscados son: } 15, 17, 19 \text{ y } 21.$$

Cuestión 24:

La suma de un número positivo más el valor de su raíz cuadrada coincide con el triple de dicho número. ¿De qué número se trata?

$$\text{Sea } x \text{ el número desconocido: } x + \sqrt{x} = 3x \Rightarrow \sqrt{x} = 2x \Rightarrow x = 4x^2 \Rightarrow x(4x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Cuestión 25:

La suma de un número de dos cifras más el que resulta al invertirlas es 99. ¿Cuánto vale la suma de las dos cifras de ese número?

$$\text{Sea } [xy]_{10} = 10x + y \text{ el número desconocido. El número invertido será } [yx]_{10} = 10y + x.$$

$$\text{Se tiene que: } 10x + y + 10y + x = 99 \Rightarrow 11x + 11y = 99 \Rightarrow x + y = 9 \Rightarrow \text{Las dos cifras suman 9.}$$

Cuestión 26:

Un padre tiene 48 años, y su hijo, 15. ¿Cuántos años han de pasar para que la edad del padre sea justo el doble de la del hijo?

$$\text{Sean } x \text{ los años que han de pasar: } 48 + x = 2(15 + x) \Rightarrow 48 + x = 30 + 2x \Rightarrow x = 18$$

Dentro de 18 años, la edad del padre será el doble de la del hijo.

Cuestión 27:

Hace cinco años, la edad de una madre era el triple de la de su hijo, y dentro de diez solo será el doble. Halla las edades actuales de ambos.

Sean $3x$ y x las edades de hace cinco años.

Las edades actuales son $3x + 5$ y $x + 5$, y las edades dentro de 10 años son $3x + 15$ y $x + 15$.

$$\text{Por tanto, se tiene: } 3x + 15 = 2(x + 15) \Rightarrow x = 15$$

La edad actual de la madre es 50 años, y la del hijo, 20.

Cuestión 28:

Si se disminuye en 10 cm el lado de un cuadrado, su área disminuye en 400 cm^2 . ¿Cuál es el tamaño original del cuadrado?

Sea x el lado del cuadrado original. Su área es x^2 .

$$\text{Se tiene: } (x - 10)^2 = x^2 - 400 \Rightarrow x^2 - 20x + 100 = x^2 - 400 \Rightarrow 20x = 500 \Rightarrow x = 25 \text{ cm.}$$

Cuestión 29:

Halla tres enteros consecutivos tales que al sumar los cuadrados de los dos primeros se obtenga el cuadrado del tercero.

Sean x , $x + 1$ y $x + 2$ los números buscados:

$$x^2 + (x + 1)^2 = (x + 2)^2 \Rightarrow x^2 + x^2 + 2x + 1 = x^2 + 4x + 4 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = -1, x = 3$$

Por tanto hay dos posibles soluciones: $-1, 0$ y 1 o $3, 4$ y 5 .

Cuestión 30:

Se consideran tres barras homogéneas de metal compuestas de la siguiente forma:

Primera barra: 30 g de oro, 45 de plata y 75 de cobre.

Segunda barra: 60 g de oro, 30 de plata y 135 de cobre.

Tercera barra: 45 g de oro, 60 de plata y 75 de cobre.

¿Qué cantidad deberá tomarse de cada una de las barras para obtener otra que contenga 64,5 g de oro, 69 de plata y 136,5 de cobre?

En la primera barra se verifica que $\frac{30}{150} = \frac{2}{10}$ es oro, $\frac{45}{150} = \frac{3}{10}$ es plata y $\frac{75}{150} = \frac{5}{10}$ es cobre.

En la segunda se verifica que $\frac{60}{225} = \frac{4}{15}$ es oro, $\frac{30}{225} = \frac{2}{15}$ es plata y $\frac{135}{225} = \frac{9}{15}$ es cobre.

En la tercera se verifica que $\frac{45}{180} = \frac{3}{12}$ es oro, $\frac{60}{180} = \frac{4}{12}$ es plata y $\frac{75}{180} = \frac{5}{12}$ es cobre.

Supongamos que tomamos x g de la barra primera, y de la segunda y z de la tercera. Se puede escribir el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} \frac{2}{10}x + \frac{4}{15}y + \frac{3}{12}z = 64,5 \\ \frac{3}{10}x + \frac{2}{15}y + \frac{4}{12}z = 69 \\ \frac{5}{10}x + \frac{9}{15}y + \frac{5}{12}z = 136,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x + 16y + 15z = 3870 \\ 18x + 8y + 20z = 4140 \\ 30x + 36y + 25z = 8190 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 90 \\ y = 90 \\ z = 90 \end{cases}$$

Por tanto, se deberán tomar 90 g de cada una de las barras.

Cuestión 31:

Un comerciante adquiere dos tipos de café para tostar, moler y, posteriormente, mezclar. El de mayor calidad tiene un precio de 9 €/kg, mientras que por el otro pagó 7,50€ por cada kilo. El comerciante quiere obtener una mezcla que salga a 8,40 €/kg.

¿Cuál deberá ser la proporción de los dos tipos de café?

Sea x la cantidad de café de mayor calidad en un kg de mezcla e y la cantidad del otro café en un kg de mezcla, tenemos:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 9x + 7,5y = 8,4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0,6 \\ y = 0,4 \end{cases}$$

Por tanto, hay que mezclar 0,6 kg de café de mayor calidad por cada 0,4 kg del otro, es decir, hay que mezclar 3 kg de café de mejor calidad por cada 2 kg del otro.

Cuestión 32:

Un almacenista trabaja con tres tipos de televisores. Cada televisor del primer tipo le cuesta 180 €, el del segundo tipo, 90 €, y el del tercer tipo, 30 €. Un pedido de 105 unidades tiene un importe total de 9600 €. Determina el número de televisores pedidos de cada clase sabiendo que el número de televisores del segundo tipo es el doble que los del primer y tercer tipo juntos.

Sean x el número de televisores del primer tipo e y el número de televisores del tercer tipo. El número de televisores del segundo tipo es $2(x + y)$.

Por tanto:

$$\begin{cases} x + 2(x + y) + y = 105 \\ 180x + 90 \cdot 2(x + y) + 30y = 9600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 105 \\ 360x + 210y = 9600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 35 \\ 12x + 7y = 32 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 20 \end{cases}$$

Se pidieron 15 televisores del primer tipo, 70 del segundo y 20 del tercero.

Cuestión 33:

Un granjero espera obtener 36 € por la venta de huevos. En el camino al mercado se le rompen cuatro docenas. Para obtener el mismo beneficio, aumenta en 0,45 € el precio de la docena. ¿Cuántas docenas tenía al principio?

➡ *Iguala el coste de las docenas que se rompen a lo que aumenta el coste de las que quedan.*

Tenía x docenas $\rightarrow \frac{36}{x}$ €/docena

Le quedan $x - 4$ docenas $\rightarrow \left(\frac{36}{x} + 0,45\right)$ €/docena

$$\left(\frac{36}{x} + 0,45\right)(x - 4) = 36$$

$$(36 + 0,45x)(x - 4) = 36x$$

$$36x - 144 + 0,45x^2 - 1,8x = 36x$$

$$0,45x^2 - 1,8x - 144 = 0$$

$$x = 20 \quad (x = -16 \text{ no vale}) \Rightarrow \text{Tenía 20 docenas.}$$

Cuestión 34:

¿En cuánto hay que disminuir el primer factor y aumentar el segundo, del producto $13 \cdot 27$, para que el producto disminuya en 51?

Asignamos letra a Número en que hay que disminuir: x
la incógnita:

$$(13 - x)(27 + x) = (13)(27) - 51$$

Planteamos una ecuación y la ordenamos:

$$351 + 13x - 27x - x^2 = 351 - 51$$

$$-14x - x^2 = -51$$

$$x^2 + 14x - 51 = 0$$

Resolvemos la ecuación con la fórmula:

$$x = \frac{-14 \pm \sqrt{196 + 204}}{2} = \frac{-14 \pm \sqrt{400}}{2} = \frac{-14 \pm 20}{2} = \begin{cases} \frac{-14 + 20}{2} = 3 \\ \frac{-14 - 20}{2} = -17 \end{cases}$$

Interpretamos los valores obtenidos y filtramos los que carecen de sentido:

$x=3$, es cierto, ya que quedaría el producto como $10 \cdot 30 = 300$, que es igual a 351 que daba antes, menos 51

$x=-17$, es cierto, TAMBIÉN tiene sentido ya que quedaría el producto como $30 \cdot 10 = 300$, que es igual a 351 que daba antes, menos 51-