

EJERCICIOS RESUELTOS**UNIDAD 5: INECUACIONES. SISTEMAS DE INECUACIONES****Ejercicio 1:****Resuelve estas inecuaciones:**

a) $3x - 2 \leq 10$

b) $x - 2 > 1$

c) $2x + 5 \geq 6$

d) $3x + 1 \leq 15$

a) $3x - 2 \leq 10 \rightarrow 3x \leq 12 \rightarrow x \leq 4$

b) $x - 2 > 1 \rightarrow x > 3$

Soluciones: $\{x / x \leq 4\} = (-\infty, 4]$

Soluciones: $\{x / x > 3\} = (3, +\infty)$

c) $2x + 5 \geq 6 \rightarrow 2x \geq 1 \rightarrow x \geq \frac{1}{2}$

d) $3x + 1 \leq 15 \rightarrow 3x \leq 14 \rightarrow x \leq \frac{14}{3}$

Soluciones: $\left\{x / x \geq \frac{1}{2}\right\} = \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$

Soluciones: $\left\{x / x \leq \frac{14}{3}\right\} = \left(-\infty, \frac{14}{3}\right]$

Ejercicio 2:Resuelve la siguiente inecuación: $\frac{1}{2}x - 4 \leq 3x + 1$ la solución de la inecuación es el intervalo $(-\infty, -2]$.**Ejercicio 3:****Resuelve estos sistemas de inecuaciones:**

a) $\begin{cases} 3x - 2 \leq 10 \\ x - 2 > 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 5 \geq 6 \\ 3x + 1 \leq 15 \end{cases}$

Observamos que las inecuaciones que forman ambos sistemas se han resuelto en el ejercicio anterior.

a) $\begin{cases} x \leq 4 \\ x > 3 \end{cases}$ Soluciones: $\{x / 3 < x \leq 4\} = (3, 4]$

b) $\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x \leq \frac{14}{3} \end{cases}$ Soluciones: $\left\{x / \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{14}{3}\right\} = \left[\frac{1}{2}, \frac{14}{3}\right]$

Ejercicio 4:**Resuelve las siguientes inecuaciones:**

a) $x^2 - 3x - 4 < 0$

b) $x^2 - 3x - 4 \geq 0$

c) $x^2 + 7 < 0$

d) $x^2 - 4 \leq 0$

a) $(-1, 4)$

b) $(-\infty, -1] \cup [4, +\infty)$

c) $x^2 + 7 < 0 \rightarrow$ No tiene solución

d) $[-2, 2]$

Ejercicio 5:**Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado con una incógnita.**

a) $x^2 - 3x + 2 \leq 0$

f) $(x - 3)(x + 4) \geq 0$

b) $x^2 - 3x + 2 \geq 0$

g) $(x + 3)x < 4$

c) $x^2 - 9x > 0$

h) $x^2 - 30 > x$

d) $x^2 - 9 < 0$

i) $x^2 + x + 3 < 0$

e) $x^2 + 2 \leq 0$

j) $4x^2 - 4x + 1 < 0$

a) Resolvemos la ecuación: $x^2 - 3x + 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$

Tomamos un punto de cada intervalo en que queda dividida la recta:

$$x = 0 \quad x = 1,5 \quad x = 3$$

Si $x = 0 \rightarrow 0^2 - 3 \cdot 0 + 2 > 0 \rightarrow (-\infty, 1)$ no es solución de la inecuación.Si $x = 1,5 \rightarrow 1,5^2 - 3 \cdot 1,5 + 2 < 0 \rightarrow (1, 2)$ es solución de la inecuación.Si $x = 3 \rightarrow 3^2 - 3 \cdot 3 + 2 > 0 \rightarrow (2, +\infty)$ no es solución de la inecuación.

Las soluciones de la ecuación lo son también de la inecuación.

Por tanto, la solución es $[1, 2]$.

b) Se deduce del apartado anterior que las soluciones de la inecuación son:
 $(-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$

c) Resolvemos la ecuación: $x^2 - 9x = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 9 \end{cases}$

Tomamos un punto de cada intervalo en que queda dividida la recta:

$$x = -1 \quad x = 1 \quad x = 10$$

Si $x = -1 \rightarrow (-1)^2 - 9 \cdot (-1) > 0 \rightarrow (-\infty, 0)$ es solución de la inecuación.Si $x = 1 \rightarrow 1^2 - 9 \cdot 1 < 0 \rightarrow (0, 9)$ no es solución de la inecuación.Si $x = 10 \rightarrow 10^2 - 9 \cdot 10 > 0 \rightarrow (9, +\infty)$ es solución de la inecuación.

Las soluciones de la ecuación no lo son de la inecuación.

Por tanto, la solución es $(-\infty, 0) \cup (9, +\infty)$.

d) Resolvemos la ecuación: $x^2 - 9 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 3 \end{cases}$

Tomamos un punto de cada intervalo en que queda dividida la recta:

$$x = -10 \quad x = 0 \quad x = 10$$

Si $x = -10 \rightarrow (-10)^2 - 9 > 0 \rightarrow (-\infty, -3)$ no es solución de la inecuación.

Si $x = 0 \rightarrow 0^2 - 9 < 0 \rightarrow (-3, 3)$ es solución de la inecuación.

Si $x = 10 \rightarrow 10^2 - 9 > 0 \rightarrow (3, +\infty)$ no es solución de la inecuación.

Las soluciones de la ecuación no lo son de la inecuación.

Por tanto, la solución es $(-3, 3)$.

e) El primer miembro de la inecuación siempre será positivo.

Por tanto, la inecuación no tiene solución.

f) Resolvemos la ecuación: $(x - 3)(x + 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -4 \\ x_2 = 3 \end{cases}$

Tomamos un punto de cada intervalo en que queda dividida la recta:

$$x = -10 \quad x = 0 \quad x = 10$$

Si $x = -10 \rightarrow (-10 - 3)(-10 + 4) > 0 \rightarrow (-\infty, -4)$ es solución de la inecuación.

Si $x = 0 \rightarrow (0 - 3)(0 + 4) < 0 \rightarrow (-4, 3)$ no es solución de la inecuación.

Si $x = 10 \rightarrow (10 - 3)(10 + 4) > 0 \rightarrow (3, +\infty)$ es solución de la inecuación.

Las soluciones de la ecuación lo son también de la inecuación.

Por tanto, la solución es $(-\infty, -4] \cup [3, +\infty)$.

g) Resolvemos la ecuación: $(x + 3)x = 4 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -4 \\ x_2 = 1 \end{cases}$

Tomamos un punto de cada intervalo en que queda dividida la recta:

$$x = -10 \quad x = 0 \quad x = 10$$

Si $x = -10 \rightarrow (-10 + 3) \cdot (-10) - 4 > 0 \rightarrow (-\infty, -4)$ no es solución de la inecuación.

Si $x = 0 \rightarrow (0 - 3) \cdot 0 - 4 < 0 \rightarrow (-4, 1)$ es solución de la inecuación.

Si $x = 10 \rightarrow (10 - 3) \cdot 10 + 4 > 0 \rightarrow (1, +\infty)$ no es solución de la inecuación.

Las soluciones de la ecuación no lo son de la inecuación.

Por tanto, la solución es $(-4, 1)$.

$$h) \text{ Resolvemos la ecuación: } x^2 - x - 30 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -5 \\ x_2 = 6 \end{cases}$$

Tomamos un punto de cada intervalo en que queda dividida la recta:

$$x = -10 \quad x = 0 \quad x = 10$$

Si $x = -10 \rightarrow (-10)^2 - 10 - 30 > 0 \rightarrow (-\infty, -5)$ no es solución de la inecuación.

Si $x = 0 \rightarrow 0^2 - 0 - 30 < 0 \rightarrow (-5, 6)$ es solución de la inecuación.

Si $x = 10 \rightarrow 10^2 - 10 - 30 > 0 \rightarrow (6, +\infty)$ no es solución de la inecuación.

Las soluciones de la ecuación no lo son de la inecuación.

Por tanto, la solución es $(-5, 6)$.

- i) El primer miembro de la inecuación es siempre mayor o igual que cero. Por tanto, la inecuación no tiene solución.
- j) El primer miembro de la inecuación es siempre mayor o igual que cero. Por tanto, la inecuación no tiene solución.

Ejercicio 6:

Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $2x - 3 < x - 1$

b) $\frac{3x - 2}{2} \leq \frac{2x + 7}{3}$

c) $-3x - 2 < 5 - \frac{x}{2}$

d) $\frac{3x}{5} - x > -2$

a) $x < 2; (-\infty, 2)$

b) $9x - 6 \leq 4x + 14 \rightarrow 5x \leq 20 \rightarrow x \leq 4; (-\infty, 4]$

c) $-6x - 4 < 10 - x \rightarrow -14 < 5x \rightarrow x > -\frac{14}{5}; \left(-\frac{14}{5}, +\infty\right)$

d) $3x - 5x > -10 \rightarrow -2x > -10 \rightarrow 2x < 10 \rightarrow x < 5; (-\infty, 5)$

Ejercicio 7:

Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $5(2 + x) > -5x$

b) $\frac{x-1}{2} > x-1$

c) $x^2 + 5x < 0$

d) $9x^2 - 4 > 0$

e) $x^2 + 6x + 8 \geq 0$

f) $x^2 - 2x - 15 \leq 0$

a) $10 + 5x > -5x \rightarrow 10x > -10 \rightarrow x > -1; (-1, +\infty)$

b) $x - 1 > 2x - 2 \rightarrow 1 > x \rightarrow x < 1; (-\infty, 1)$

c) $x(x + 5) < 0 \rightarrow -5 < x < 0; (-5, 0)$

d) $(3x - 2)(3x + 2) > 0 \rightarrow \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$

e) $(x + 2)(x + 4) \geq 0 \rightarrow (-\infty, -4] \cup [-2, +\infty)$

f) $(x + 3)(x - 5) \leq 0 \rightarrow [-3, 5]$

Ejercicio 8:**Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:**

a)
$$\begin{cases} 4x - 3 < 1 \\ x + 6 > 2 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x - 2 > -7 \\ 5 - x < 1 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 5 - x < -12 \\ 16 - 2x < 3x - 3 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 2x - 3 > 0 \\ 5x + 1 < 0 \end{cases}$$

Resuelve cada inecuación y busca las soluciones comunes. Uno de los sistemas no tiene solución.

a)
$$\begin{cases} 4x < 4 \rightarrow x < 1 \\ x > -4 \end{cases} \rightarrow (-4, 1)$$

b)
$$\begin{cases} 3x > -5 \rightarrow x > -5/3 \\ x > 4 \end{cases} \rightarrow (4, +\infty)$$

c)
$$\begin{cases} x > 17 \\ 5x > 19 \rightarrow x > 19/5 \end{cases} \rightarrow (17, +\infty)$$

d)
$$\begin{cases} x > 3/2 \\ x < -1/5 \end{cases} \rightarrow \text{No tiene solución}$$

Ejercicio 9:

Resuelve estas inecuaciones de grado superior, siguiendo el método utilizado para las inecuaciones de segundo grado.

a) $(x - 2)(x - 3)(x^2 - 2) \geq 0$

c) $x^3 + 2x^2 + 3x - 6 < 0$

b) $x(x - 4)(x + 1)(x^3 - 1) \leq 0$

d) $x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 9x - 9 > 0$

a) Resolvemos la ecuación: $(x - 2)(x - 3)(x^2 - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -\sqrt{2} \\ x_2 = \sqrt{2} \\ x_3 = 2 \\ x_4 = 3 \end{cases}$

Tomamos un punto de cada intervalo en que queda dividida la recta:

$$x = -10 \quad x = 0 \quad x = 1,5 \quad x = 2,5 \quad x = 10$$

Si $x = -10 \rightarrow (-10 - 2)(-10 - 3)((-10)^2 - 2) > 0 \rightarrow (-\infty, -\sqrt{2})$ es solución.

Si $x = 0 \rightarrow (0 - 2)(0 - 3)(0^2 - 2) < 0 \rightarrow (\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ no es solución.

Si $x = 1,5 \rightarrow (1,5 - 2)(1,5 - 3)(1,5^2 - 2) > 0 \rightarrow (\sqrt{2}, 2)$ es solución.

Si $x = 2,5 \rightarrow (2,5 - 2)(2,5 - 3)(2,5^2 - 2) < 0 \rightarrow (2, 3)$ no es solución.

Si $x = 10 \rightarrow (10 - 2)(10 - 3)(10^2 - 2) > 0 \rightarrow (3, +\infty)$ es solución.

Las soluciones de la ecuación lo son de la inecuación.

Por tanto, la solución es $(-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, 2] \cup [3, +\infty)$.

b) Resolvemos la ecuación: $x(x - 4)(x + 1)(x^3 - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 1 \\ x_4 = 4 \end{cases}$

Tomamos un punto de cada intervalo en que queda dividida la recta:

$$x = -10 \quad x = -0,5 \quad x = 0,5 \quad x = 2 \quad x = 10$$

Si $x = -10 \rightarrow -10 \cdot (-10 - 4)(-10 + 1)((-10)^3 - 1) > 0 \rightarrow (-\infty, -1)$ no es solución.

Si $x = -0,5 \rightarrow -0,5 \cdot (-0,5 - 4)(-0,5 + 1)((-0,5)^3 - 1) < 0 \rightarrow (-1, 0)$ es solución.

Si $x = 0,5 \rightarrow 0,5 \cdot (0,5 - 4)(0,5 + 1)(0,5^3 - 1) > 0 \rightarrow (0, 1)$ no es solución.

Si $x = 2 \rightarrow 2 \cdot (2 - 4)(2 + 1)(2^3 - 1) < 0 \rightarrow (1, 4)$ es solución.

Si $x = 10 \rightarrow 10 \cdot (10 - 4)(10 + 1)(10^3 - 1) > 0 \rightarrow (4, +\infty)$ no es solución.

Las soluciones de la ecuación lo son de la inecuación.

Por tanto, la solución es $[-1, 0] \cup [1, 4]$.

c) Resolvemos la ecuación: $x^3 + 2x^2 + 3x - 6 = 0 \rightarrow x = 1$

Tomamos un punto de cada intervalo en que queda dividida la recta:

$$x = 0 \quad x = 10$$

Si $x = 0 \rightarrow 0^3 + 2 \cdot 0^2 + 3 \cdot 0 - 6 < 0 \rightarrow (-\infty, 1)$ es solución.

Si $x = 10 \rightarrow 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 - 6 > 0 \rightarrow (1, +\infty)$ no es solución.

Las soluciones de la ecuación no lo son de la inecuación.

Por tanto, la solución es $(-\infty, 1)$.

$$d) \text{ Resolvemos la ecuación: } x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 9x - 9 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} \\ x_2 = 1 \\ x_3 = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \\ x_4 = 3 \end{cases}$$

Tomamos un punto de cada intervalo en que queda dividida la recta:

$$x = -10 \quad x = 0 \quad x = 2 \quad x = 2,5 \quad x = 10$$

$$\text{Si } x = -10 \rightarrow (-10)^4 - 5 \cdot (-10)^3 + 4 \cdot (-10)^2 + 9 \cdot (-10) - 9 > 0$$

$$\rightarrow \left(-\infty, \frac{1 - \sqrt{13}}{2}\right) \text{ es solución.}$$

$$\text{Si } x = 0 \rightarrow 0^4 - 5 \cdot 0^3 + 4 \cdot 0^2 + 9 \cdot 0 - 9 < 0 \rightarrow \left(\frac{1 - \sqrt{13}}{2}, 1\right) \text{ no es solución.}$$

$$\text{Si } x = 2 \rightarrow 2^4 - 5 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^2 + 9 \cdot 2 - 9 > 0 \rightarrow \left(1, \frac{1 + \sqrt{13}}{2}\right) \text{ es solución.}$$

$$\text{Si } x = 2,5 \rightarrow 2,5^4 - 5 \cdot 2,5^3 + 4 \cdot 2,5^2 + 9 \cdot 2,5 - 9 < 0 \rightarrow \left(\frac{1 + \sqrt{13}}{2}, 3\right) \text{ no es solución.}$$

$$\text{Si } x = 10 \rightarrow 10^4 - 5 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 - 9 > 0 \rightarrow (3, +\infty) \text{ es solución.}$$

Las soluciones de la ecuación no lo son de la inecuación.

$$\text{Por tanto, la solución es } \left(-\infty, \frac{1 - \sqrt{13}}{2}\right) \cup \left(1, \frac{1 + \sqrt{13}}{2}\right) \cup (3, +\infty).$$

Ejercicio 10:

$$\frac{x-2}{x-4} \geq 0$$

Hallando las raíces ceros o soluciones de las expresiones matemáticas que componen la fracción es decir tenemos que hallar los números que hacen valer cero al numerador y que hacen valer cero al denominador.

$$\diamond x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

$$\diamond x - 4 = 0$$

$$x = 4$$



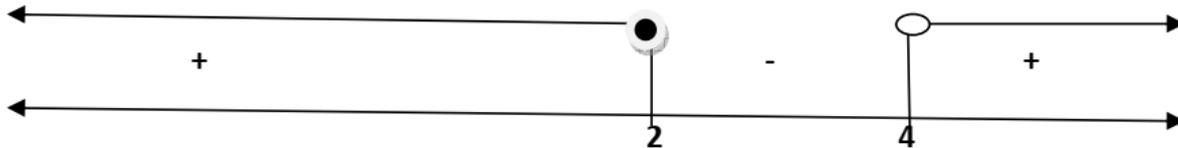
Si x toma el valor de 4 la expresión se anularía por tanto $x \neq 4$ para que la expresión exista, es decir para la solución en este valor consideraremos intervalo abierto.

Evaluando los signos en cada intervalo:

$$\text{Si } x = 0 \text{ entonces } \frac{0-2}{0-4} > 0$$

$$\text{Si } x = 3 \text{ entonces } \frac{3-2}{3-4} < 0$$

$$\text{Si } x = 5 \text{ entonces } \frac{5-2}{5-4} > 0$$



Como la inequación racional es mayor o igual que cero, para solución consideramos los intervalos con signo positivo por tanto el conjunto solución es $(-\infty, 2] \cup (4, +\infty)$

Ejercicio 11:

$$\frac{x+3}{x-2} < 2$$

- Primero debemos unificar la expresión:

$$\frac{x+3}{x-2} < 2$$

$$\frac{x+3}{x-2} - 2 < 0$$

$$\frac{x+3}{x-2} - \frac{2(x-2)}{x-2} < 0$$

$$\frac{x+3-2x+4}{x-2} < 0$$

$$\frac{-x+7}{x-2} < 0 \text{ ----- } A$$

Hallando las raíces ceros o soluciones de las expresiones matemáticas que componen la fracción es decir tenemos que hallar los números que hacen valer cero al numerador y que hacen valer cero al denominador.

$$\diamond -x + 7 = 0$$

$$x = 7$$

$$\diamond x - 2 = 0$$

$$x = 2$$



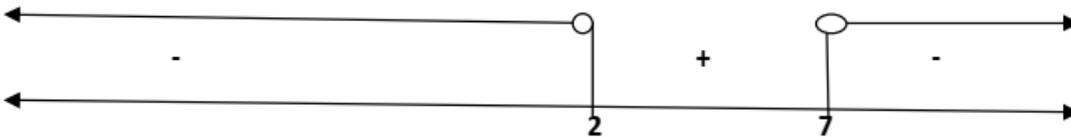
Si x toma el valor de 2 la expresión se anularía por tanto $x \neq 2$ para que la expresión exista, es decir para la solución en este valor consideraremos intervalo abierto.

Evaluando los signos en cada intervalo:

$$\text{Si } x = 0 \text{ entonces } \frac{0+7}{0-2} < 0$$

$$\text{Si } x = 3 \text{ entonces } \frac{-3+7}{3-2} > 0$$

$$\text{Si } x = 8 \text{ entonces } \frac{-8+7}{8-2} < 0$$



Como la desigualdad **A** es menor que 2 entonces consideramos los intervalos don signo negativo el conjunto solución es $(-\infty, 2) \cup (7, +\infty)$

Ejercicio 12:

$$\frac{3x-1}{4+2x} \leq 1$$

- Primero debemos unificar la expresión:

$$\frac{3x-1}{4+2x} \leq 1$$

$$\frac{3x-1}{4+2x} - 1 \leq 0$$

$$\frac{3x-1}{4+2x} - \frac{1(4+2x)}{4+2x} \leq 0$$

$$\frac{3x-1-4-2x}{4+2x} \leq 0$$

$$\frac{x-5}{4+2x} \leq 0 \text{ ----- A}$$

Hallando las raíces ceros o soluciones de las expresiones matemáticas que componen la fracción es decir tenemos que hallar los números que hacen valer cero al numerador y que hacen valer cero al denominador.

$$\diamond x - 5 = 0$$

$$x = 5$$

$$\diamond 4 + 2x = 0$$

$$x = -2$$



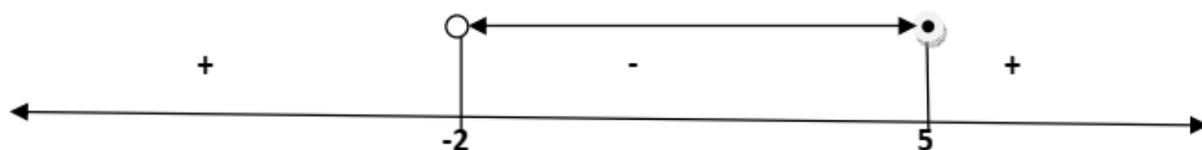
Si x toma el valor de -2 la expresión se anularía por tanto $x \neq -2$ para que la expresión exista, es decir para la solución en este valor consideraremos intervalo abierto.

Evaluando los signos en cada intervalo:

$$\text{Si } x = 6 \text{ entonces } \frac{6-5}{4+2(6)} > 0$$

$$\text{Si } x = 0 \text{ entonces } \frac{0-5}{4+2(0)} < 0$$

$$\text{Si } x = -3 \text{ entonces } \frac{-3-5}{4+2(-3)} > 0$$



Como la desigualdad **A** es menor o igual que 0 entonces consideramos el intervalo con signo negativo el conjunto solución es $=(-2,5]$

Ejercicio 13:

$$\frac{2-x}{2x+6} \geq 0$$

Hallando las raíces ceros o soluciones de las expresiones matemáticas que componen la fracción es decir tenemos que hallar los números que hacen valer cero al numerador y que hacen valer cero al denominador.

$$\diamond 2 - x = 0$$

$$x = 2$$

$$\diamond 2x + 6 = 0$$

$$x = -3$$



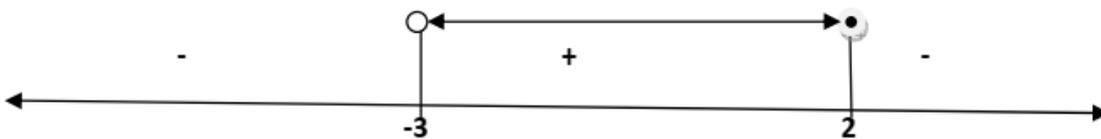
Si x toma el valor de -3 la expresión se anularía por tanto $x \neq -3$ para que la expresión exista, es decir para la solución en este valor consideraremos intervalo abierto.

Evaluando los signos en cada intervalo:

$$\text{Si } x = 3 \text{ entonces } \frac{2-3}{2(3)+6} < 0$$

$$\text{Si } x = 0 \text{ entonces } \frac{2-0}{2(0)+6} > 0$$

$$\text{Si } x = -4 \text{ entonces } \frac{2-(-4)}{2(-4)+6} < 0$$



Como la desigualdad es mayor o igual que 0 entonces consideramos el intervalo con signo positivo el conjunto solución es $=(-3,2]$.

Ejercicio 14:

$$\frac{2x-3}{x+2} \geq \frac{3x+7}{x+2}$$

- Primero debemos unificar la expresión:

$$\frac{2x-3}{x+2} \geq \frac{3x+7}{x+2}$$

$$\frac{2x-3}{x+2} - \frac{3x+7}{x+2} \geq 0$$

$$\frac{2x - 3 - 3x - 7}{x + 2} \geq 0$$

$$\frac{-x - 10}{x + 2} \geq 0 \text{ ----- A}$$

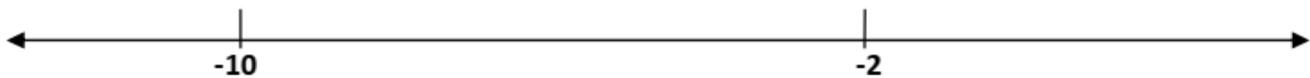
Hallando las raíces ceros o soluciones de las expresiones matemáticas que componen la fracción es decir tenemos que hallar los números que hacen valer cero al numerador y que hacen valer cero al denominador.

$$\diamond -x - 10 = 0$$

$$x = -10$$

$$\diamond x + 2 = 0$$

$$x = -2$$



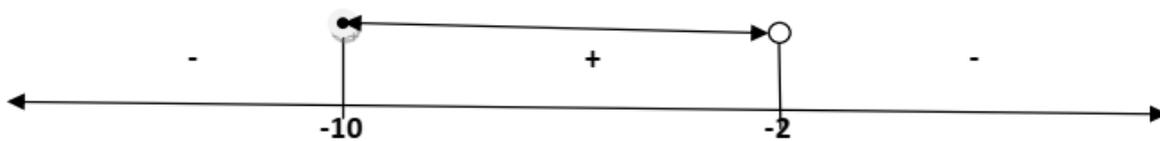
Si x toma el valor de -2 la expresión se anularía por tanto $x \neq -2$ para que la expresión exista, es decir para la solución en este valor consideraremos intervalo abierto.

Evaluando los signos en cada intervalo:

$$\text{Si } x = -1 \text{ entonces } \frac{1-10}{-1+2} < 0$$

$$\text{Si } x = -3 \text{ entonces } \frac{3-10}{-3+2} > 0$$

$$\text{Si } x = -11 \text{ entonces } \frac{11-10}{-11+2} < 0$$



Como la desigualdad **A** es mayor o igual que 0 entonces consideramos el intervalo con signo positivo por tanto el conjunto solución es $=[-10, -2)$

Ejercicio 15:

$$\frac{x^2 + 4}{x^2 - 4} \geq 0$$

$$\ast x^2 + 4 = 0$$

$$\ast x^2 = -4$$

$x = \pm\sqrt{-4}$ no pertenece a los números reales (R).

El radical siempre debe ser positivo.

$$\ast x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -2$$

El denominador no se puede anular por lo tanto $x \neq 2$ y $x \neq -2$

Y la inecuación original será equivalente a:

$$\frac{1}{x^2 - 4} \geq 0$$

$$x^2 - 4 > 0$$



Como la desigualdad es mayor o igual que 0 entonces consideramos los intervalos de signo positivo por tanto el conjunto solución es $(-\infty - 2) \cup (2, +\infty)$

Ejercicio 16:

$$\frac{x^2 - 1}{-x^2 + 2x - 1} \leq 0$$

Hallando las raíces o soluciones

$$\diamond x^2 - 1 = 0$$

$$\diamond x^2 = 1$$

$$x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$$

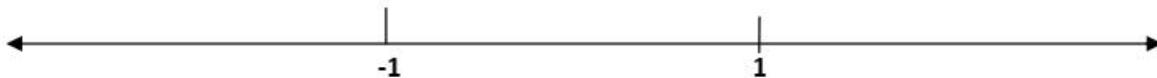
$$\diamond -x^2 + 2x - 1 = -(x^2 - 2x + 1) = -(x - 1)^2$$

$$\frac{x^2 - 1}{-(x - 1)^2} \leq 0 \quad x \neq 1$$

$$(-1) \frac{x^2 - 1}{-(x - 1)^2} \leq 0 \quad x \neq 1$$

$$\frac{x^2 - 1}{(x - 1)^2} \geq 0 \quad x \neq 1 \text{ ----- A}$$

El denominador elevado al cuadrado es siempre positivo, pero para que no se anule $x \neq 1$.



Evaluando los signos en cada intervalo

$$\text{Si } x = 2 \text{ entonces } \frac{(2)^2 - 1}{(2 - 1)^2} > 0$$

$$\text{Si } x = -1/2 \text{ entonces } \frac{(-1/2)^2 - 1}{(-1/2 - 1)^2} < 0$$

$$\text{Si } x = -2 \text{ entonces } \frac{(-2)^2 - 1}{(-2 - 1)^2} > 0$$



Como la desigualdad **A** es mayor o igual que 0 entonces consideramos los intervalos de signo positivo por tanto el conjunto solución es $(-\infty, -1] \cup (1, +\infty)$

Ejercicio 17:

$$\frac{x^2-1}{x^2-4} \leq 0$$

Hallando las raíces o soluciones

$$\diamond x^2 - 1 = 0$$

$$\diamond x^2 = 1$$

$$x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$$

$$\diamond x^2 - 4 = 0$$

$$\diamond x^2 = 4$$

$$x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -2$$

El denominador no se puede anular por tanto $x \neq 2$ y

$x \neq -2$



Evaluando los signos en cada intervalo

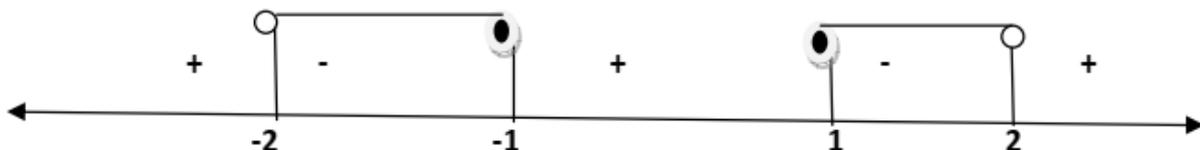
$$\text{Si } x = 3 \text{ entonces } \frac{(3)^2-1}{(3)^2-4} > 0$$

$$\text{Si } x = 3/2 \text{ entonces } \frac{(3/2)^2-1}{(3/2)^2-4} < 0$$

$$\text{Si } x = 0 \text{ entonces } \frac{(0)^2-1}{(0)^2-4} > 0$$

$$\text{Si } x = -3/2 \text{ entonces } \frac{(-3/2)^2-1}{(-3/2)^2-4} < 0$$

$$\text{Si } x = -3 \text{ entonces } \frac{(-3)^2-1}{(-3)^2-4} > 0$$



Como la desigualdad es menor o igual que 0 entonces consideramos los intervalos de signo negativo por tanto el conjunto solución es $=(-2, -1] \cup [1, 2)$